Halmazok, rendezett párok, leképezések, matematikai logika

Adottak az A és B halmazok:

$A = \{1,2,3,4,7,8\} \quad B = \{1,3,4,5,6\}$

Határozzuk meg...

a két halmaz metszetét!

a két halmaz unióját!

$B \setminus A$-t!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A halmaz legyen a $[2,6]$ zárt intervallum, a B halmaz pedig az $]1,4[$ nyílt intervallum.

Határozzuk meg ezeket:

$A \cap B \quad A \cup B \quad A \setminus B$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy osztályban 12-en utálják a matekot és 18-an a fizikát. Összesen 20-an vannak, akik a kettő közül legalább az egyiket utálják. Hányan utálják mindkettőt?

b) Egy osztályba 20 tanuló jár. Az osztály összes tanulója közül 9-en szeretik a matekot és közülük 5 lány. Tudjuk még, hogy 5 fiú nem szereti a matekot. Hány lány jár az osztályba?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy osztályba 20-an járnak. Közülük 16-an vannak, akik a matekot és a fizikát is utálják. Hányan vannak, akik legalább az egyik tantárgyat szeretik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a G és H halmazok:

$G = \{1,2,3,4,6,12\} \quad H = \{1,2,4,8,16\}$

Határozzuk meg a $G \cap H$ és $G \setminus H$ halmazokat!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A halmaz elemei a 28 pozitív osztói, a B halmaz elemei a 49 pozitív osztói. Adjuk meg az $A \cap B$ és $B \setminus A$ halmazokat elemeik felsorolásával!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy városban 60 étterem, 56 bár és 36 reggeliző hely üzemel. Olyan, ami étterem és bár is egyben 16 darab van, ami reggelizőként és bárként is üzemel, olyanból 20 darab van, és ami reggeliző és étterem is, olyan 11 darab van. 4 olyan hely van, ami reggelizőként, étteremként és bárként egyszerre működik. Hány olyan bár működik a városban, ami nem étterem és nem reggeliző hely?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van három halmaz, $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$, $B = \{x \in Z^{+} | 1 \leq x^2 \leq 24\}$ és C pedig a 15 pozitív osztóinak halmaza. Ábároljuk ezeket a halmazokat és adjuk meg elemeinek felsorolásával az $A \cup B \cap C$ és az $A \cap B \setminus C$ halmazokat.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egyenlő-e ez a két halmaz?

$A = \{4; 6; 5; 7\} \quad B = \{7, 6, 5, 4\}$

b) Soroljuk fel az $A = \{x, y, z\}$ halmaz összes részhalmazát.

c) Hány elemű lesz B-nek a hatványhalmaza?

$B = \{5, 6, 7, 8\}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igaz-e a következő?

$(A \Delta B) \Delta A = A$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be, hogy

a) $(A \cup \overline{B}) \cap B = A \cap B$

b) $(A \setminus (B \setminus A) = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$

c) $A \Delta ((B \cup A) \Delta A) \Delta B = (A \cap B) \Delta (A \setminus B)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Hogyha A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \cap B = A \cup B$, akkor vajon igaz-e, hogy $A \Delta B = A \setminus B$?

b) Hogyha A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \Delta B = B$, akkor vajon igaz-e, hogy $(A \cup B) \Delta (A \cap B) = B \setminus A$?

c) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges A és B halmazokra teljesül, hogy:

$$(A \cup \overline{B}) \cap B \subseteq (A \cup B) \setminus (B \setminus A)$$

d) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges A, B és C halmazokra teljesül, hogy:

$$(A \cup B) \setminus (C \cap (B \setminus A)) = A \cup (B \setminus C)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $A = \{1, 2\}$ és $B = \{a, b, c\}$ halmazok Descartes-szorzatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez az állítás: "Minden mamut sárga."

Válasszuk ki innen azokat, amik az állítás tagadása:

Egyik mamut sem sárga.

Van olyan mamut, ami sárga.

Van olyan mamut, ami nem sárga.

A legtöbb mamut nem sárga.

Nem minden mamut sárga.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Dontsük el az alábbi állításokról, hogy igazak, vagy hamisak.

a) Esik az eső és a mamut piros.

b) Esik az eső vagy a mamut piros.

c) Ha esik az eső, akkor a mamut piros.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Készítsük el az alábbi állítások igazságtábláit.

a) $\neg A \wedge \neg B$

b) $A \wedge \neg B$

c) $(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$

d) $\neg A \Rightarrow (A \wedge B)$

e) $\neg A \wedge (A \vee B)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Van itt két láda. Az egyikben arany van, a másik üres, a ládákon lévő feliratok pedig lehetnek igazak vagy hamisak is. Anélkül, hogy hozzárénénk a ládákhoz, meg tudjuk-e mondani, hogy melyikben van az arany?

A ládák feliratai: "Ha a másik ládában van az arany, akkor mindkét ládában hamis felirat van." és "Az arany nem ebben a ládában van."

b) Ezúttal már három láda van. Az egyikben arany van, a másik kettő üres, a ládákon lévő feliratok pedig lehetnek igazak vagy hamisak is.

A ládák feliratai:

"A másodikon ládán a felirat igaz."

"Az arany ebben a ládában van és az első ládán a felirat hamis."

"Az arany olyan ládában van, amin a felirat hamis."

c) Most pedig tegyünk egy kört a lovagok és lókötők szigetén. Ezen a szigeten kétféle ember él, akik külsejük alapján teljesen egyformák. Csak éppen a lovagok mindig igazat mondanak, a lókötők pedig mindig hazudnak. Találkozunk két szigetlakóval.

X azt mondja: "Ha Y lovag, akkor én lókötő vagyok.". Y nem mond semmit. Milyen típusú X és Y?

d) Egy másik alkalommal három szigetlakóval találkozunk, akik ezt mondják:

X: "Y lókötő és Z lovag."

Y: "Lókötő vagyok és Z lovag."

Milyen típusú X, Y és Z?

e) Végü legy újabb esetben ismét három szigetlakóval találkozunk, akik ezt mondják:

X: Y lovag.

Y: X lókötő és Z lovag.

Milyen típusú X, Y és Z?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tagadjuk a következő állítást:

"Az áldozat a szobában van, és ha nem találják meg, akkor holnap is ott lesz."

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi a teljes diszjunktív normálformája?

a) $A \Rightarrow (B \wedge C)$

b) $(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg A$

c) $(A \Rightarrow B) \wedge (A \vee B)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot