MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MATEK 2 DE tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 13.

Tartalomjegyzék

Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x,y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x,y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x,y) = e^{x-2} - x + \ln\left(y^2 + 1\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y) = xy + 12$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

b) $f(x,y) = 12 - x^2 - y^2$, a feltétel: $x - y - 4 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4 \to \min.$, a feltétel: $3x - y = 2$

b) $f(x,y) = x + y + 4 \to \min.$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x,y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$, adjuk meg a szintvonalakat $c = 0$, $c = 5$, $c = 10$ és $c = 15$ esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y) = 5x^2 + 5y^2 \to \text{min.}$, a feltétel: $x - y = 2$

b) $f(x,y) = 10xy \to \text{max.}$, a feltétel: $x + y = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $f(x,y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2,1)$ pontbeli értintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0,1,1)$ pontban az $f(x,y) = \ln\left(\alpha \cdot x + y^2\right) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1,0,1)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$ iránymenti deriváltját a $\underline{v} = (3,4)$ irány szerint az $(1,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az A típusú eladási ára $x a B típusúé $y, akkor az alkalmazott áraktól függően az A típusból $f(x,y) = 29 - 3x + y$, a B típusból pedig $g(x,y) = 16 + x - 4y$, az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az A típusú termék előállítási költése $2/darab míg a B típusúé $1/darab?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = xy^2 - y^2 - 2\ln(xy)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = -8x + y + \frac{1}{x^2 y}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = \left(x^2 - 6x\right) \cdot \left(y^2 - 4y\right) \qquad x, y > 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(2,5,f(2,5))$ pontban!

$$f(x,y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(1,-1,f(1,-1))$ pontban!

$$f(x,y)=6xy-3x^2y-y^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos a $z=3x+2y-7$ síkkal és az $f(x)=2x^3y-y^2+3x$ függvényt érinti!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0,2,1)$ pontban, az $f(x,y)=e^{\alpha\cdot x}+y\cdot\ln\left(xy^2+1\right)$ függvényhez húzott érintő az $R(1,3,1)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(1,0,f(1,0))$ pontban, az $f(x,y)=\alpha\cdot x^2\cdot e^y+y\cdot\ln\left(xy^2+\alpha\right)$ függvényhez húzott érintő az $R(0,1,2)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x,y)=2x\ln\left(x^2-xy^2-4\right)$ függvény totális deriváltját a $P(5,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=yx^5-2xy^3+4x-5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=x^3-3xy^2-5y+e^{2x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\arctan\left(y^x\right)$ gradiensét a $P_0(1,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\sin\left(\ln\left(y^x\right)\right)$ gradiensét a $P_0(3,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\cos\ln\left(x^y\right)$ gradiensét a $P_0(7,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$g(x,y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) Itt van ez a függvény

$f(x, y) = 3x + 4y$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(2,1)} 3x + 4y = 10$$

b) Itt van ez a függvény

$f(x, y) = x^2 + x + y^2 + 7$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^2 + x + y^2 + 7 = 13$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x + 5y}{x - 3y} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4xy}{2x^2 + xy + y^2} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2 + (y-2)^2} = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4xy^2}{x^2+y^2} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{12xy}{x^2+y^4} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{12xy}{x^4+y^4} = ?$$

d)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^6+y^6} = ?$$

e)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{x^4+y^4} = ?$$

f)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^2+x^2y^4} = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

Adjuk meg az x és y szerinti parciális deriváltjait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 + 3y^2$

Differenciálható-e az $R(1,2)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x \cdot \cos y$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} x \cdot \cos y = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x-y}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2-y^2}{x-y} = 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 + 3y^2 + 5$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^2 + 3y^2 + 5 = 18$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = \frac{x^2 y}{x^2+y^2}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2} = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 + y^2$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(3,4)} x^2+y^2 = 25$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = 4x^2 + y^2$

Differenciálható-e az $R(1,2)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 y$

Differenciálható-e az $R(2,3)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = xy^2$

Differenciálható-e az $R(1,0)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = xy^2$

Differenciálható-e az $R(2,1)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kettős és hármas intergrál, térfogati integrál

Határozzuk meg az alábbi kettős integrál értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dxdy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dydx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dydx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 xe^{xy}\, dxdy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2\, dydx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5-x^2-y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a $D: x^2+y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}+4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki a $z=\sqrt{x^2+y^2}$ és a $z=6-x^2-y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x+y+z)\, dxdydz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1\, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^{2} 1 \, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk az origó középpontú $R = 5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$f(x,y,z) = z\left(x^2 + y^2\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$

