

## Függvények határértéke és folytonossága

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 3x - 10}{3x^2 - 8x + 4}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1}{x^2 + x - 6}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 + 7x + 12}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 4}{\sqrt{x + 5} - 3}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 + 7x + 12}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 + 7x + 12}$$

e)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{(x - 5)^2}$$

f)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 26}{(x - 5)^3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 - 12x^2}{x^4 - 16x^2}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16x^2 - x^4}{4x^3 - 16x^2}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 3x^3}{x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 5x - 24}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Folytonos-e a következő függvény a 3-ban?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 9x - 9}{x^2 - 7x + 12}, & \text{ha } x \neq 3 \quad x \neq 4 \\ 17, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

b) Adjuk meg az  $A$  és  $B$  paramétereiket úgy, hogy az aábbi függvény folytonos legyen 2-ben és 3-ban.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 16x + 20}{x^2 - 5x + 6}, & \text{ha } x \neq 2 \quad x \neq 3 \\ A, & \text{ha } x = 2 \\ B, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

c) Folytonossá tehető-e az alábbi függvény az  $x=1$  és az  $x=3$  helyen?

$$f(x) = \frac{(x-1)(12x-4x^2)}{(x-1)(3-x)^4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Döntsük el, hogy az alábbi függvények mely  $x$ -ekre folytonosak.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & \text{ha } x < -2 \\ x^3, & \text{ha } -2 \leq x \leq 2 \\ 12 - x^2, & \text{ha } 2 < x \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{x^4 - 4x^2}{x^3 - 2x^2}, & \text{ha } 0 < x < 2 \\ x^6 - 7x^3, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Folytonos-e a következő függvény az  $x = 2$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} 15 - x^2, & \text{ha } x \neq 2 \\ 2x + 3, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

b) Megadható-e az  $A$  szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az  $x = 1$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{Ax^2 - Ax}{3x^2 - 7x + 4}, & \text{ha } x < 1 \\ \sqrt{4x^3 + 3x + 9}, & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$$

c) Megadható-e az  $A$  szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az  $x = 3$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9Ax - Ax^3}{x^2 - 7x + 12}, & \text{ha } x < 3 \\ -36, & \text{ha } x = 3 \\ \frac{x^2 + 1}{3 - x}, & \text{ha } 3 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \sin 3x}{5x + \sin 4x}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin 4x}{4x^2 - 16 \sin 3x}$$

e)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 16x \sin x}{1 - \cos x + \sin^2 x}$$

f)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Folytonosak-e az alábbi függvények?

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - \cos^2 x}{x^2}, & \text{ha } x < 0 \\ \frac{x-2}{x^2-4}, & \text{ha } 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{4}(x-1)^{12}, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x}, & \text{ha } x < 0 \\ x^6 + 5x^4, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^4-x^2}{x^3-x}, & \text{ha } 1 < x \leq 2 \\ e^{x-2} + 1, & \text{ha } 2 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 16x + 55}{4x^2 - 16x - 20}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{3x^2 + 4x - 15}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16x^2 - x^4}{4x^3 - 16x^2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^4 - 16}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Megadható-e az  $A$  és  $B$  szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az  $x = -1$  és  $x = 0$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{3x + 3}, & \text{ha } x < -1 \\ Ax + B, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{x - \sin 2x}{x + \sin x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

b) Megadható-e az  $A$  szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az  $x = 0$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + \sin^2 x}{x^3 - \tan(4x^2)}, & \text{ha } x < 0 \\ A, & \text{ha } x = 0 \\ \frac{x^2 - \sin(3x)^2}{\sin^2 2x + 3x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

c) Megadható-e az  $A$  szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az  $x = 4$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - 4 + x^2 - 16}{\tan(x^2 - 16)}, & \text{ha } x < 4 \\ 12A, & \text{ha } x = 4 \\ -24 \frac{16x^2 - 4x^3}{x^4 - 64}, & \text{ha } x > 4 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Folytonos-e az alábbi függvény az  $x = 4$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 14}, & \text{ha } x \neq 1 \text{ } x \neq 4 \\ 12, & \text{ha } x = 4 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $A$  paraméter esetén tehető folytonossá az alábbi függvény az  $x = 4$  helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}, & \text{ha } x \neq 1 \text{ } x \neq 4 \\ Ax + 1, & \text{ha } x = 4 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $A$  és  $B$  paraméterek esetén tehető folytonossá az alábbi függvény az  $x = 3$  és  $x = 4$  helyeken?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-4)}{x^2-7x+12}, & \text{ha } x \neq 3 \text{ } x \neq 4 \\ A, & \text{ha } x = 3 \\ B, & \text{ha } x = 4 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $A$  és  $B$  paraméterek esetén tehető folytonossá az alábbi függvény az  $x = 3$  és  $x = 4$  helyeken?

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \arctan \frac{1}{x^2-4x}, & \text{ha } x \neq 0 \text{ } x \neq 4 \\ A, & \text{ha } x = 0 \\ B, & \text{ha } x = 4 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg az alábbi függvényről, hogy folytonos-e.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{e^x+1}, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{\sin x + \sin 2x}{x \cdot \cos x}, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $A$  paraméter esetén lesz folytonos az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} A \cdot e^{x-4}, & \text{ha } x \leq 4 \\ \frac{\sin(x-4)}{x^2-7x+12}, & \text{ha } 4 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $A$  és  $B$  paraméterek esetén lesz folytonos az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi \cdot \sqrt[3]{x^4})}{1 - \cos \sqrt[3]{x^2}}, & \text{ha } x < 0 \\ Ax + B, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^2-x^4}{x^2-1}, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \arctan \frac{1}{x-4} + \frac{x^2-9}{x^2-3x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \arctan \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi \cdot \sqrt[4]{x^3})}{\sqrt[4]{x^3}}, & \text{ha } x < 0 \\ \frac{x^4 - 16}{x^3 - 4x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \frac{|x-4| \cdot \sin x}{x^2 - 4x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \frac{|x-5| \cdot \sin(x-4)}{x^2 - 9x + 20}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = x^2 \cdot \arctan \frac{1}{x^2 - 4x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & \text{ha } x < 0 \\ \frac{\arctan \frac{1}{x}}{\sin x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}, & \text{ha } x < 0 \\ \arctan \frac{x}{x-1}, & \text{ha } 0 \leq x < 1 \\ A(x + \ln x), & \text{ha } 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hol és milyen típusú szakadása van ennek a függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{x-5}{x-4}, & \text{ha } x < 4 \\ A \cdot \cosh^4(x-4), & \text{ha } x \geq 4 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---