MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

ALKALMAZOTT MATEMATIKA 2 tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 17.

Tartalomjegyzék

Interpolációs polinomok

a) Adjuk meg azt a polinomot, ami 1-ben 3-at vesz föl, 2-ben 5-öt és 4-ben 1-et.

b) Adjuk meg azt a polinomot, ami 1-ben 4-et, 2-ben 3-at és 4-ben 2-t vesz fel.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Gyártsunk egy olyan polinom-függvényt, ami 1-ben 3-at, 2-ben 6-ot, 4-ben 2-t és 5-ben 4-et vesz föl.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Gyártsunk egy olyan polinom-függvényt, ami 1-ben 3-at, 2-ben 6-ot, 4-ben 2-t és 5-ben 4-et vesz föl, a Newton interpoláció segítségével.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Gyártsunk egy olyan polinom-függvényt, ami a következőket tudja:

$$x_1 = 1 \quad f(1) = 2 \quad f'(1) = 7 \quad f''(1) = 36$$

$$x_2 = 2 \quad f(2) = 52 \quad f'(2) = 127$$

$$x_3 = 0 \quad f'(0) = -1$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Négy helyen végeznek függőleges próbafúrásokat, hogy megállapítsák a geológiai szerkezetet.

A fúrásokból vett minta alapján a dolomitréteg ezeken a tengerszintfeletti magasságokon kezdődik:

$$x_1 = 0\,km \quad y_1 = 680\,m$$

$$x_2 = 5\,km \quad y_2 = 810\,m$$

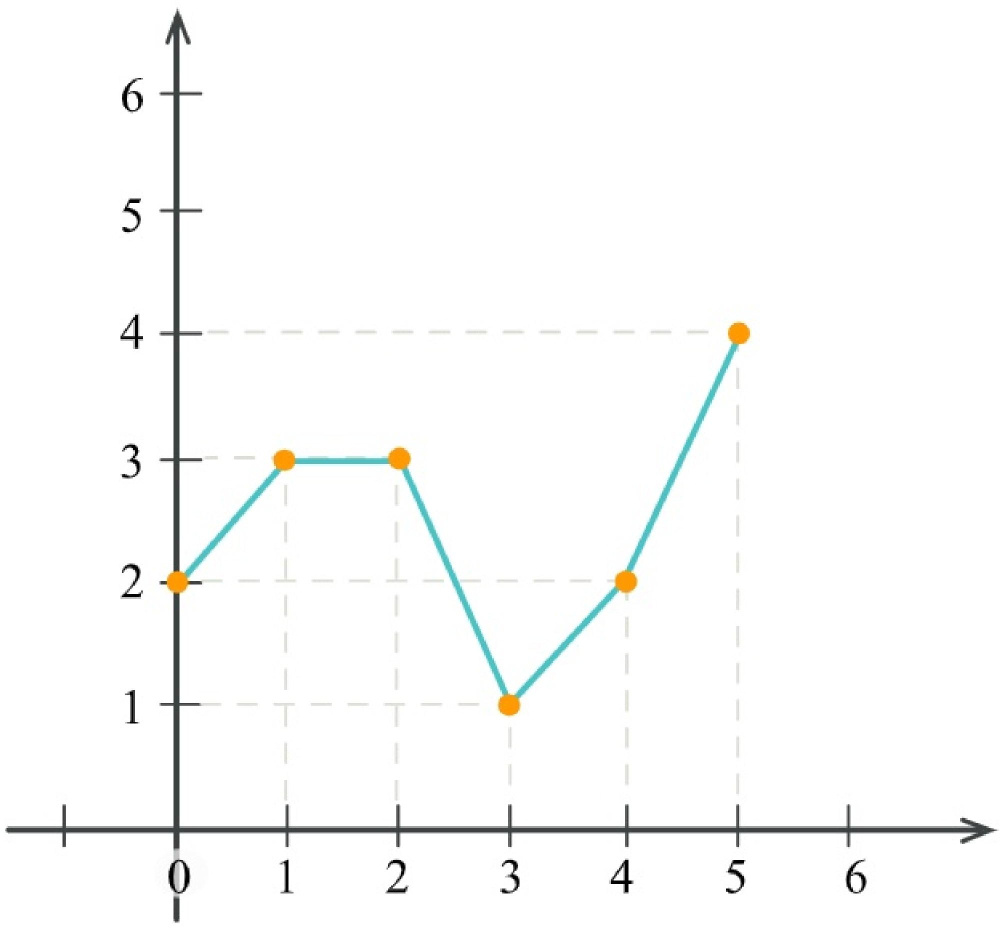
$$x_3 = 10\,km \quad y_3 = 720\,m$$

$$x_4 = 15\,km \quad y_4 = 960\,m$$

Egy interpolációs polinom segítségével próbáljuk meghatározni, hogy milyen magasan húzódik a dolomitréteg alsó határa.

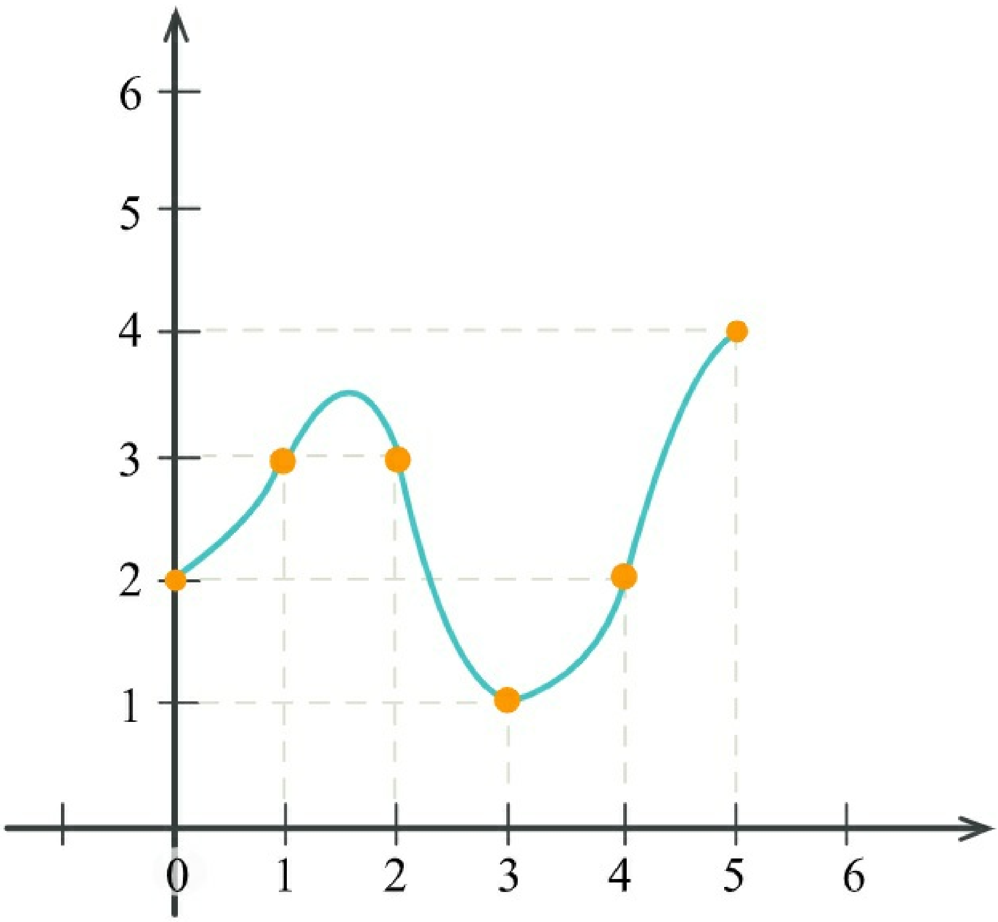
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel az alábbi függvény elsőfokú spline függvényét.



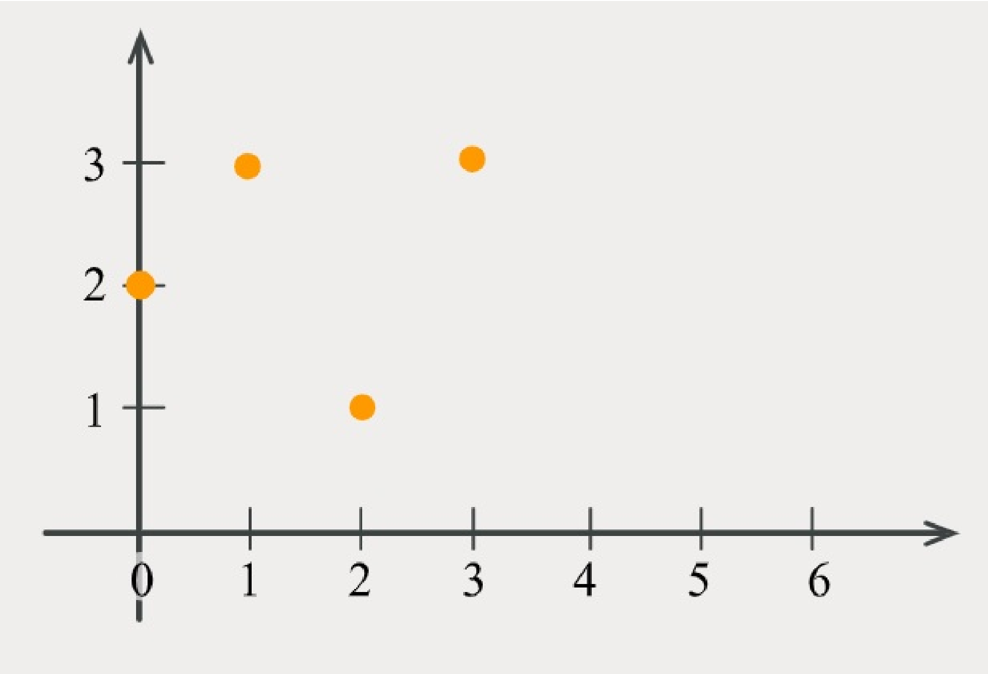
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel az alábbi függvény másodfokú spline függvényét.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi pontokhoz illeszthető harmadfokú természetes spline polinomot.



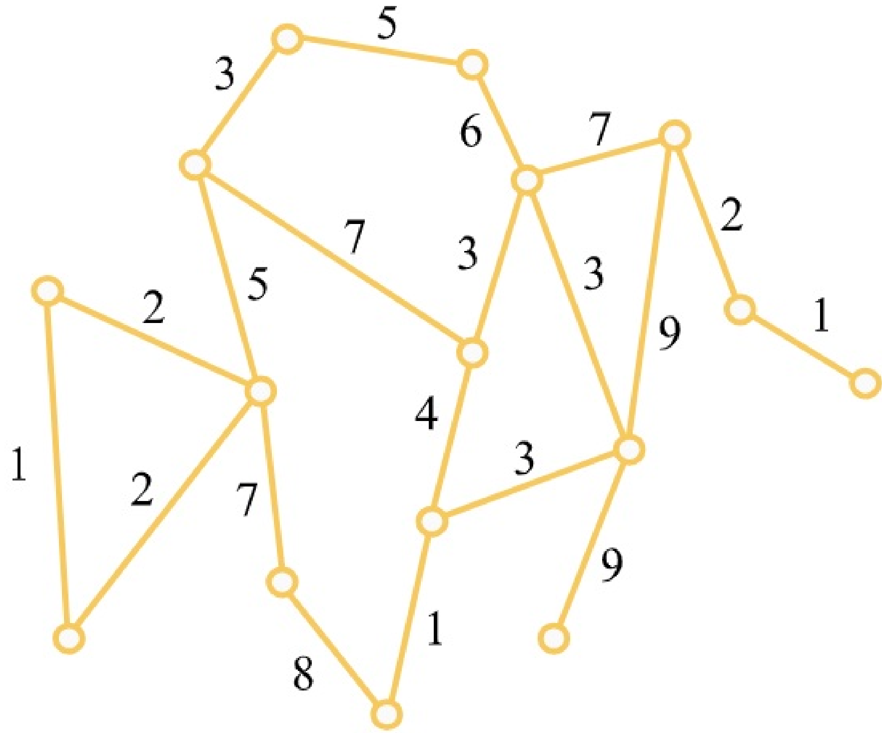
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki egy másodfokú interpolációs polinom segítségével, hogy mennyi $log_2 3$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

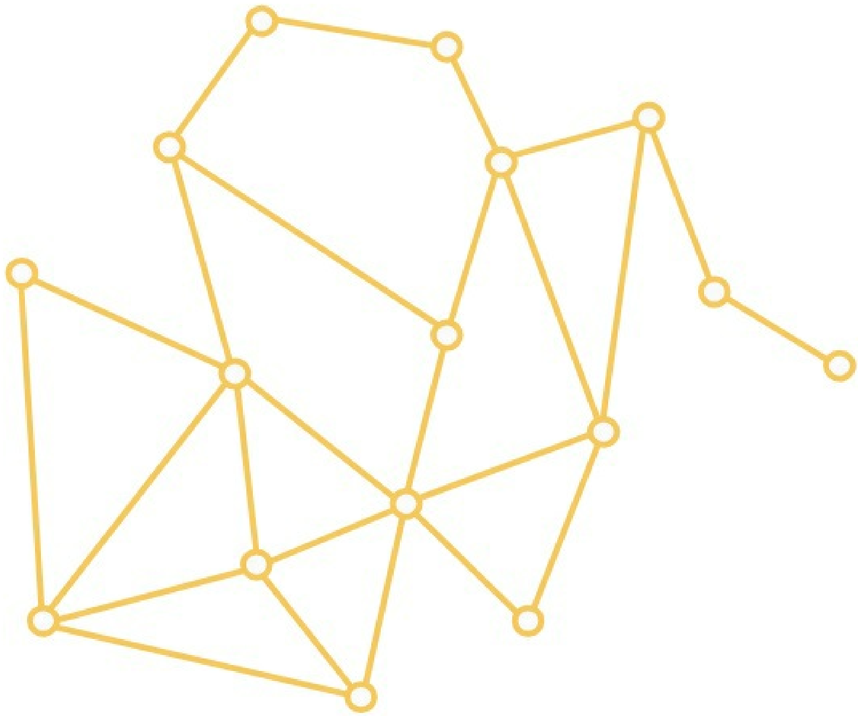
Minimális feszítőfa, Dijkstra-algoritmus, keresések

Adjuk meg ennek a gráfnak a minimális súlyú feszítőfáját a Kruskal-algoritmus segítségével.



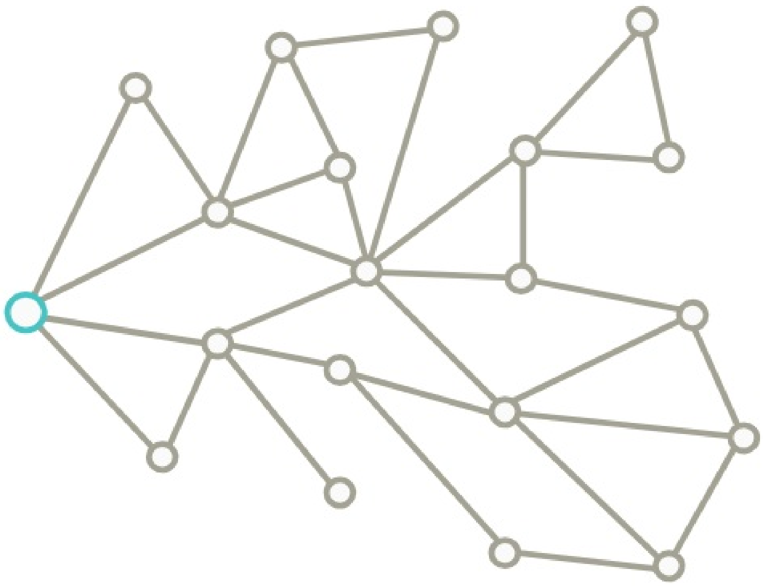
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Térképezzük föl az alábbi gráfot a szélességi bejárás (BFS) segítségével.



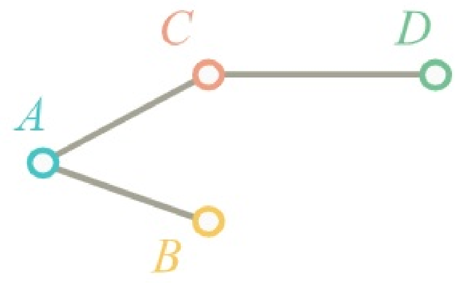
Megnézem a kapcsolódó epizódot

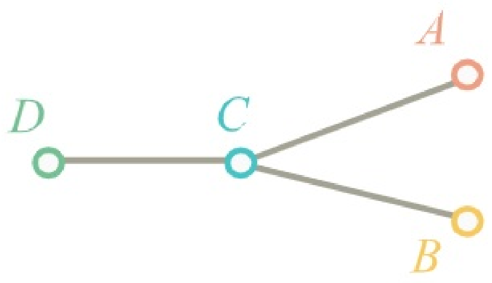
Térképezzük föl az alábbi gráfot a mélységi bejárás (DFS) segítségével.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

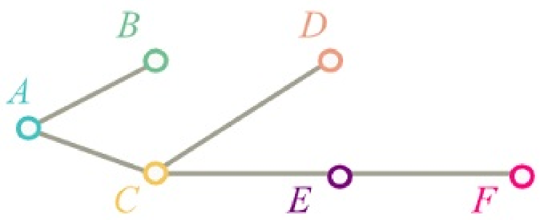
a) Íme, egy gráf két különböző kezdőpontjából készített BFS fája:

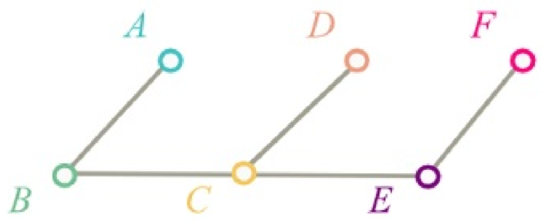




Adjuk meg az eredeti gráfot.

b) Egy gráfban minden csúcs fokszáma páros, és két különböző kezdőpont alapján készített BFS fája:

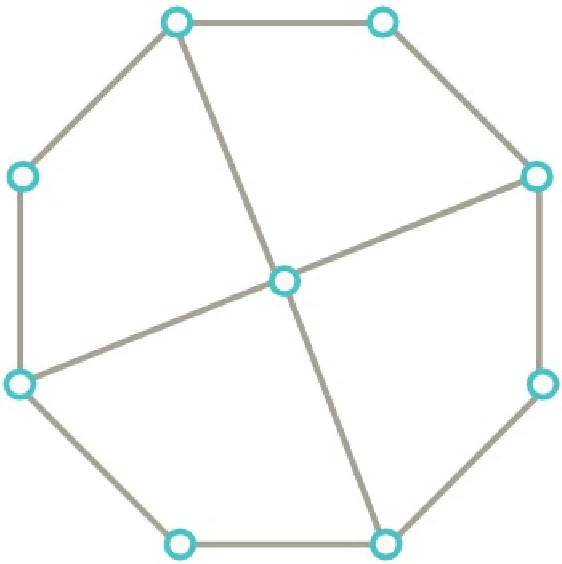




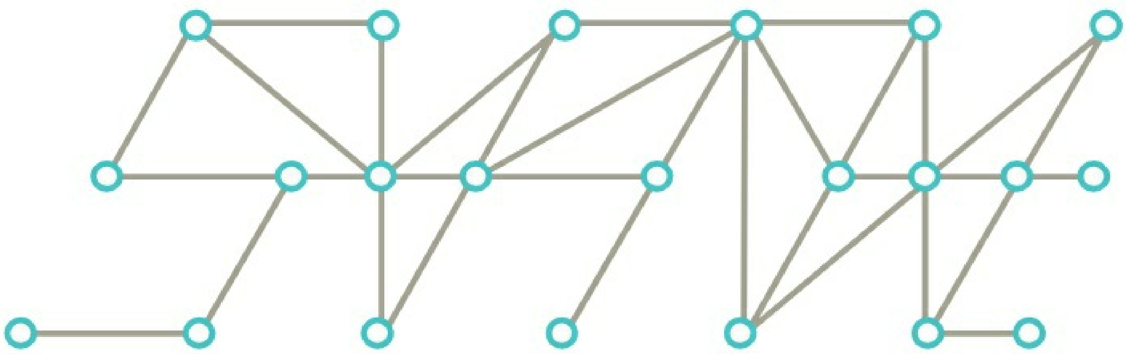
Adjuk meg az eredeti gráfot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

a) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton kör?



b) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton út?



Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bizonyítsuk be, hogy minden 4-nél nagyobb n számra van olyan n csúcsú G gráf, hogy G-ben és a komplementerben is van Hamilton kör.

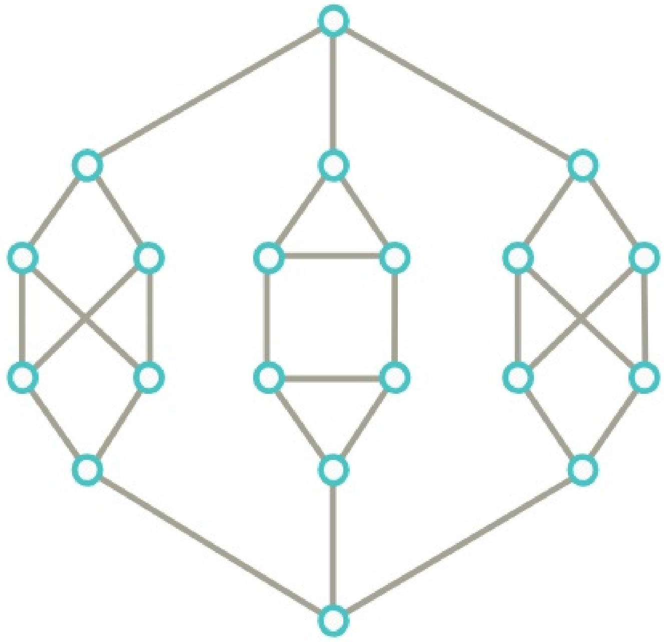
b) Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban két nem szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

c) Mit mondhatunk arról a 101 pontú gráfról, amiben minden csúcs foka legalább 50. Van-e a gráfban Hamilton út?

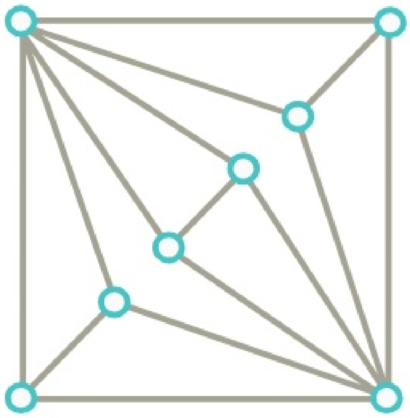
Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

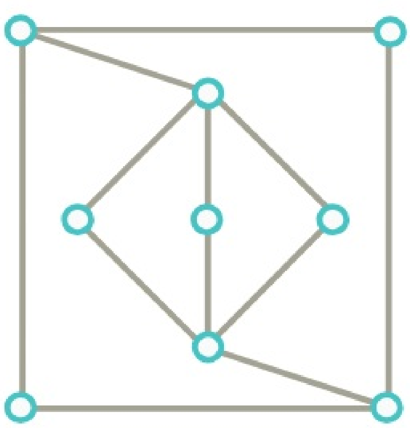
a) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávennünk ahhoz, hogy legyen?



b) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávennünk ahhoz, hogy legyen?



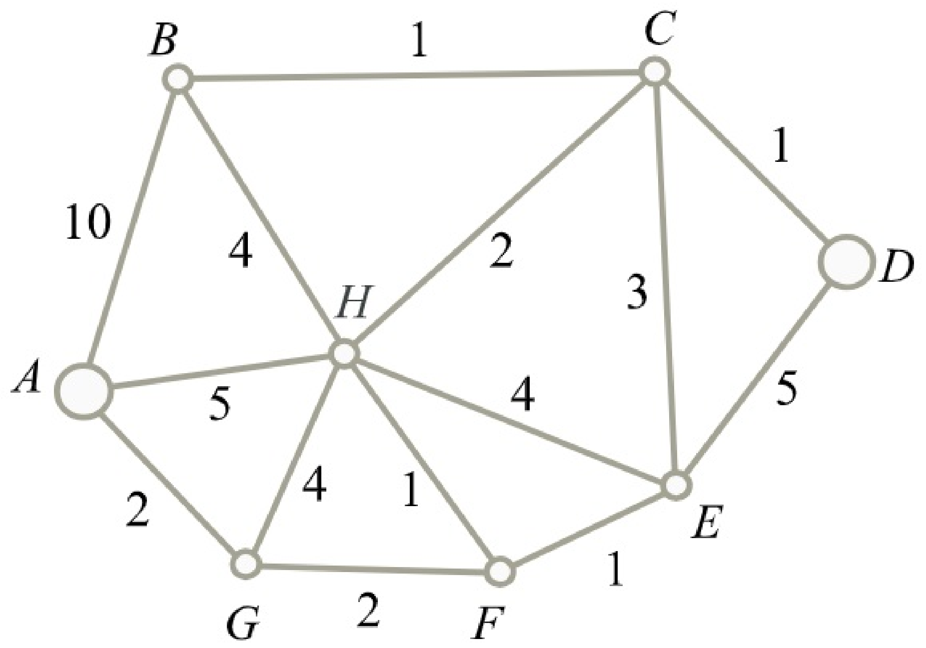
c) Minimum hány élt kell behúznunk ebben a gráfban, hogy legyen benne Hamilton kör?



d) Adott egy 100 csúcsú egyszerű gráf, amiben két szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka pedig legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

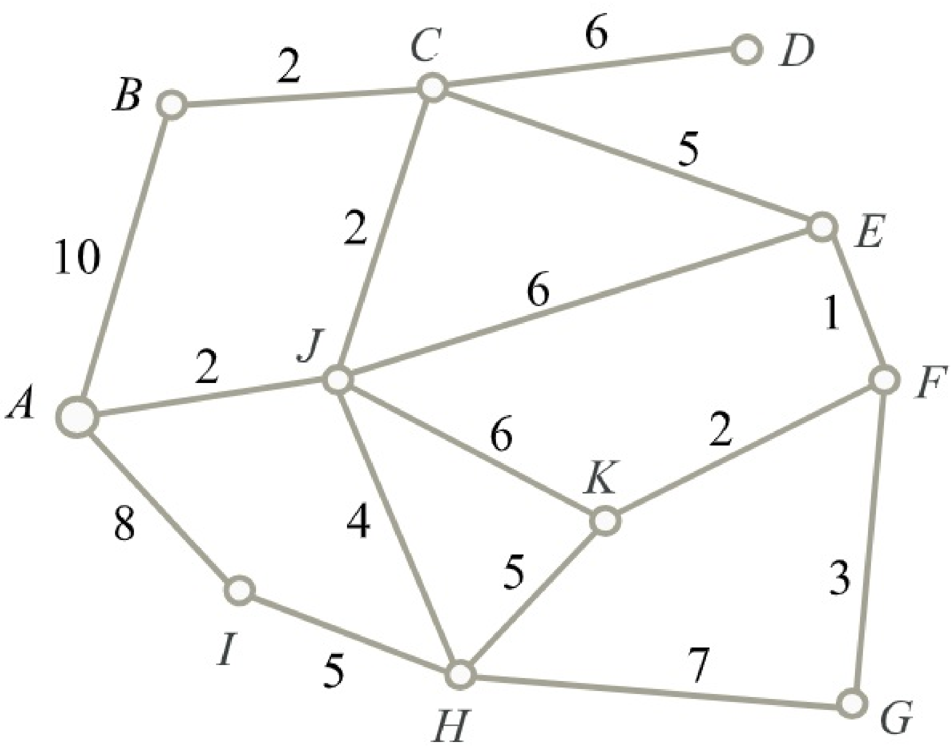
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Adjuk meg az alábbi gráfban az A és D csúcsok távolságát.



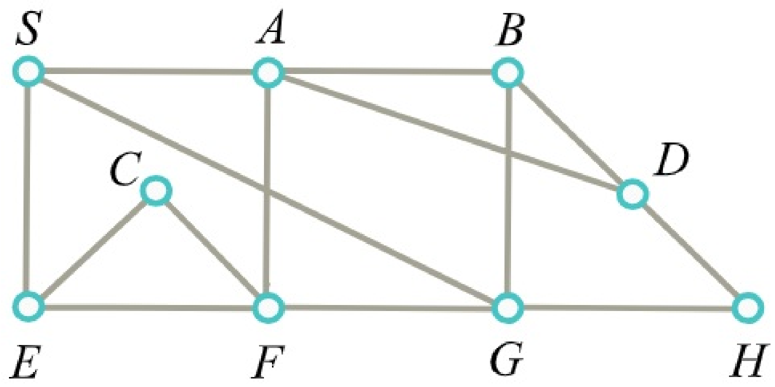
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Térképezzük föl az alábbi gráfot a Dijkstra algoritmus segítségével.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

a) A BFS algoritmus az alábbi ábra gráfjának csúcsait a következő sorrendben járta be: S, _ , _ , _ , H, _ , F, C, _ . Egészítsük ki a sorozatot a hiányzó csúcsok neveivel és adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS fát.

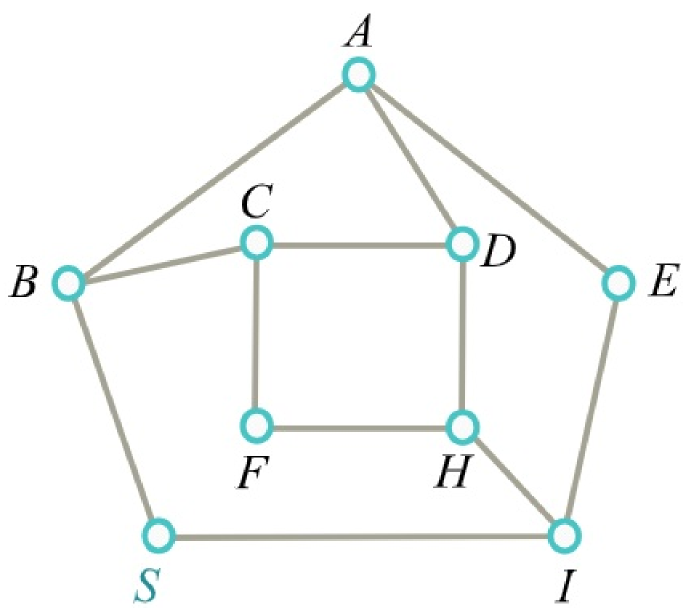


b) Az ábrán látható gráf egyik élét elhagytuk. Az él elhagyása előtt S-ből indított BFS algoritmus a gráf csúcsait az alábbi sorrendben járta be:

i) S, B, I, C, A, F, H, E, D

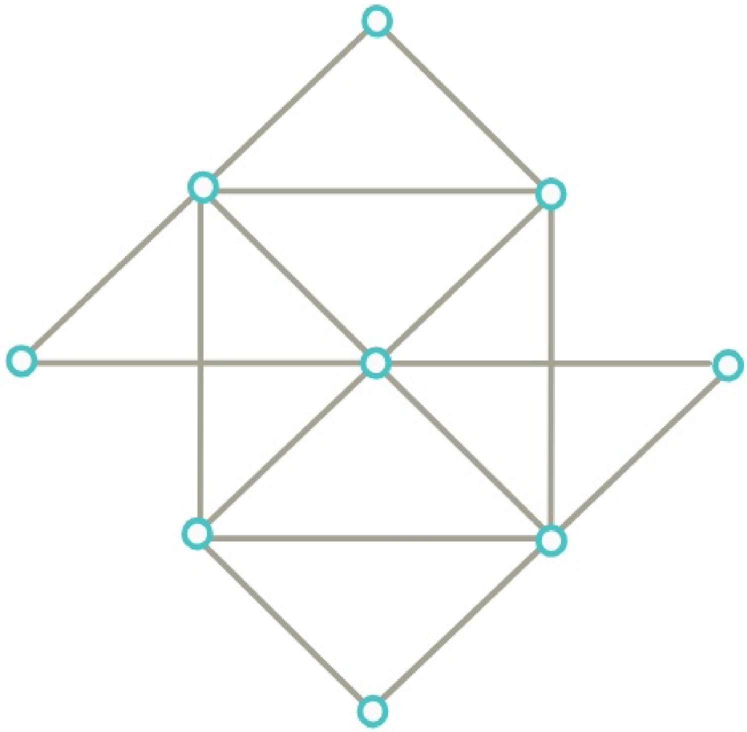
ii) S, I, B, E, D, H, C, A, F

Megállapítható-e egyértelműen, hogy melyik élt hagytuk el? Ha igen, akkor adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS-fát is.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

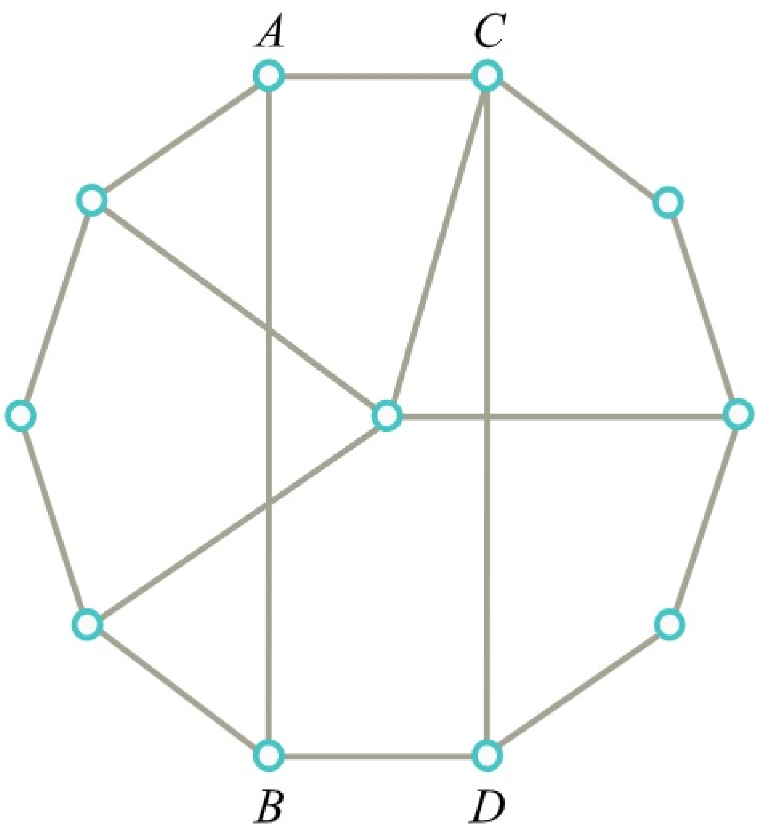
a) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



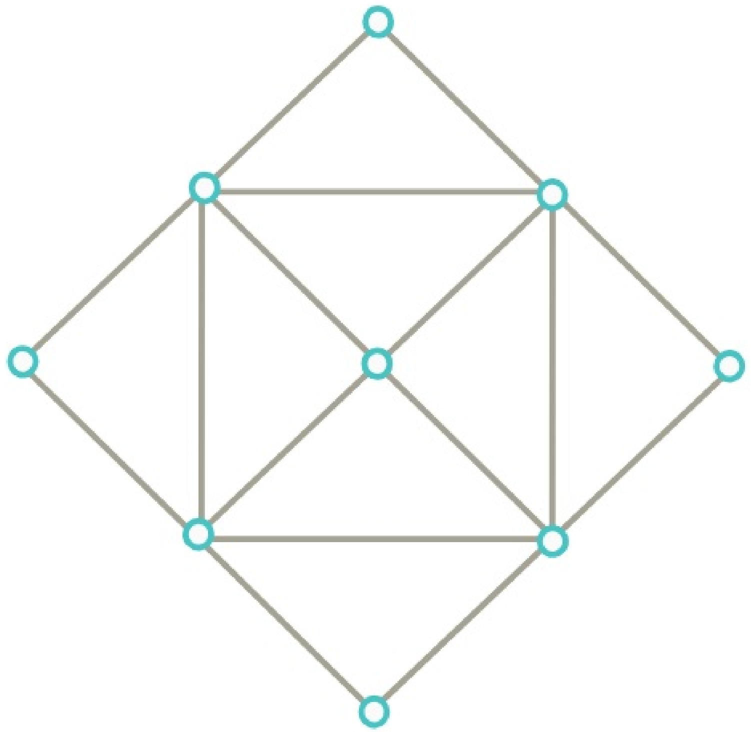
b) Van-e az alábbi gráfban olyan Hamilton kör...

i) ami nem tartalmazza az {A,B} élt?

ii) ami nem tartalmazza a {C,D} élt?

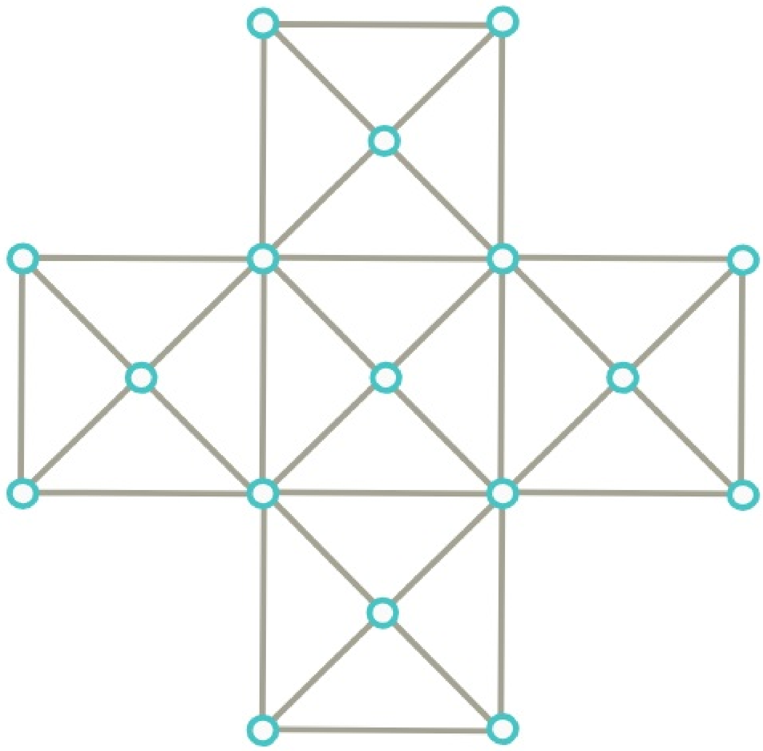


c) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



d) 1001 pontú gráf minden csúcsa legalább 501 fokú, kivéve egyetlen csúcsot, aminek a fokszáma 500. Bizonyítsuk be, hogy a gráfban van Hamilton kör.

e) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Az $x, y \in V(G)$, $x \neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G-ben, ha $|x - y| \leq 2$.

Van-e G-nek olyan feszítőfája, hogy összes éle olyan, amelyre $|x - y| = 2$ teljesül?

b) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Az $x, y \in V(G)$, $x \neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G-ben, ha $|x - y| = 2$ vagy $|x - y| = 3$.

Van-e G-ben Hamilton út, illetve Hamilton kör?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy 100 csúcsú G összefüggő gráf éleit az 1 és 2 súlyokkal súlyoztuk úgy, hogy az 1 súlyú élek részgráfja (vagyis az a gráf, melynek csúcsai azonosak G csúcsaival, de annak csak az 1 súlyú éleit tartalmazza) 7 komponensből áll.

Határozzuk meg G egy minimális összsúlyú feszítőfájának súlyát.

b) Egy 100 csúcsú összefüggő, egyszerű gráfnak 101 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor van a gráfban 3 páronként különböző feszítőfa. (Két feszítőfa akkor különböző, ha nem pontosan ugyanazon élek alkotják.)

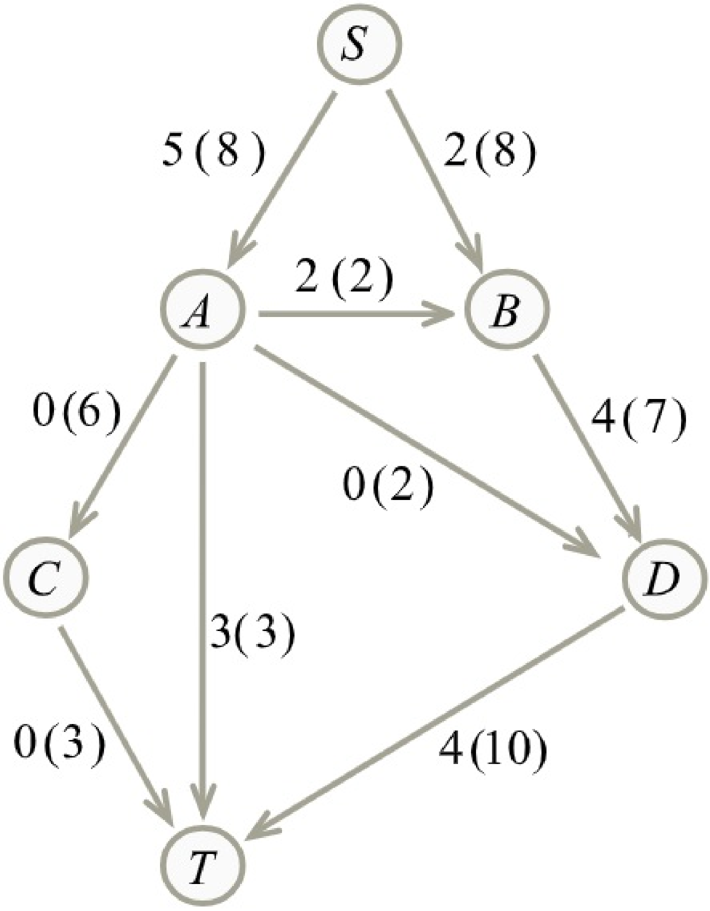
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ford-Fulkerson algoritmus

Itt egy csőrendszer, melyet irányított gráffal jelölünk.

Úgy tűnik, hogy 5+2=7 egység víz indul S-ből és 0+3+4=7 egység is érkezik meg.

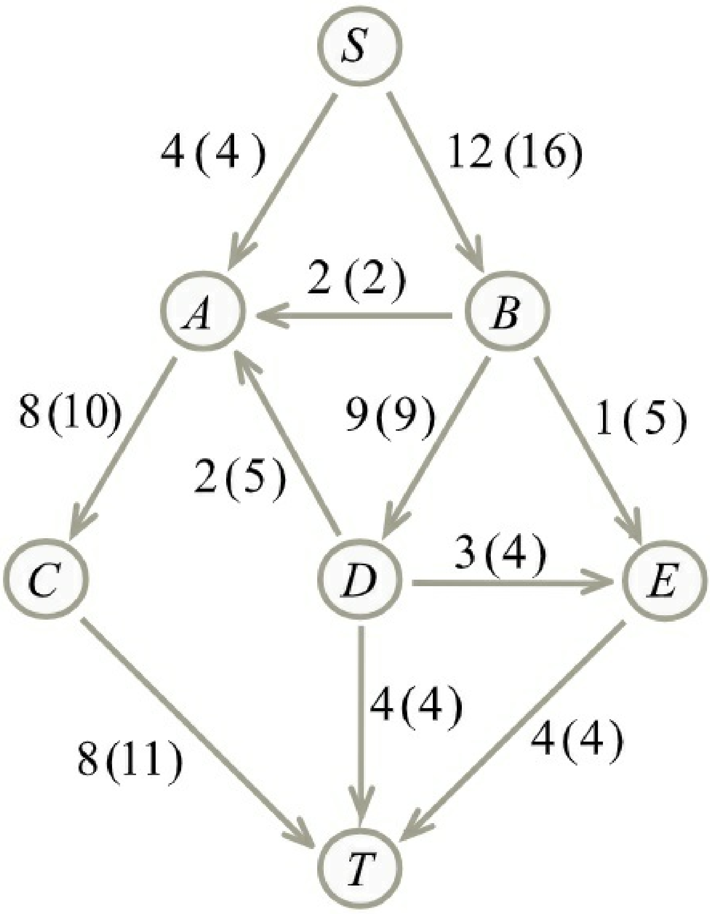
Próbáljunk meg ezen javítani.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a hálózat az élek kapacitásaival, és egy hálózatban futó folyammal.

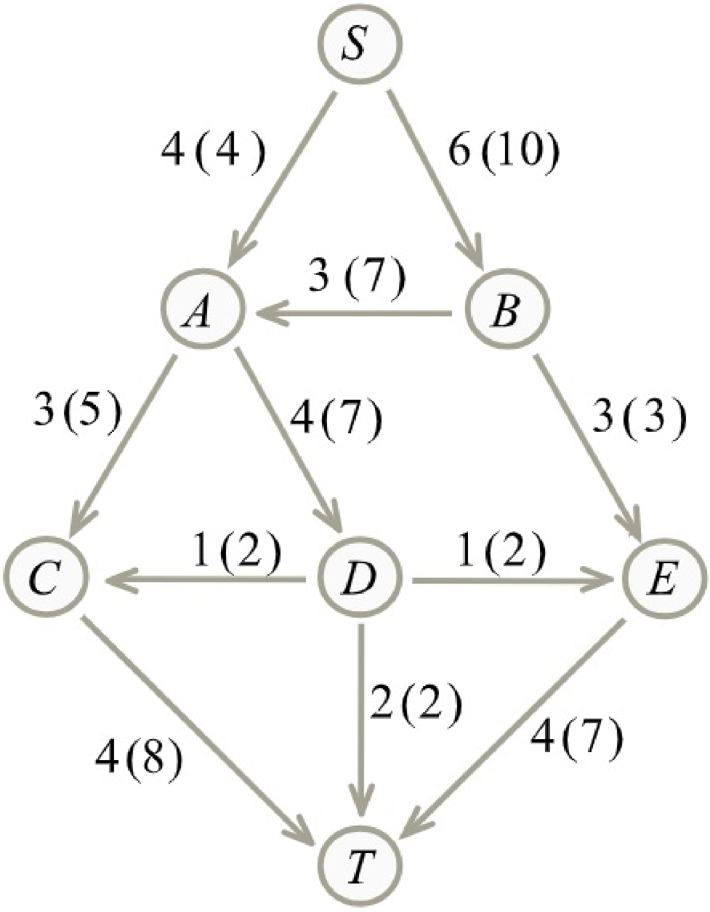
Ebből a folyamból kiindulva keressük meg az S-ből T-be vezető maximális folyamot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a hálózat, benne egy folyammal.

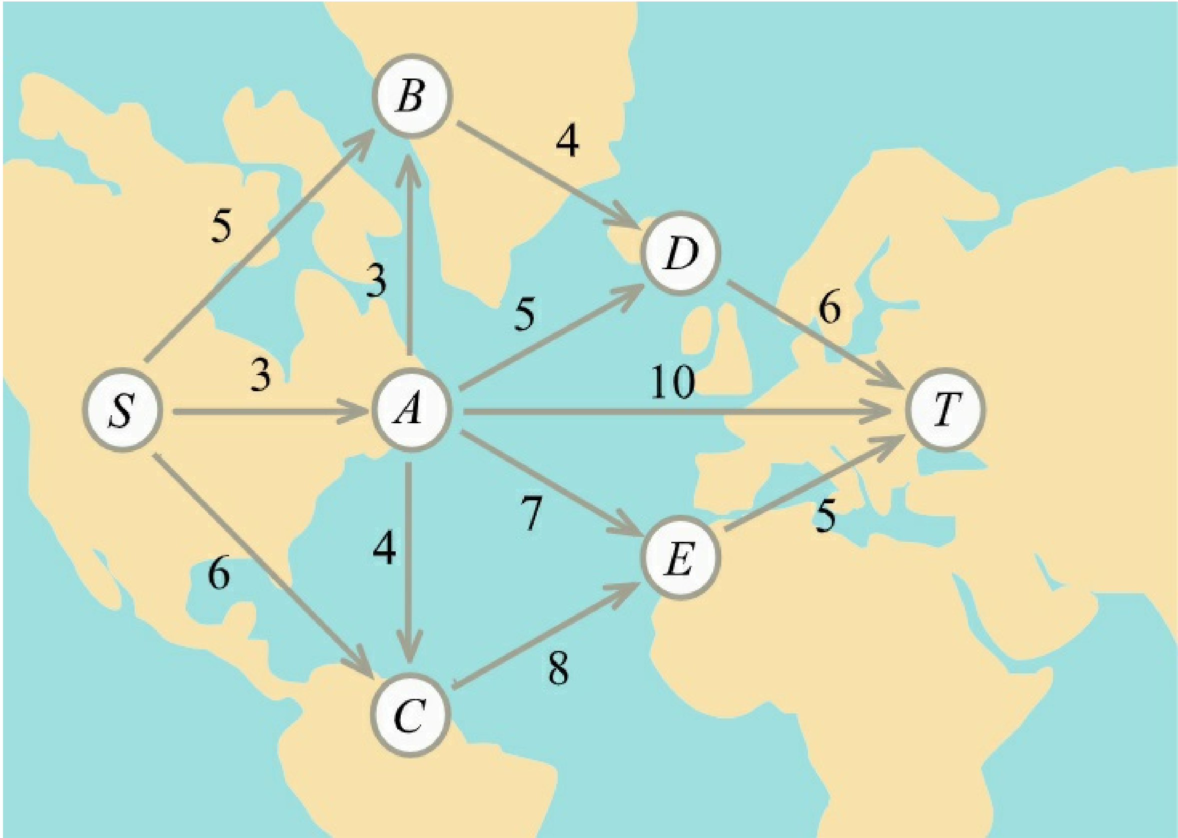
Készítsük el a javító gráfot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

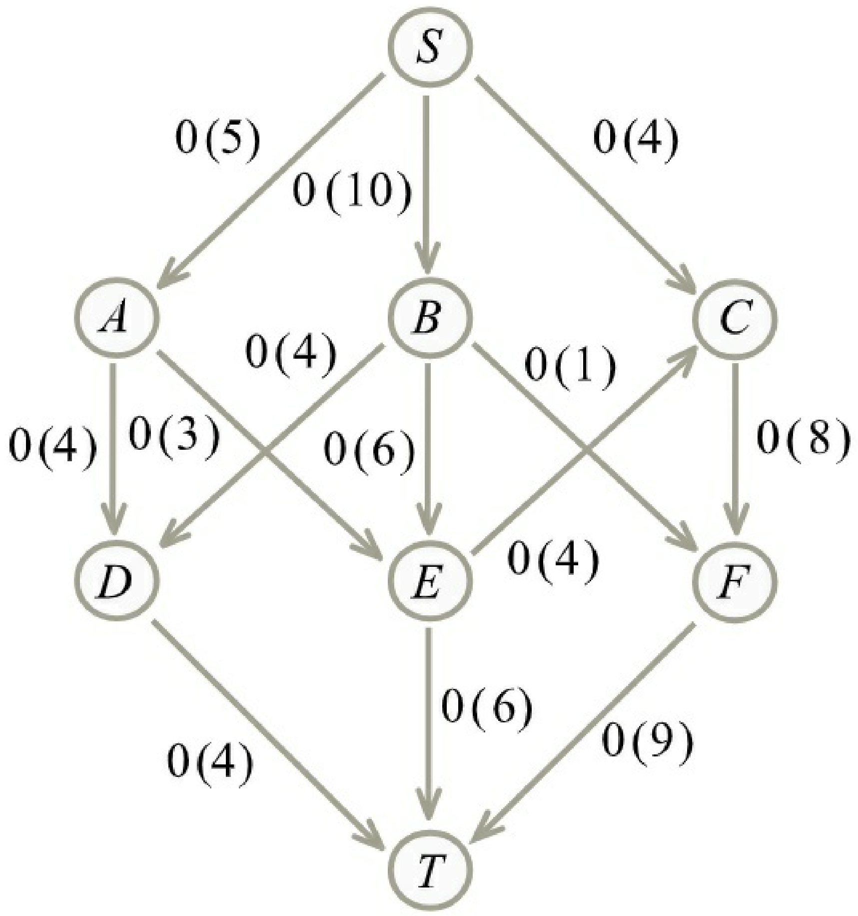
Történetünk lényege, hogy szeretnénk eljutni repülővel S-ből T-be, és ezek közül az útvonalak közül választhatunk.

Adott minden járat menetideje, a kérdés pedig az, hogy mennyi ideig fog tartani az út, és mennyi időnk lesz átszállni a repülőtereken.



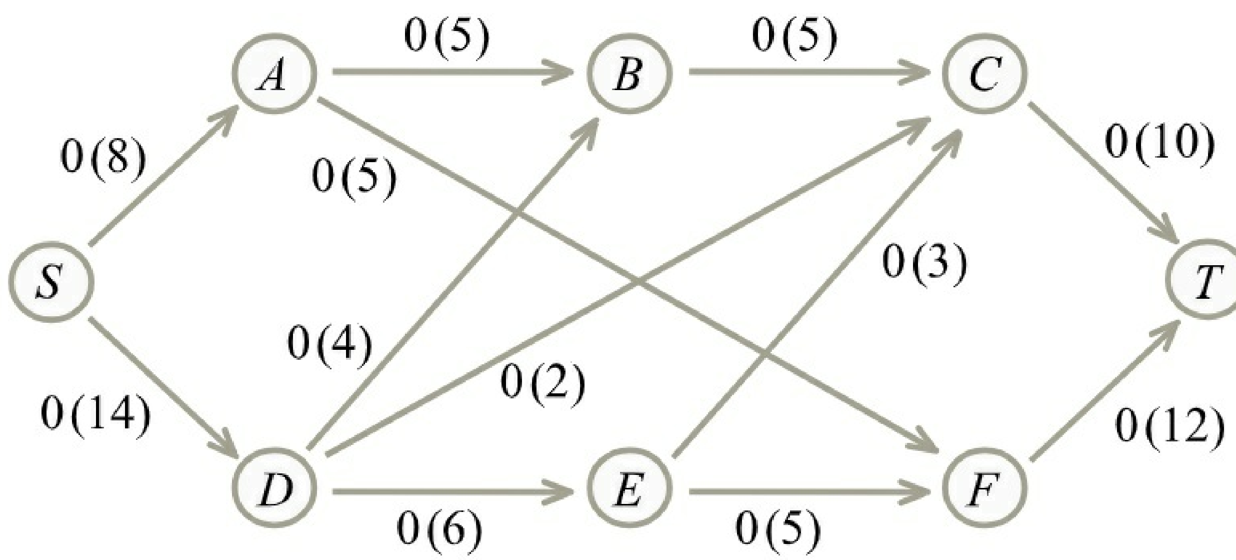
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



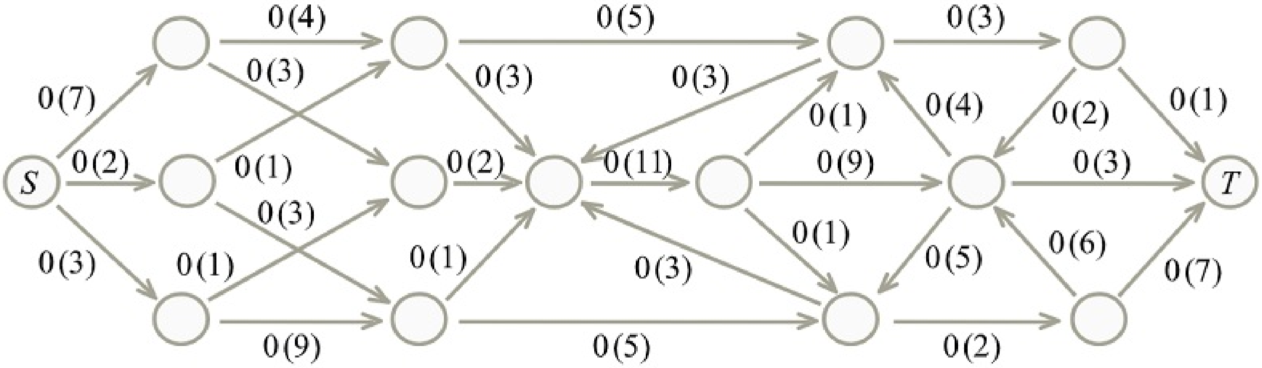
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



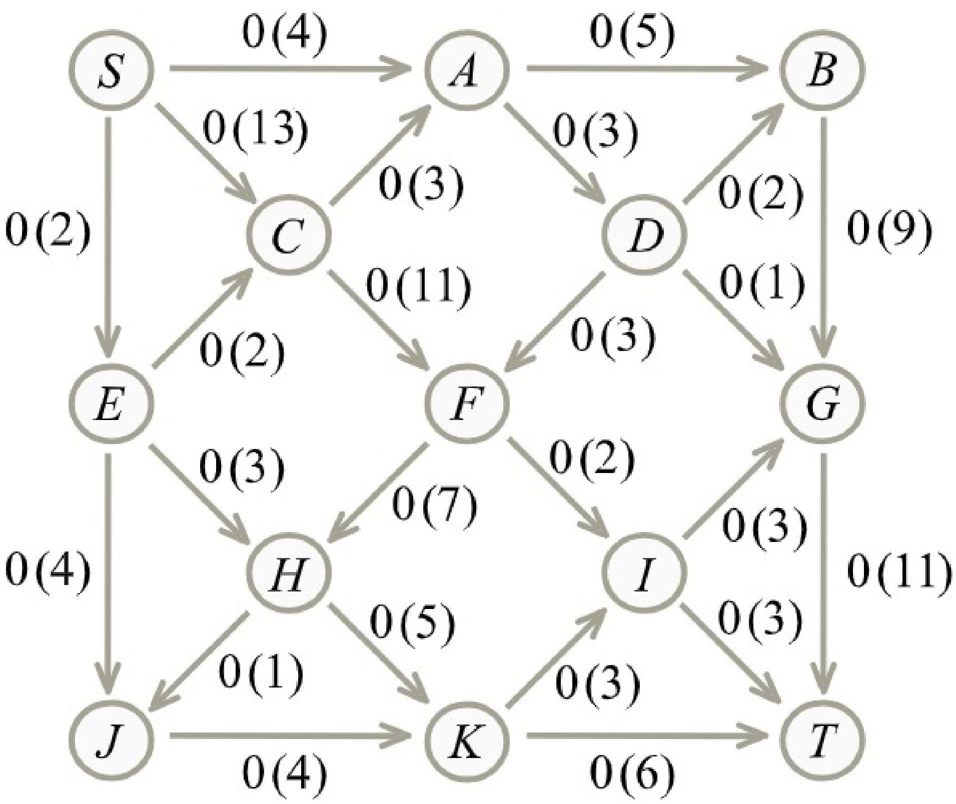
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



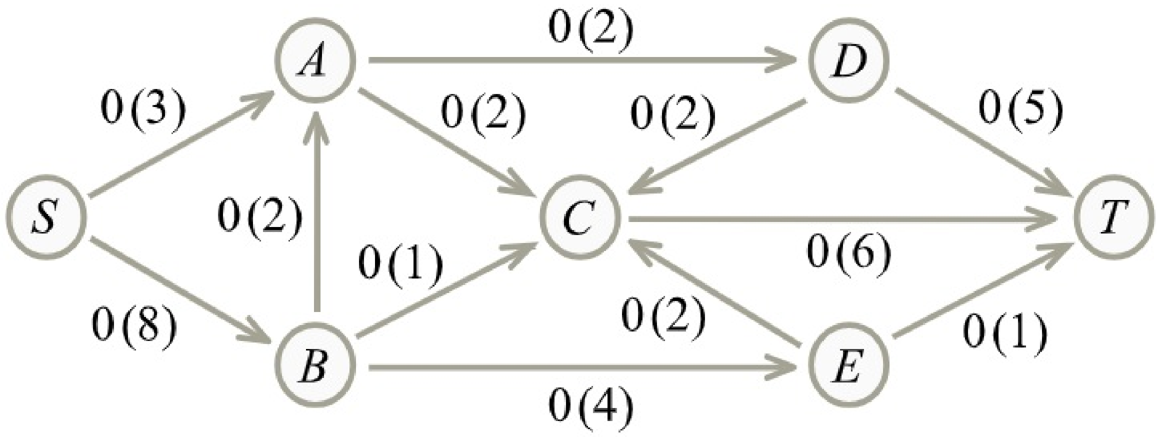
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



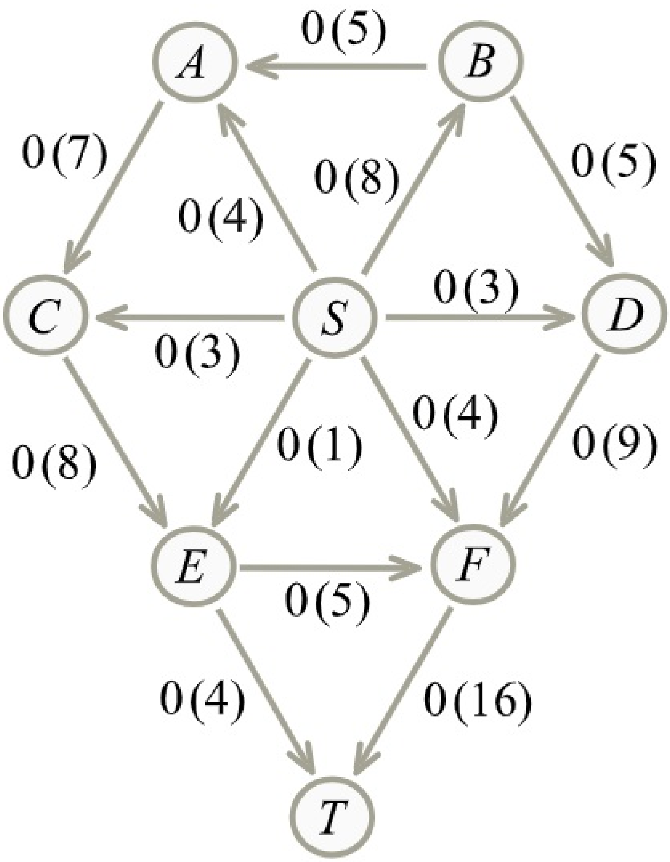
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



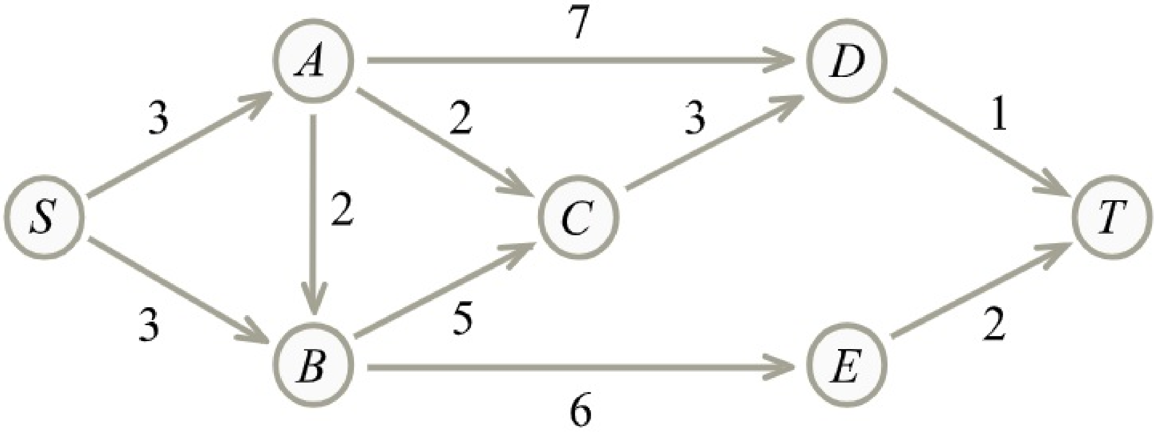
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



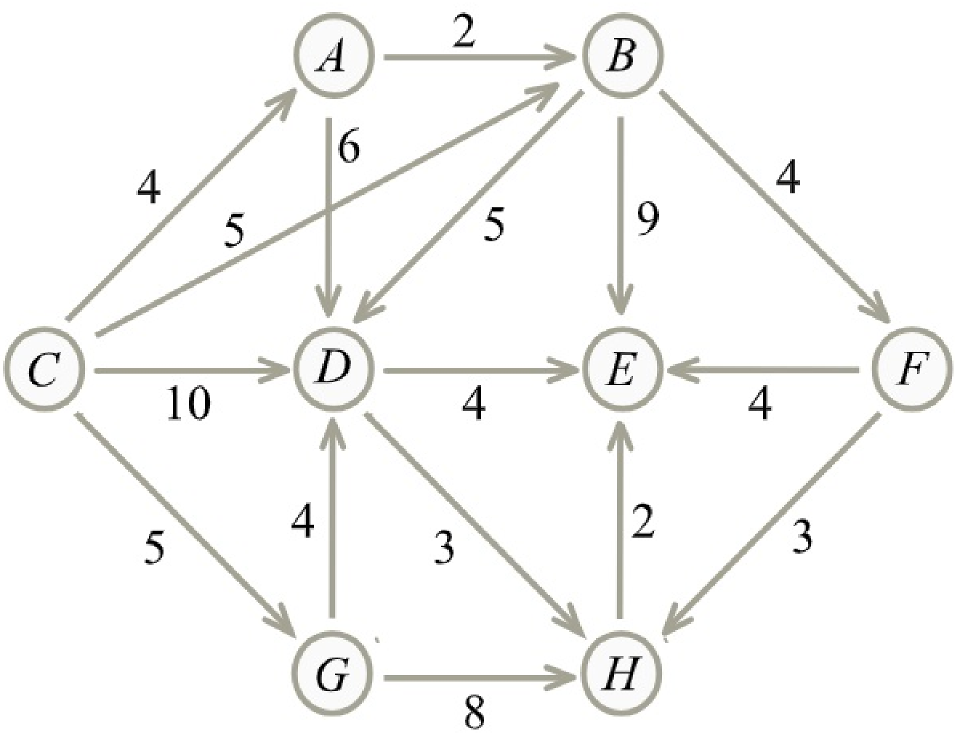
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



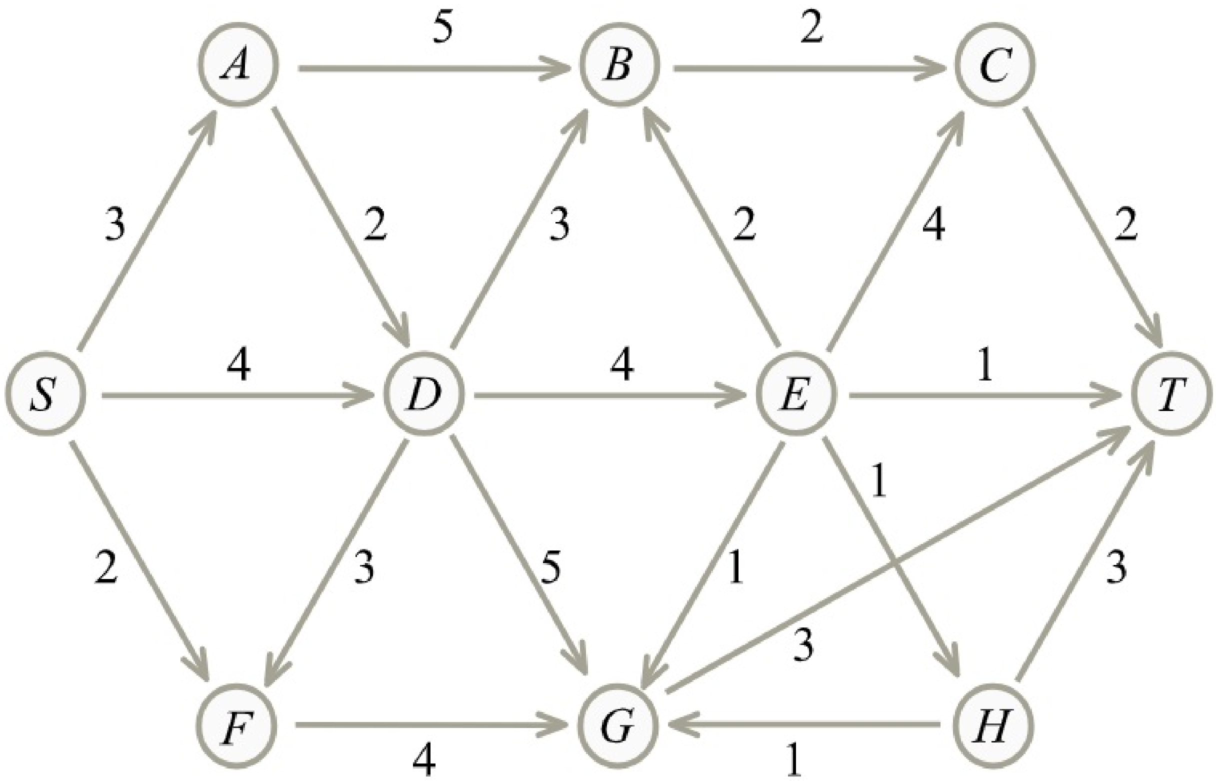
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



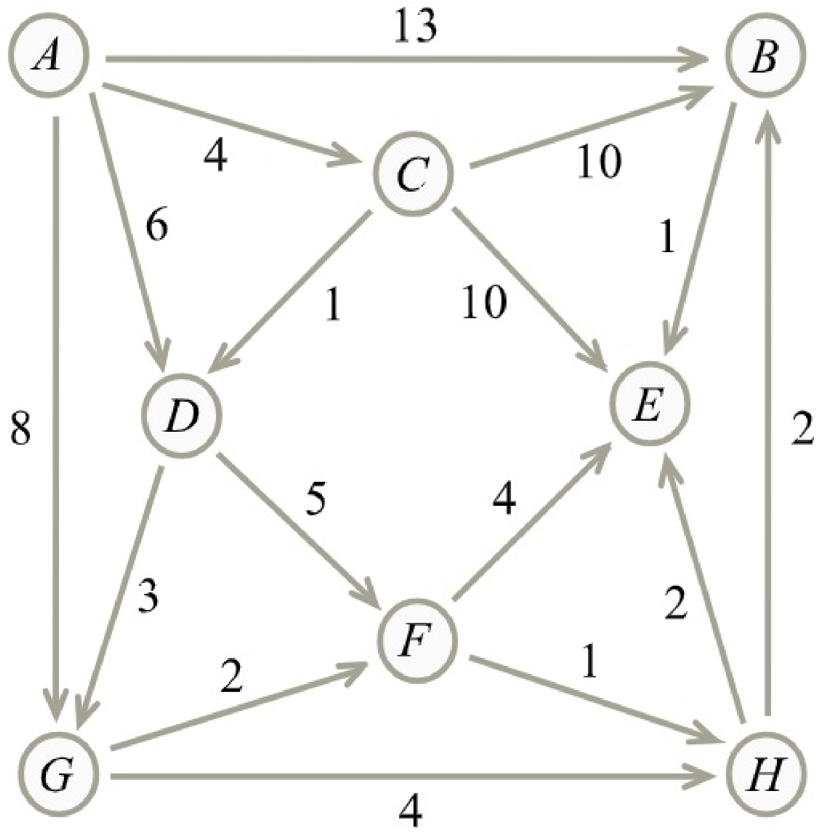
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



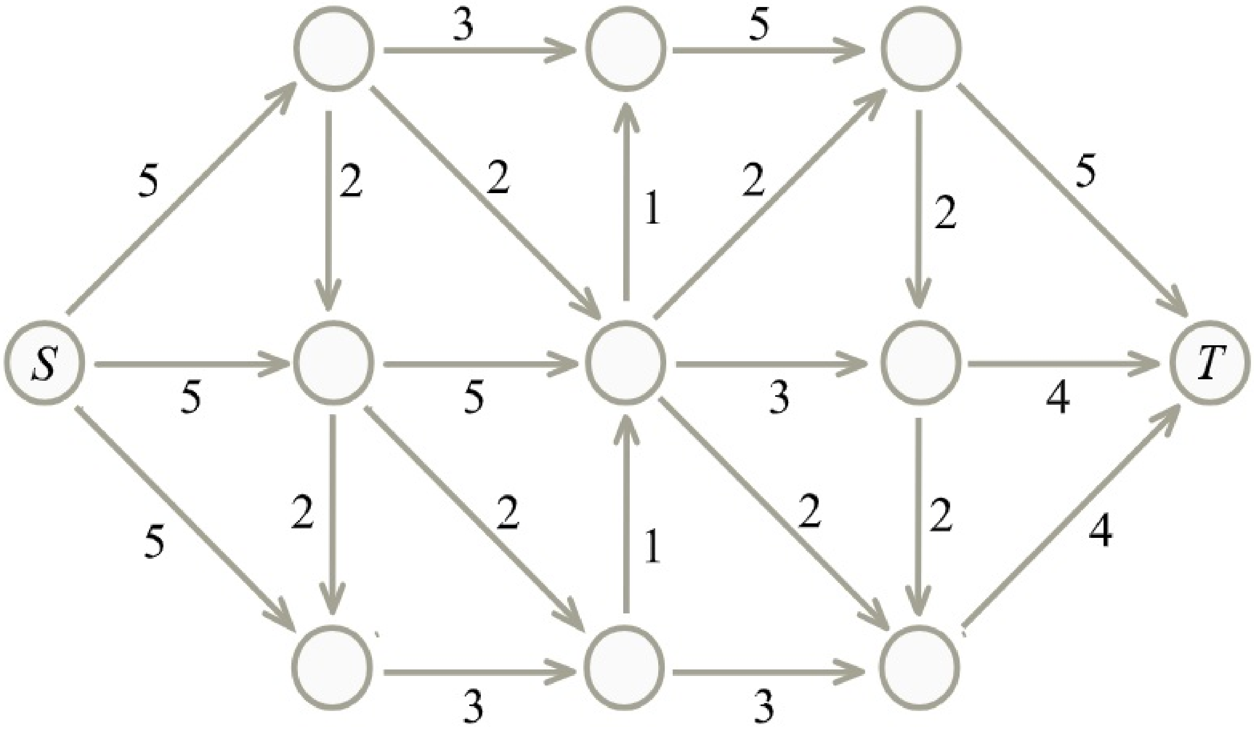
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



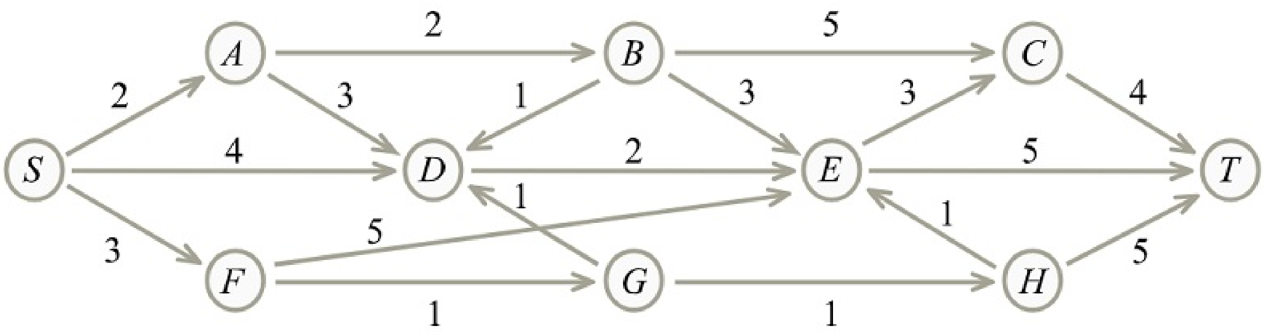
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



Megnézem a kapcsolódó epizódot