$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z\left(x^2 + y^2\right)$

$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} 3x - 2y^3 + 2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy+2)^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(y+e^{3x}-1\right)\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{\left(2x+3y^2+1\right)^2}\, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(x^2-1\right)\cdot e^{-3y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x+y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx dy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dx dy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad 0 \leq x \quad 0 \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$

$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad 3x^2 \leq y^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy$

$D: x^2 - 4x + y^2 \leq 21$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}} \, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: \sqrt{x^2+y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z \cdot \sqrt{x^2+y^2}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2}\ dxdy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$f(x,y) = 2x\cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$f(x,y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \left\{(x,y) \in R^2 \ \mid \ 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx\right\}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az $f(x,y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az x tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Paraméteres görbék

Adjuk meg az Arkhimédészi spirál paraméteres görbe képletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a ciklois paraméteres görbe képletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a paraméteres görbék. Ábrázoljuk őket koordinátarendszerben és találjuk ki, hogy így melyik függvény grafikonját kaptuk.

a)

$$x(t) = t + 3 \qquad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t}$$

b)

$$x(t) = e^t + 1 \qquad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = e^{2t} - 2$$

c)

$$x(t) = 3 + \cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

d)

$$x(t) = 3\cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2\sin t$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék görbületét.

a)

$x(t) = 6 \cdot \cos t$

$y(t) = 2 \cdot \sin t$

b)

$x(t) = 4 \cdot \cos t$

$y(t) = 3 \cdot \sin t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $y = x^2$ parabola simulókörét az origóban.

b) Adjuk meg a koszinusz függvény simulókörét az origóban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi görbe kísérő triéderét.

$r(t) = (2\cos t, 2\sin t, t)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi görbe görbületét és torzióját.

$r(t) = (2\cos t, 2\sin t, t)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi görbe síkgörbe, adjuk meg a görbe síkjának normálvektorát és számoljuk ki a görbületet.

$r(t) = (\sin t, \cos t, \sin t)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t) = t - 2 \qquad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t} + 1$$

b)

$$x(t) = t - 1 \qquad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^2 - 2$$

c)

$$x(t) = t + 1 \qquad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^3 - 1$$

d)

$$x(t) = 1 + \cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

e)

$$x(t) = 3 + \cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

f)

$$x(t) = -2 + \cos t \qquad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

g)

$$x(t) = 3 + 2\cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + 2\sin t$$

h)

$$x(t) = 2 + 3\cos t \qquad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + 2\sin t$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi ellipszisek paraméteres egyenleteit, majd ábrázoljuk is őket.

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

b) $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$x(t)=\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=\sinh t$

b)

$x(t)=3\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=2\sinh t$

c)

$x(t)=-2\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=2\sinh t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=R(t-\sin t) \quad y=R(1-\cos t)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=\cos^3 t \quad y=\sin^3 t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,3]$ intervallumon.

$x=t^3 \quad y=6t^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektormezők, görbementi és felületi integrálok

Számoljuk ki a görbe menti integrált erre a görbére:

$$r(t) = (1 + 3\cos t, 3\sin t) \qquad \frac{\pi}{3} \leq t \leq \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 + 5x, y^4 + 3xy\right)$$

És számítsuk ki az integrálját ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t) \qquad 0 \leq t \leq \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mekkora lesz a fluxus a vikingeknél, ha a szél a vektormező minden pontjában egyenletesen fúj, és a vitorla sarkai: $A(10,-4,1), B(10,4,1), C(10,4,9), D(10,-4,9)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 + y^2, x + y^3\right)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = \left(3t, t^2\right) \qquad 0 \leq t \leq 2$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2 + xy^2, x^2 + y^2, x + y\right)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, t) \qquad 0 \leq t \leq 6\pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 - z, x^2 + y, x + 2z\right)$$

És integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \qquad -2 \leq x \leq 2 \quad -1 \leq y \leq 1$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 - z, x^2 + y, x + 2z\right)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = \left(3t, t^3 + t, t^2 - t\right) \qquad 0 \leq t \leq 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2 + yz\right) \underline{i} + \left(2x^2 - y^2\right) \underline{j} + \left(-x^2 + z^2\right) \underline{k}$$

