

Függvényvizsgálat, szélsőérték feladatok (emelt szint)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az a, b, c valós paramétereket úgy, hogy az $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28$ függvénynek $x = 2$ -ben zérushelye, $x = -4$ -ben lokális maximumhelye, $x = -1$ -ben pedig inflexiós pontja legyen!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy vasúti alagút építése során minél mélyebbre helyezik a nyomvonalat, annál hosszabb alagutat kell fúrni és maga az építkezés is egyre drágább lesz. Az eredetileg kijelölt nyomvonal 340 méteres tengerszintfeletti magasságban halad és az építési költség 5,6 milliárd svájci frank. A nyomvonal x méterrel mélyebbre helyezése az eredeti költséget ennyivel növeli: $a(x) = 40x^4 + 160x^3$ frank.

A mélyebben futó nyomvonalnak az előnye, hogy az áthaladó vonatoknak a hegységben történő átkelés során kisebb szintkülönbséget kell megtenniük. Ennek évenkénti gazdasági haszna: $p(x) = 80x^3$ frank.

Hogyha az alagút átadását követő 40 éves periódust vizsgálunk, hány méterrel lenne érdemes mélyebbre helyezni a nyomvonalat, hogy a lehető legnagyobb legyen a megtérülés?

b) Egy termék árbevétel függvénye $R(x) = 12400x^2 - 4000x^3$, a költségfüggvénye pedig $C(x) = 400x^2 + 2000$, ahol x a termék ára dollárban. Milyen egységár esetén maximális a profit és mekkora ez a profit?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 20000x^2 - 1000x^3 - 72000x$$

ahol x a termék árát jelöli euróban.

- a) Milyen ár esetén maximális az árbevétel?
- b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 5 eurós ár esetén?

Egy másik termék keresleti függvénye

$$f(x) = 260x^3 - 11x^4$$

ahol x a termék árát jelöli euróban.

A termék fajlagos költsége (tehát az egy termékre jutó költség) 12 euró.

- a) Milyen ár esetén lesz maximális a profit?
- b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 16 eurós és 21 eurós ár mellett?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 33x18 cm-es kartonlapból téglatest alakú dobozt készítünk. A doboz kiterített hálója és méretei itt láthatóak.

- a) Mekkora a doboz térfogata, ha $a = 7$ cm?
- b) Hogyan kell megválasztani az a, b, c élek hosszát ahhoz, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 17$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2x^6 - 6x^4 + \sqrt{37}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy részvény árfolyamának napi alakulását az alábbi függvény adja meg reggel nyolc és este hat óra között, ahol a nap x -edik órájában az árfolyam ezer dollárba megadva

$$f(x) = (x - 12)^2 e^{-\frac{x}{2}} + 10 \quad 8 \leq x \leq 18$$

Mekkora volt a nyitási és zárási árfolyam? A nap melyik órájában volt az árfolyam minimális, illetve maximális?

b) Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 10^6 \frac{1}{100+x^2}$$

ahol x termék egységárát jelöli. Milyen egységár esetén maximális az árbevétel?

c) Egy termék fajlagos nyeresége dollárban megadva

$$\pi(x) = e^{\frac{-x^2}{2}} + 2$$

ahol x a hetente eladott mennyiséget jelenti 1000 darabban.

Milyen eladási szám esetén optimális a heti teljes nyereség?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sorsjegyből havonta átlagosan 5000 darabot értékesítenek. Egy darab sorsjegy ára 500 Ft, de ezt csökkenteni szeretnék. A sorsjegy ára 10 Ft-os lépésekben csökkenthető. Ha az ár n -szer 10 Ft-tal alacsonyabb lesz, akkor havonta $10n^2$ -tel több sorsjegyet tudnak eladni ($n \in \mathbb{N}^+$). Mi az az n érték, amelyre a sorsjegyek eladásából származó havi bevétel maximális?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