és integráljuk az AB szakasz mentén, ha $A = (1,1,0), B = (5,7,-4)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^3 - xz, x^2 + y^3, z + y^2\right)$$

és integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \qquad -1 \leq x \leq 1 \quad -2 \leq y \leq 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Divergencia és rotáció

Itt egy $R^2 \to R^2$ vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 + y^2, 2xy\right)$$

Számoljuk ki a divergenciát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy $R^2 \to R^2$ vektormező:

$$v(x,y) = \left(y^2, x^2\right)$$

Számoljuk ki a rotációt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt egy $R^3 \to R^3$ vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^4 + ye^z, y^2 + z^2, x^2e^{yz}\right)$$

Számoljuk ki a divergenciát és a rotációt.

b) Forrásmentes-e és örvénymentes-e a következő vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2 + 2yz, y^2 + 2xz, z^2 + 2xy\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy $v(x,y,z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x,y,z)$ függvény.

$$F(x,y,z) = x^5 + e^x y^3 + y^4 + z^4$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját és rotációját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(4x^3 - 4yz, e^y + 1 - 4xz, -4xy + 3z^2\right)$$

Mi a potenciálfüggvénye?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy $v(x,y,z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x,y,z)$ függvény.

$$F(x,y,z) = x^4 + y^2z^2 + xy^3$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját, rotációját és integráljuk az $r(t) = \left(3t, t^2, t\right)$ görbén $t = 0$ és $t = 2$ között.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2 + z^2, x + y^3, z + x^4\right)$$

Integráljuk a vektormezőt egy 2 élű kockának a felületén.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(xz^2, x + y, yz\right)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(xz^2, x + y, yz\right)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' = 2xy - x^2y'$

b) $y' + y^2 = e^x \left(1 + y^2\right) - 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(x^2 + y^2\right) dx = xydy$

b) $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c) $\left(x^4 + 5y^4\right) dx = 4xy^3dy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(4x^3y^3 + e^x\right) dx + \left(3x^4y^2 + 3y^2\right) dy = 0$

b) $\left(2xe^y + 4x^3\right) dx + \left(x^2e^y - \sin y\right) dy = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(3xy + 2)dx + x^2dy = 0$

b) $\left(y^3 - x\right) dx + 3y^2dy = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(y+\cos^3 x\right) dx+\sin x \cos x dy=0$

b) $\left(y \frac{1}{\cos^2 x}+\cos x\right) dx+\frac{\sin x}{\cos x} dy=0$

c) $4 x y d x+\left(x^2+1\right) d y=0$

d) $4 x y^{\frac{1}{2}} d x+\left(x^2+1\right) y^{-\frac{1}{2}} d y=0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'+y \tan x=e^x \cos x$

b) $x y'+y=x^3$

c) $y'+4 x^3 y=x^3 e^{x^4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$\cos^8 x \cdot y'+\frac{\cos^9 x}{\sin x} y=1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'+4 y=\cos x$

b) $y'+2 y=4 x^2+12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'-2 y=\cos 4 x+e^{3 x}$

b) $y'-4 x=x+e^{3 x}+e^{4 x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b) $y'' - 12y' + 36y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b) $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'(e^x + 1) = e^x y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - 5y' + 6y = 2\sin(2x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y''(x^2 + 1) = 2xy'$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - 6y' + 9y = 2\cosh(3x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az $y' = z$ helyettesítéssel.

$y''(e^x + 1) = e^x y'$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$y' + \frac{2}{x} y = 3x^2 \quad y(1) = 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - y' - 6y = 4\cosh(3x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y+1)^6 \ln 3x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x \left(x^2 + x^3\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4\cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' \left(x^2 + 1\right) = 2xy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2}\cosh(2x)}{y}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13\sin 2x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Izoklinák

a) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

b) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 4$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és nézzük meg, hogy a $(4, 0)$ pontjában, van-e a megoldásfüggvénynek szélsőértéke.

b) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és vizsgáljuk meg a $(2, -2)$ pontjának lokális tulajdonságait.

c) Adott a következő differenciálegyenlet

$$y' = xy^3 - y^2 + 2$$

Van-e lokális szélsőértéke a megoldásgörbéjének az $(1, -1)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Síkbeli és térbeli leképezések és mátrixaik

Adjuk meg az x tengelyre való tükrözés mátrixát R^2 -ben.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tükrözzük az x tengelyre a $\underline{v}$ vektort, ha

a) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot