



**MATEKING.HU**

**Feladatgyűjtemény**

**MATEK 3 DE tantárgy**

Kiadás dátuma: 2026. 04. 13.

# Tartalomjegyzék

Valszám alapok, Kombinatorika.....	2
Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel.....	5
Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény.....	9
Várható érték és szórás.....	11
Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások.....	13
Markov és Csebisev egyenlőtlenségek.....	21
Kétváltozós eloszlások.....	23
Becslések.....	25
Hipotézisvizsgálat.....	29
Interpolációs polinomok.....	37
Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok.....	41
Differenciálegyenletek.....	51
Differenciálegyenletek, izoklinák.....	57
Fourier sorok.....	58
Laplace transzformáció.....	60
Geometriai valószínűség, Binomiális tétel.....	63

## Valszám alapok, Kombinatorika

Legyen az  $A$  esemény, hogy páros számot dobunk, a  $B$  esemény pedig, hogy 2-nél nagyobb számot dobunk dobókockával.

Adjuk meg az alábbi események valószínűségeit.

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, \bar{A}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Legyen az  $A$  esemény, hogy egy dobókockával párosat dobunk, a  $B$  esemény pedig az, hogy 2-nél nagyobbat. Függetlenek-e ezek az események? Kizáróak-e?

b) Egy biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása, 60%-ának lakásbiztosítása és 90%-uknak a kettő közül legalább az egyik. Legyen az  $A$  esemény, hogy egy ügyfélnek van autóbiztosítása, a  $B$  esemény pedig, hogy van lakásbiztosítása. Független-e a két esemény?

c) Egy másik biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása és az ügyfelek 20%-a rendelkezik lakásbiztosítással úgy, hogy autóbiztosítása nincsen. Hány százalékuknak van lakásbiztosítása, ha az autó és lakásbiztosítás egymástól független?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy városban 1000 emberből átlag 350-en dohányoznak, 120-an rendelkeznek valamilyen keringési problémával és 400-an vannak, akik a kettő közül legalább az egyik csoportba tartoznak. Ha egy lakosnak keringési problémái vannak, mekkora a valószínűsége, hogy dohányzik?

b) A reggeli és esti hírműsorok közül legalább az egyiket egy felmérés szerint a TV nézők 90%-a megnézi. Aki az esti hírműsort nézi 20% eséllyel már reggel is nézett hírműsort. A reggeli hírműsorokat az összes TV néző 30%-a nézi. Mi a valószínűsége, hogy ha valaki reggel néz hírműsort akkor este is?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy az első és a harmadik lap ász lesz?

b) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy csak az első és a harmadik lap ász?

c) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy a lapok közt két ász lesz?

d) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mekkora a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos egyszerre van a pályán?

e) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mi a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos közül csak az egyik van a pályán?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Lili együtt megy moziba, és öt egymás melletti helyre vesznek jegyet.

- Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?
- Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen középen szeretne ülni?
- Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen a szélén szeretne ülni?
- Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Mira és Lili mindenképpen egymás mellé szeretne ülni?
- Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Hanna és Luca biztosan nem akar egymás mellé ülni?

Hányféleképpen rakhatunk egymás mellé egy polcra hat könyvet, ha a piros és a kék könyvet nem szeretnénk egymás mellé rakni. Ezek a könyvek: Rózsaszín, sárga, piros, lila, kék, zöld

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Hat darab számkártyánk van: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

Hat darab számkártyánk van: 7, 7, 8, 8, 8, 8. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

12 darab virágot szeretnénk sorban egymás mellé ültetni. Van köztük 5 piros, 4 sárga és 3 lila. Hányféle lehetőség van?

Ezeknek a számkártyáknak a segítségével nyolcjegyű számokat készítünk: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7

- Összesen hány nyolcjegyű szám készíthető?
- Hányféle páros nyolcjegyű szám készíthető?

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

- Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet többször is használhatunk?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Egy telefon biztonsági kódja 6 számjegyből áll és minden számjegy 0-9 bármi lehet. Mi a valószínűsége, hogy ha nem ismerjük a kódot, akkor elsőre kitaláljuk? A kódok hány százalékában szerepel az 1,2,3,4,5,6 számjegyek közül mindegyik?

b) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Két dobókockával egyszerre dobunk. Mi a valószínűsége, hogy

- a) mindkét dobás páros?
- b) legfeljebb az egyik dobás páros?
- c) a dobott pontok szorzata páros?
- d) a dobott pontok összege páros?
- e) a dobott pontok összege legalább 10?
- f) a dobott pontok szorzata 6?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt dobás 1-es?
- b) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel nem lesz egyik dobás sem 1-es?
- c) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy dobás 1-es?
- d) Egy városban 0,2 a valószínűsége annak, hogy egyik nap esik az eső. Mekkora a valószínűsége, hogy egy héten minden nap esik?
- e) Egy vizsga 100 vizsgázóból átlag 26-nak nem sikerül. Egyik nap 12-en vizsgáznak. Mi a valószínűsége, hogy legalább egy vizsgázónak nem sikerül a vizsga?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Útközben szeretnének beszélgetni, ezért két egymás melletti négyes blokkba szeretnének ülni, ahol asztal is van.

- a) Hányféleképpen tudnak leülni egy kocsin belül?
- b) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymással szemben és ablak mellé üljenek?
- c) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymás mellett, és Anna ablak mellett üljön?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Van öt különböző színű dobókockánk, egy sárga, egy piros, egy kék, egy zöld és egy rózsaszín. Sorban egymás után mindegyik dobókockával egyet dobunk.

- a) Hányféle sorrendben tudunk dobni a kockákkal úgy, hogy nem a piros kockával kezdünk?
- b) Hányféle olyan dobás lehetséges, hogy nem a piros kocka az első és a sárga az utolsó?
- c) Hányféle olyan dobás lehetséges, ahol a dobott pontokat is figyelembe vesszük, az első dobás 4-es, az utolsó dobás pedig a piros kockával történik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel

a) Egy király úgy szeretné izgalmasabbá tenni az elítélteinek kivégzését, hogy három ládikába helyez 25 arany és 25 ezüst érmét. A kivégzésre szánt rabnak bekötött szemmel húznia kell valamelyik ládából egy érmét. Ha aranyat húz, akkor nem végzik ki, de ha ezüstöt, akkor igen. A király a nagyobb izgalom kedvéért mindig máshogy osztja szét az érméket a ládáiban. Egyik alkalommal éppen így:



A kérdés, hogy mekkora esélye van az elítéltnak a megmenekülésre.

b) Egy zöldséges három helyről szerez be almákat. Az első helyről a készlet 20%-át szerzi be, ezek mind jók. A második helyről a 30%-át és itt 5% romlott, de nem baj mert ezt is el tudja adni néhány vak öregasszonynak. A harmadik helyről a maradék 50%-ot szerzi be, és itt 15% romlott. Kiválasztunk egy almát, amiről kiderül, hogy romlott. Mekkora valószínűséggel származik a hármas termelőtől?

c) Egy alkatrészt három különböző helyről szerzünk be. Az első helyről, ahol a selejtek aránya 3% 12 darab származik. A második helyről 5 darab, és itt 4% selejt, míg a harmadik helyről 3 darab és itt 95% nem selejt. Kiválasztunk egy alkatrészt.

Mi a valószínűsége, hogy selejtes?

Ha selejtes, mekkora valószínűséggel származik az első helyről?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

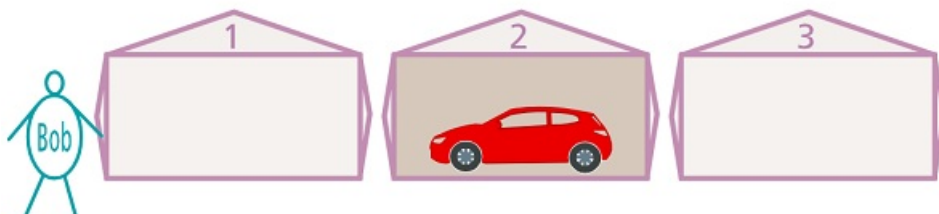
a) Egy TV-s vetélkedőben a játékosnak három színpad közül kell választania egyet. Az egyik színpad nyer, és ebben egy autó van a másik kettő üres.

A játékos egy kis gondolkodás után az 1-es színpadot választja.

Aztán az örületes izgalmak fokozása érdekében megmutatnak egyet a két üres színpad közül. A játékvezető megmutatja, hogy a 3-as színpad üres.

Végül megkérdezi a játékost, hogy marad-e az 1-es színpadnál, vagy inkább váltana-e a 2-esre.

Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 2-es színpad lesz a nyerő?



b) Egy biztosító kétféle autóbiztosítást forgalmaz, normált és sportautóra köthető. Normál biztosítást négyszer annyian kötnek, mint sportautóra köthető. A normál biztosítást kötők 2%-a balesetezik egy éven belül, míg a sportautósoknál 97% nem balesetezik.

Egy biztosítottat kiválasztva mekkora a valószínűsége, hogy balesetezik?

Ha belesetezik, mekkora a valószínűsége, hogy sportautóra kötött biztosítása volt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy betegség kimutatásához szűrővizsgálatot végeznek. A vizsgálat a betegséget az esetek 90%-ában képes kimutatni. Ugyanakkor megesik, hogy tévesen betegnek diagnosztizál olyanokat is, aki egészséges. Ez az esetek 3%-ban fordul elő. A betegség a lakosság 35%-át érinti. Egy lakosról a teszt elvégzése során kiderül, hogy egészséges. Mi a valószínűsége, hogy valóban az?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy kereskedő 3 termelőtől szerez be almákat. A vásárolt mennyiség 45%-a az első termelőtől származik, ennek fele első osztályú. A második termelőtől az összes mennyiség 35%-át szerzi be, ennek 70%-a első osztályú, míg a harmadik termelő csak első osztályú árút szállított.

Kiválasztunk egy almát és az nem első osztályú. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a második termelőtől származik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy biztosító három irodájában autóbiztosítással rendelkező ügyfelek száma 100, 150 és 250, közülük rendre 70%, 60% és 55% a következő évre megújítja biztosítását.

a) Egy ügyfelet véletlenszerűen kiválasztva mekkora valószínűséggel újítja meg a biztosítást?

b) Ha egy ügyfél megújítja a biztosítását mekkora valószínűséggel tartozik az első irodához?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 2%-a selejtes. A második helyről kétszer annyi terméket szállítanak, mint az elsőől. A selejtarány az első helyről származóknál 4%, a másodiknál 2%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes. Egy terméket véletlenszerűen kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy azt a harmadik helyről szállították?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben három műszakban állítanak elő egy terméket aminek a 2%-a selejtes. Az első műszak kétszer annyi terméket állít elő, mint a második. A selejtek aránya az első műszakban 2%, a másodiknál 4%, míg a harmadiknál 1%.

Egy terméket kiválasztva mekkora valószínűséggel készítette a harmadik műszak?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő táblázat az autóvezetők életkor szerinti éves baleseti statisztikáit tartalmazza. Ha egy adott évben az autóvezető nem okozott balesetet mekkora a valószínűsége, hogy 50 évnél idősebb?

életkor	baleset okozás valószínűsége	%-os megoszlás az összes autóvezető közül
-30	0,06	20%
31-50	0,02	45%
51-	0,04	35%

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben három műszakban folyik a termelés. A reggeli műszak 4.00-tól 12.00-ig tart és itt 4% esély van a gépsor meghibásodására. A délutáni műszakban, ami 12.00-tól 18.00-ig tart 5% eséllyel történik meghibásodás, míg az esti műszakban, ami 18.00-tól éjfélig tart a meghibásodás esélye 7%. Mekkora a valószínűsége, hogy ha egy nap pontosan egy meghibásodás történik, akkor az a délelőtti műszakban van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy alkatrészt száz darabos tételekben szállítanak. Az egyes tételekben azonos arányban fordul elő három, kettő és egy hibás alkatrészt tartalmazó. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy tételből 2 alkatrészt véletlenszerűen kiválasztva mindkettő hibátlan lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vizsgán a hallgatók 60%-a első éves, 30%-uk másodéves, a többiek felsőbb évesek. Annak a valószínűsége, hogy egy hallgató vizsgán elért eredménye legalább közepes, rendre  $\frac{6}{25}$ ,  $\frac{9}{20}$ , és  $\frac{3}{5}$ . Ha egy találmásra kiválasztott hallgató eredménye közepesnél gyengébb, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető első éves?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy terméket 50 darabos csomagolásban szállítanak. Ismert, hogy a csomagok egynegyede egy hibásat, másik negyede két hibásat tartalmaz, míg a többiben nincs hibás. Egy találmra kiválasztott csomagból kiveszünk 2 terméket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő hibátlan?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlannak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választottunk, amelyben 2 hibás volt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény

Egy céltábla sugara 50 cm. Azt a távolságot, hogy ilyen távol lövünk a céltábla középpontjától, jelöljük  $X$ -szel. Tegyük föl, hogy a céltáblát biztosan eltaláljuk.

a)  $P(X < 10) = ?$

b)  $P(X < 20) = ?$

c)  $P(X < x) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Lehet-e  $X$  [valószínűségi változó](#) sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x < 0 \\ 1 - x, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

b) Milyen  $A$  paraméter esetén lesz  $f(x)$  [sűrűségfüggvény](#)?

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x}, & \text{ha } x < 0 \\ Ax^2, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Csináljunk  $F(x)$ -ből  $f(x)$ -et.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}e^{2x-4}, & \text{ha } x < 2 \\ 1 - \frac{1}{x^2}, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adott az  $X$  [valószínűségi változó](#) eloszlásfüggvénye, állítsuk elő a sűrűségfüggvényt.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{2x}, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{2} + x - \frac{x^2}{2}, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

b) Itt volna a [sűrűségfüggvény](#) és állítsuk elő az eloszlásfüggvényt!

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x \leq 0 \\ 1 - x, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$F(x)$  egy [eloszlásfüggvény](#).

$$F(x) = \begin{cases} A + 2^{x-2}, & \text{ha } x < 1 \\ B - \frac{1}{x^2+1}, & \text{ha } 1 \leq x \end{cases}$$

$$A = ? \quad B = ? \quad P(0 < X < 2) = ? \quad f(x) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{3x-6}, & \text{ha } x < 2 \\ 0, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ? \quad P(1 < X < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{x+1}}, & \text{ha } 0 < x \leq 8 \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$F(x) = ? \quad P(0 < X < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sorsjegy ára 200 forint és minden ötödik sorsjegy nyer. Pista bácsinak 800 forintja van és addig veszi a sorsjegyeket, amíg nem nyer - vagy amíg el nem fogy a pénze. Jelentse  $X$  a vásárolt sorsjegyek számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban van 2 piros, 3 sárga és 1 kék labda. Kiveszünk három darabot visszatevés nélkül. Jelentse  $X$  a húzott piros labdák számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban cédulákat helyezünk el. Egy darab 1-es, két darab 2-es és három darab 3-as feliratút. A dobozokból két cédulát húzunk és jelentse  $X$  a húzott cédulákon szereplő számok összegét. Adjuk meg az eloszlást és az eloszlásfüggvényt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Várható érték és szórás

3 darab 10 dollárossal befektetési terveink vannak, egy rulett segítségével. A terv a következő: felteszünk 10 dollárt a pirosra. Ha nyer, akkor megdupláztuk a 10 dollárt és abbahagyjuk a játékot. Namost, ha veszít, akkor újabb 10 dollárt teszünk a pirosra, és ha ezúttal nyerünk, akkor szintén abbahagyjuk a játékot. Ha másodszorra sem nyerünk, akkor az utolsó 10 dollárt is felrakjuk a pirosra. A kérdés az, várhatóan mennyi pénzünk lesz a tranzakció végén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a várható értékét és szórását:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^4}, & \text{ha } x \leq -1 \\ -x^2 - 2x, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki, hogy hány esős napra számítsunk egy nyaralóhelyen, hogyha öt napig vagyunk ott és ezek a kilátások...

3% az esélye annak, hogy mindegyik nap esni fog. Aztán 9% az esélye, hogy csak 4 nap fog esni, 24%, hogy 3 nap fog esni, 40%, hogy 2 nap fog esni, 16%, hogy 1 nap fog esni, és 8%, hogy egyik nap sem fog esni.

b) Egy vadrezervátumban 3 hím oroszlán él. Az illegális vadászat miatt 40% eséllyel 5 éven belül mindegyik elpusztul, 30% eséllyel 2 oroszlán pusztul el és 20% eséllyel egy. Ha átköltöztetik az oroszlánokat egy biztonságosabb területre, akkor a tapasztalatok szerint az állatok harmada pusztul el a költöztetés miatt, a többiek életben maradnak. Átköltöztessük-e az oroszlánokat, ha azt szeretnénk, hogy 5 év múlva a lehető legtöbben legyenek életben?

c) Négy dobókockával dobunk. Ha az első kockával 1-est dobunk, akkor nyerünk 10 dollárt. Ha a dobás nem 1-es, akkor dobhatunk a második kockával. Ha a második kockával 1-est dobunk, a nyeremény 20 dollár. Hogyha azzal sem 1-est dobunk, akkor jöhet a harmadik kocka. Ha a harmadik kockával 1-est dobunk, a nyeremény 30 dollár. De ha azzal se, akkor dobhatunk a negyedik kockával is. Hogyha ez végre 1-es, a nyeremény 40 dollár. Ha ez sem egyes, akkor vége a játéknak és nem nyertünk semmit. Ha 8 dollárba kerül, hogy játszassunk egy ilyen játékot, megéri-e játszani?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok várható értéke és szórása?

b) Két dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok összegének várható értéke és szórása?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Elemér és Huba egy dobókocka játékot játszanak. Huba annyi dollárt ad Elemérnek, amennyi a dobott szám kétszerese, Elemér pedig annyit ad Hubának, amennyi a dobott szám négyzete. Melyikünk kedvez a játék?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ötös lottón, egy hasábon 5 számot kell beikszelnünk 1-től 90-ig. Ha nulla vagy egy számot találunk el, akkor nem nyerünk semmit. Két találat esetén a nyeremény 700 Ft, hármas találatnál 10 ezer Ft, négyes esetén 789 ezer Ft, az ötös pedig 535 millió Ft-ot fizet. Mennyi a nyereményünk várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Két kockával dobva mennyi a dobott számok nem nagyobbikának várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy magasugró versenyen a versenyzők 0,8 valószínűséggel ugorják át a léceket. Minden versenyző háromszor próbálkozhat. Mivel könnyen megeshet, hogy nem rajongunk a magasugró versenyekért, így nem teljesen alaptalan az a kérdés, hogy 12 versenyző esetén várhatóan hány ugrást kell megtekintenünk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adott az  $X$  [valószínűségi változó](#) sűrűségfüggvénye.

- a) Mekkora a várható értéke?
- b) Mekkora a szórás?
- c) Mekkora az  $Y = 3 - 2X$  várható értéke és szórása?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások

- a) Egy úton 30 nap alatt 12 napon történt baleset. Ebből a 30 napból kiválasztunk egy hetet, mi a valószínűsége, hogy ezen a héten 2 balesetes nap van?
- b) Egy úton 30 napból átlag 12 balesetes nap van. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 balesetes nap van?
- c) Egy úton 30 nap alatt átlag 12 baleset történik. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 baleset van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik.

- a) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt éppen 2-en érkeznek?
- b) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt legfeljebb 2-en érkeznek?
- c) Mi a valószínűsége, hogy 5 perc alatt legalább 2-en érkeznek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Valaki egy telefonhívást vár, ami 2 óra és 7 óra között érkezik, minden időpontban ugyanakkora valószínűséggel. Mekkora a valószínűsége, hogy 4-ig hívják?
- b) Egy bankba általában 12 ügyfél érkezik óránként. Mekkora valószínűséggel telik el 10 perc úgy, hogy nem jön senki?
- c) Egy bankban az ügyfelek napi száma normális eloszlású, 560 fő várható értékkel és 40 fő szórással. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az ügyfelek száma egy adott napon 616-nál kevesebb?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy benzinkúthoz óránként átlag 12 autó érkezik. Mekkora a valószínűsége, hogy 10 perc alatt három autó érkezik? Mekkora a valószínűsége, hogy két autó érkezése közt legalább 10 perc telik el?
- b) Egy földterületen átlagosan 16 havonta van a Richter-skála szerinti 5-ösnél erősebb földrengés. Mi a valószínűsége, hogy egy év alatt két ilyen földrengés is van? Mi a valószínűsége, hogy két ilyen földrengés közt legalább három év telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 5 év szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legfeljebb 8 évig működik?
- b) Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percn belül nem követ másik. Mi a valószínűsége, hogy 20 percig nem jön senki? Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?
- c) Egy üzletben 10 perc alatt átlagosan 5 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#). 10.00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10.12 és 10.15 között érkezik?
- d) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), annak valószínűsége, hogy legalább 6 évig működik  $e^{-2}$ . Hány éves legyen a garancia idő, ha a termékek legfeljebb 20%-a hibásodhat meg a garanciaidőn belül?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy üzlet napi forgalma közelítőleg normális eloszlású [valószínűségi változó](#). A vásárlók átlagos száma 568 fő, a szórás 16 fő. Mekkora valószínűséggel lesz egy adott napon a vevők száma legfeljebb 600 fő?
- b) Egy határátkelőhelyen a várakozási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#), 18 perc várható értékkel. Annak valószínűsége, hogy az átkelésig legfeljebb 6 percet kell várni  $1 - \Phi(2, 4)$ . Mekkora a valószínűséggel tart legalább 20 percig a várakozás? Mekkora a valószínűsége, hogy 10 percnél több, de 20 percnél kevesebb ideig kell várni?
- c) Egy palackozó üzemben 1 literes ásványvizeket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött víz a várhatótól legfeljebb 25 milliliterrel eltér  $2\Phi(2) - 1$ . Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 3 évig működik?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 évnél tovább, de 5 évnél kevesebb ideig működik?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 3 éve működik, a következő 2 évben elromlik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy biztosítónál naponta átlagosan 5 kárbejelentés érkezik lakásbiztosítással kapcsolatban.

- a) Mi a valószínűsége, hogy egy nap a várhatónál kevesebb érkezik?
- b) Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap lesz a várhatónál kevesebb bejelentés?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankba az esetek 0,3%-ában nem érkezik ügyfél egy óra alatt. Az ügyfelek száma [Poisson](#) eloszlású.

- a) Mekkora az ügyfelek várható száma óránként?  
 b)  $P(E(X) - D(X) < 2X < E(X) + D(X)) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy újságárus óránként 48 darab újságot szokott eladni, amiből átlag 36 napilap. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 10 perc alatt legfeljebb 2 napilapot ad el?  
 b) 5 perc alatt éppen 7 újságot ad el?  
 c) a 7 eladott újságból 4 napilap?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Annak a valószínűsége, hogy egy hírlapárus negyedóra alatt egyetlen lapot sem tud eladni  $e^{-6}$ .

- a) Mennyit szokott eladni átlagosan óránként?  
 b) Mekkora valószínűséggel ad el félóra alatt 10 darabot?  
 c) Legfeljebb milyen hosszú ideig nem tud eladni egyetlen lapot sem legalább 0,6 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy könyvben 100 oldalon átlag 80 nyomdahiba található. Mi a valószínűsége, hogy 10 egymást követő oldalon 7 hiba lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

- a) legfeljebb 2-en mennek át?  
 b) legalább 2-en mennek át?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $X$  [valószínűségi változó](#) egyenletes eloszlású, várható értéke 10, szórása  $\sqrt{3}$ . Mekkora a  $P(X < 9)$ , a  $P(X > 12)$  és a  $P(10 < X < 15)$  valószínűség?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy tűzoltóságra átlagosan kétóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?
- b) egy 8:00-kor érkező riasztás után a következő 9:30 és 10:00 között érkezik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy ügyfélszolgálatra érkező segélyhívások száma [Poisson](#)-eloszlású, a köztük eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), annak valószínűsége, hogy 5 perc alatt érkezik hívás  $1 - e^{-2}$ .

- a) Hány hívás érkezik átlagosan óránként?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy fél óra alatt legalább három hívás érkezik?
- c) Mekkora a valószínűsége, hogy két hívás közt legalább 10 perc telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy este átlagosan óránként 10 hullócsillagot látni. Ha a hullócsillagok száma [Poisson](#)-eloszlást követ, mekkora a valószínűsége, hogy negyed óra alatt,

- a) kettőt látni?
- b) legfeljebb kettőt látni?
- c) legalább kettőt látni?
- d) legfeljebb milyen hosszú ideig nem látni egyetlen hullócsillagot sem legalább 0,7 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy szövet anyagában átlag 10 méterenként van apró hiba.

- a) Mi a valószínűsége, hogy egy 6 méteres darab hibátlan?
- b) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágunk, akkor pontosan két hibás darab lesz?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágunk, akkor mind hibátlan lesz?
- d) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 5 méteres darabokra vágunk, akkor mind hibátlan lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Az  $X$  valószínűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 20, szórása  $\sqrt{12}$ .

Mekkora a  $P(X < 9)$ , a  $P(X > 12)$  valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 8 évig működik?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy 8 évnél tovább, de 10-nél kevesebb ideig működik?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 8 évig működik, a következő 2 évben elromlik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy termék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 4 év szórással.

- a) Mekkora valószínűséggel hibásodik meg a gyártástól számított 12 éven belül?
- b) Legfeljebb mekkora lehet a garanciaidő, ha a termékeknek legfeljebb 10%-át szeretnék garanciálisan javítani, vagy cserélni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy tűzoltóságra átlagosan négyóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?
- b) egy 10:00-kor érkező riasztás után a következő 11:00 és 12:00 között érkezik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 10 perc alatt legalább ketten érkeznek, ha az ügyfelek száma [Poisson](#) eloszlást követ?
- b) két ügyfél érkezése között 5 perc is eltelik, ha az eltelt idő exponenciális eloszlású?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik.

- a) Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?
- b) Mi a valószínűsége, hogy két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy üzletben két óra alatt átlagosan 30 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#).

- a) 10:00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10:12 és 10:15 között érkezik?
- b) Ha a 10:00-kor érkező vevő után már 12 perce nem érkezett újabb vevő, mi a valószínűsége, hogy 10:15-ig érkezni fog?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 5 percen belül nem követ másik.

- Egy óra alatt hány ügyfél érkezik?
- Mi a valószínűsége, hogy egy 10:00-kor érkező ügyfél után 10:12 és 10:17 között érkezik ügyfél?
- Mi a valószínűsége, hogy ha két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik, akkor 20 percnél kevesebb telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy vonatra való várakozási idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), óránként átlagosan 12 járat érkezik. Ha már 5 perce nem jött, mekkora valószínűséggel kell még legalább további 4 percet várni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), száz ilyen készülékből átlagosan 55 hibásodik 400 üzemórán belül.

- Mekkora a készülék várható élettartama?
- Mekkora valószínűséggel lesz 10 készülékből 6 olyan, ami a várható élettartamnál tovább működik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy ügyfélszolgálatra óránként átlag 18 hívás fut be. Mi a valószínűsége, hogy

- 10 perc alatt legalább két hívás érkezik, ha a hívások száma [Poisson](#)-eloszlású?
- két hívás között 5 perc is eltelik, ha a hívások közt eltelt idő exponenciális eloszlású?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Az  $X$  [valószínűségi változó](#) várható értéke 20, szórása 4. Lehet-e [Poisson](#), illetve [binomiális](#) eloszlású?

Ha igen, mekkora a  $P(X = 20)$  valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Az  $X$  [valószínűségi változó](#) várható értéke 49, szórása 7. Lehet-e [Poisson](#), illetve [binomiális](#) eloszlású?

Ha igen, mekkora a  $P(X = 18)$  valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy kamionsofőr az esetek 36,8%-ában legalább két órát várakozik a határállomáson, a várakozási idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#).

- Mekkora az átlagos várakozási idő?
- Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott esetben egy óránál kevesebbet kell várakoznia?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy készülök élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 5 év szórással.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legalább 8 évig működik?
- b) Ha egy ilyen készülék már legalább 8 éve működik, milyen valószínűséggel működik további legalább 3 évet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy úton 500 méterenként átlag 25 kátyú van. Mekkora a valószínűsége, hogy

- a) Egy 100 méteres szakasz hibátlan?
- b) Egy 100 méteres szakaszon legalább két kátyú van?
- c) Két kátyú távolsága legalább 250 méter, de legfeljebb 500 méter?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy iskolában a tanulók magasságának eloszlása normális, 12 cm szórással. Annak a valószínűsége, hogy egy tanuló 144 cm-nél alacsonyabb 0,159. Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanuló legalább 180 cm?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy teszt megírására 90 perc áll rendelkezésre, a megírási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 65 perc várható értékkel és 10 perc szórással. Mekkora valószínűséggel végez valaki kevesebb, mint háromnegyed óra alatt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy palackozó üzemben 1 literes gyümölcsleveket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött gyümölcslé a várhatótól legalább 25 milliliterrel eltér 0,0456. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy méteráru kiskereskedés által naponta eladott szövet hossza normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 45m várható értékkel és 5m szórással. Mi a valószínűsége, hogy valamely nyitvatartási napon az eladott szövet hossza a 40 métertől 10 méternél nagyobb mértékben tér el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy repülőtér átlagos napi forgalma 124 000 utas, a szórás 10 000, és a forgalom normális eloszlásúnak tekinthető.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy az utasok száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb a szórás kétszeresével tér el?
- b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy áruház átlagos havi forgalma 100 000 vevő, a szórás 10 000, és a vevők száma normális eloszlásúnak tekinthető.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy a vevők száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb 20%-kal tér el?  
b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy csomagoló üzemben 900g-os üvegekbe töltenek mézeket.

- a) Legfeljebb mekkora szórást engedhetünk meg, ha az üvegekbe töltött méz mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) és annak valószínűsége, hogy egy üvegben a méz mennyisége nem 890g és 910g közé esik legfeljebb 0,1096 valószínűségű lehet?  
b) Adjunk becslést a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy üvegbe töltött folyadék mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 1 liter várható értékkel.

- a) Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a folyadék mennyisége 990ml-nél kevesebb  $1 - \Phi(2)$ ?  
b) Mi a valószínűsége, hogy egy 12 üveget tartalmazó csomagban legalább 2 üveg tartalma legfeljebb 990ml?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy csomagolóüzemben 500g-os konzerveket töltenek 2g szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy 20 darabos csomagban legalább 18 konzerv 494 és 506 gramm közé esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Valamely üzletben a vásárlók száma jó közelítéssel normális eloszlású [valószínűségi változó](#). Öt nyitvatartási napból átlagosan egyszer szokott előfordulni, hogy a vásárlók száma kevesebb, mint 40. Mekkora a vásárlók átlagos száma, ha a szórás 12?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy palackozó üzemben 1,5 literes ásványvizet töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött ásványvíz a várhatótól legfeljebb 24 milliliterrel tér el  $2\Phi(3) - 1$ . Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Markov és Csebisev egyenlőtlenségek

Ha egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, mekkora a valószínűsége, hogy az egyik órában

- a) legalább 250-et ad el?
- b) 200-nál kevesebbet ad el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, a szórás pedig 8 darab. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy az újságos által eladott lapok száma 50 darab és 78 darab közé esik.
- b) Egy üzemben 150 mm hosszú csavarokat gyártanak 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha 146 mm-nél rövidebb vagy 154 mm-nél hosszabb. Adjunk becslést a selejtarányra.
- c) Egy bankba óránként általában 120 ügyfél érkezik, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában 100 és 150 közé esik az ügyfelek száma.
- d) Egy sí üdülőhelyen a téli szezonban hetente átlag 300 cm hó esik, a szórás 60 cm. Ha 50 cm-nél kevesebb hó esik, akkor a túl kevés hó miatt le kell zárni egy bizonyos pályát. Ugyanezt a pályát 480 cm feletti hóesésnél lavinaveszély miatt kell lezárni. Adjunk becslést a pálya lezárásának valószínűségére.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Hányszor kel dobnunk a kockával ahhoz, hogy a hatos dobás valószínűségét a relatív gyakoriság 0,1-nél jobban megközelítse az esetek 95%-ában?
- b) Hányszor kell feldobnunk egy érmét ahhoz, hogy a fej dobások valószínűségét a relatív gyakoriság 0,05-nél jobban megközelítse legalább 0,9 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy könyvárus óránként átlag 8 könyvet tud eladni. Mekkora a valószínűsége, hogy 5 óra alatt elad legalább 50 darabot? Adjunk erre becslést a Markov-egyenlőtlenséggel.
- b) Az  $X$  valószínűségi változó várható értéke 20. Adjunk becslést a  $P(X < 80)$  valószínűsége a Markov-egyenlőtlenséggel.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy csavargárban 10 cm hosszú csavarokat gyártanak, 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha a hossza 9,5 cm-nél kisebb vagy 10,5 cm-nél nagyobb. Adjunk becslést a selejtarányra.
- b) Egy mozi előadásainak átlagos nézőszáma 120 fő, a szórás 16. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy előadáson a nézők száma 100 és 140 közé esik.
- c) Az  $X$  valószínűsége változó várható értéke 20, szórása 4. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy  $X$  15 és 28 közé esik.
- d) Egy üzletben óránként átlag 80-an vásárolnak, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában a vevőszám 60 és 90 közé esik.
- e) Egy üzletben óránként átlag 12-en vásárolnak. A vásárlók száma **Poisson**-eloszlású. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy 3 órás időtartamban a vevőszám 25 és 45 közé esik.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Az  $X$  **valószínűségi változó** várható értéke 20, annak valószínűsége, hogy  $X$  15 és 25 közé esik a Csebisev-egyenlőtlenség alapján legalább 0,96. Legfeljebb mekkora valószínűséggel esik  $X$  a várhatótól legalább 4-nél távolabb?
- b) Az  $X$  **valószínűségi változó** várható értéke 40, annak valószínűsége, hogy  $X$  a várható értéktől legalább 6-tal eltér legfeljebb 0,25. Legalább mekkora valószínűséggel esik  $X$  30 és 52 közé?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Kétváltozós eloszlások

Egy dobozban 2 zöld, 2 kék és 1 piros labda van. Kiveszünk belőle 2 labdát, és legyen

$X$  = a kihúzott kék labdák száma

$Y$  = a kihúzott piros labdák száma

Készítsük el  $X$  és  $Y$  együttes eloszlásának táblázatát. Adjuk meg  $X$  és  $Y$  peremeloszlását.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban 2 zöld, 2 kék és 1 piros labda van. Kiveszünk belőle 2 labdát, és legyen

$X$  = a kihúzott kék labdák száma

$Y$  = a kihúzott piros labdák száma

Adjuk meg az  $X$  és  $Y$  közötti korrelációt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban 2 zöld, 2 kék és 1 piros labda van. Kiveszünk belőle 2 labdát, és legyen

$X$  = a kihúzott kék labdák száma

$Y$  = a kihúzott piros labdák száma

Adjuk meg  $X$  és  $Y$  peremeloszlás függvényeit, valamint az együttes eloszlásfüggvényt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy együttes eloszlástáblázat a peremeloszlásokkal.

$Y/X$	$X=0$	$X=1$	$X=2$	$P_Y$
$Y=0$	0,1	0,4	0,1	0,6
$Y=1$	0,2	0,2	0	0,4
$P_X$	0,3	0,6	0,1	1

a)  $P(X = 1, Y = 1) = ?$

b)  $P(X > 1, Y = 0) = ?$

c)  $P(X = 2 | Y = 0) = ?$

d)  $P(X < 2 | Y = 0) = ?$

e)  $P(Y = 1 | X > 0) = ?$

f)  $E(X | Y = 0) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adott az alábbi együttes [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 2 \quad \text{és} \quad 0 < y < 1 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

Adjuk meg a perem-sűrűségfüggvényeket, és az együttes eloszlásfüggvényt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adott az alábbi együttes [eloszlásfüggvény](#).

$$F(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y} - e^{-x} - e^{-y} + 1, & \text{ha } 0 < x \quad \text{és} \quad 0 < y \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

Adjuk meg a perem-eloszlásfüggvényeket, perem-sűrűségfüggvényeket.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adott az alábbi együttes [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x^4 + y^4), & \text{ha } -1 < x < 1 \quad \text{és} \quad -1 < y < 1 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x, y) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Becslések

Egy 500 fős felméréssel szeretnénk 95%-os megbízhatósággal megállapítani, hogy az emberek naponta átlagosan hány percet nézik egy TV csatorna műsorait. Az 500 fős minta átlaga 80 perc. A tényleges átlag 95%-os konfidencia szinten milyen értékek között mozog?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy napilapkiadó egy új bulvár lap beindításával kívánja szélesíteni olvasóinak látókörét, ezért felmérést készített, hogy a jelenleg kapható hasonló kiadványokra naponta átlagosan mennyit költenek az újságolvasók. Az új lap megjelenése akkor érné meg, ha ez az összeg havi szinten átlagosan legalább 760 forint lenne. A kérdés az, hogy mi mondható 90%-os illetve 95%-os konfidencia szinten erről az átlagról.

400 embert kérdeztek meg, akik havonta átlag 780 forintot fordítanak pletykalapok vásárlására. A kérdés az, hogy milyen becslést tudunk adni a sokasági átlagra, ha ismert, hogy a sokasági szórás  $\sigma = 250$  forint.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy napilapot átlag 10 ezren olvasnak. Egy 500 elemű minta alapján az olvasók életkor szerinti megoszlása:

életkor	látogatók száma
20-39	57
40-59	318
60-79	125
össz.	500

Adjunk becslést 95%-os konfidenciaszinten a napilapot vásárlók átlagéletkorára, illetve a 40 év alatti vásárlók arányára.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy város három kerületében 250 000, 320 000 és 180 000 lakos él. Adjunk becslést 90%-os konfidenciaszinten a naponta átlagosan utazással töltött időre az alábbi rétegzett mint alapján:

kerület	minta rétegek elemszáma	átlag (perc)	szórás (perc)	KERÜLETEK NÉPESSÉGE
1.	180	75	28	250 000
2.	220	54	19	320 000
3.	100	43	10	180 000

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben több gépen töltenek 75 ml-es tubusokba fogkrémet, a tubusokba töltött fogkrém mennyisége normális eloszlású, a gép szórása feltehetően egyforma.

Mit állíthatunk 90%-os konfidencia szinten a két gép töltési tömegének átlagáról, ha a két gépről az alábbi 12 elemű minták állnak rendelkezésre?

Egyik gép	76	71	75	74	76	76	74	75	77	75	75	75
Másik gép	75	75	74	77	73	73	76	77	76	73	75	74

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A teljes [sokaság](#) az

1; 2; 3

A minták alapján adjunk becslést az 1; 2; 3 számok átlagára, maximumára és értékösszegére.

minta	átlag	max	Értékösszeg
(1;1)	1	1	2
(1;2)	1,5	2	3
(1;3)	2	3	4
(2;1)	1,5	2	3
(2;2)	2	2	4
(2;3)	2,5	3	5
(3;1)	2	3	4
(3;2)	2,5	3	5
(3;3)	3	3	6

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vasúttársaság nagysebességű járatainak az utasok száma lényegében normális eloszlásúnak tekinthető. Adjunk becslést az utasok átlagos számára 90%-os konfidencia szinten, ha 10 megvizsgált járaton az utasok száma: 360; 453; 467; 451; 487; 491; 390; 512; 488; 495.

A vonaton 480 ülőhely van. Adjunk becslést arra, hogy az esetek hány százalékában fordul elő, hogy van ülőhely nélküli utas. (a konfidenciaszint legyen 90%)

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankfiókban a sorra kerülésig eltelt idő lényegében normális eloszlású. Adjunk becslést az átlagos várakozási időre 95%-os konfidenciaszinten az alábbi minta alapján: 5; 12; 4; 7; 6; 8; 4; 3; 2; 5.

Az 5 percnél hosszabb várakozást a bank vezetősége nem díjazza, és ezt igyekszik alkalmazottjai tudomására hozni. A minta alapján adjunk becslést, hogy az ügyfelek hány százalékánál haladja meg a várakozási idő az 5 percet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy múzeum látogatóinak átlagéletkorát szeretnénk megbecsülni. A megkérdezett 30 ember megoszlása:

életkor	látogatók száma
10-29	5
30-49	13
50-69	12
össz.	30

Adjunk becslést 0,95-ös konfidenciaszinten a múzeum látogatóinak átlagéletkorára és az 50 év alatti látogatók %-os arányára.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy étteremben felmérést készítettek arról, hogy a vendégek átlagosan mennyi időt töltenek náluk. A 40 megfigyelt vendég adatai:

Az étteremben eltöltött idő (perc)	vendégek száma
0-29	4
30-59	12
60-89	18
90-119	6
Össz.	40

Adjunk becslést 0,95-ös konfidenciaszinten az étteremben átlagosan eltöltött időre és a másfél óránál tovább maradók részarányára.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Korábbi felmérések alapján valamelyik egyetemi előadás átlagos látogatottsága 98 fő, a szórás pedig 34 fő. Egy új felmérés készítését tervezik, hogy kiderüljön, van-e olyan rossz az előadás, hogy elegendő legyen 100 fős előadóban tartani. Hány előadás létszámát kell megvizsgálni, hogy az átlagos létszám becslésének hibája 10 főnél kisebb legyen 90%-os konfidenciaszinten?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy utazási iroda opcionálisan meghirdetett városnéző túrája minimum 35 fő esetén indul el. A csoport 70 főből áll és 40-en már nyilatkoztak, közülük 28-an mutatnak hajlandóságot városnézésre. 90%-os konfidenciaszinten kijelenthetjük-e, hogy lesz csoportos városnézés?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy mozi felmérést készít látogatóinak életkorával kapcsolatban. A mozilátogatók életkora tekinthető normális eloszlásúnak. A 400 fős minta eredménye:

életkor	nézők száma
0-10	7
11-20	132
21-40	157
41-60	104
össz	400

Adjunk becslést 95%-os megbízhatósággal az átlagos életkorra, szórásra és a 20 évnél idősebb nézők részarányára. Hány embert kéne megkérdezni, ha ugyanekkora hibával, de 99%-os megbízhatósággal szeretnénk?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A naponta átlagosan háztartási tevékenységgel töltött időt szeretnénk megbecsülni. A becsléshez rétegzett mintát vettünk, a rétegeképző [ismérv](#) az volt, hogy a megkérdezett nő-e vagy férfi. A nők és férfiak részaránya egyezőnek tekinthető.

	megkérdezettek száma	átlag (perc)	szórás (perc)
nő	180	74	28
férfi	120	32	19

Adjunk 90%-os megbízhatósági becslést az átlagosan háztartási tevékenységgel töltött időre.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Hipotézisvizsgálat

Egy fagyjárás 150 grammos gombócokban árulja a fagyit, ami normális eloszlású, 5 gramm szórással. A vásárlók többségének fogalma sincs róla, hogy mi az a [normális eloszlás](#), abban viszont szinte biztosak, hogy a fagyis az utóbbi időben kisebb gombócokat ad.

Ellenőrizzük a hipotézist 5%-os szignifikanciaszinten egy 60 elemű minta alapján, ahol a gombócok átlagosan 149 grammosak voltak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy városban naponta átlag 12-en haláloznak el különböző légúti megbetegedésekben, számuk normális eloszlású. A város mellett épült szeméttégető szerint ez a szám a baleset óta nem emelkedett.

Ellenőrizzük a hipotézist 5%-os szignifikanciaszinten, ha öt véletlen választott nap légúti megbetegedésekben elhalálozottak száma 10, 13, 19, 11, 8.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy koporsókészítő arra lett figyelmes, hogy az utóbbi időben több faanyagot kell használnia a koporsóihoz, kliensei túlsúlyának következtében. Mielőtt azonban emiatt árat emelne, meg akar győződni róla, hogy a korábban 85 kg-os átlag valóban megváltozott-e. Készít hát egy 100 elemből álló felmérést, aminek átlaga 86 kg, szórása pedig 12 kg.

Nullhipotézisnek azt választva, hogy az elhalálozottak 85 kilónál nem kövérebbek, mi mondható 5%-os szignifikanciaszinten?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy légitársaság a túlsúlyos utasok pótdíjbefizetését tervezi bevezetni. Más légitársaságoknál ugyanis az derült ki, hogy a légiutasok 60%-a 90 kg feletti. Akkor érdemes a pótdíjfizetéssel bajlódni, ha ez az arány náluk legalább 60%.

Vizsgáljuk meg a hipotézist 5%-os szignifikanciaszinten.

A vizsgálathoz egy véletlenszerűen választott járat 150 utasának adatai alapján végezzük, ahol ez az arány 52%.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy gyógyszergyárban rendszeresen ellenőrzik, hogy a tablettákba kerülő 500 mg hatóanyag szórása a megengedett 6 mg-tól eltér-e. A hatóanyag mennyisége normális eloszlásnak tekinthető.

Egyik nap az öt megvizsgált tableta hatóanyagtartalma 490, 501, 507, 496, 502.

10%-os szignifikanciaszinten megegyezik-e a szórással a megengedett 6 mg-mal?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

A [statisztika](#) vizsgán maximum 100 pont érhető el. Az egyik vizsgán 80 hallgató vett részt, eredményeik:

pontszám	$f_i$
0-20	12
21-40	16
41-60	25
61-80	18
81-100	9

10%-os szignifikanciaszinten tekinthető-e a vizsgázók pontszáma egyenletes eloszlásúnak? Tekinthető-e normális eloszlásúnak?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg, hogy van-e szignifikáns kapcsolat egy ország lakosainak jövedelmi viszonyai és bevándorló-ellensége között az alábbi felmérés alapján:

Jövedelem	A bevándorlók			össz
	nem zavarják	közömbös	zavarják	
alacsony	18	35	37	90
közepes	32	48	30	110
magas	18	20	12	50
összesen	68	103	79	250

A [szignifikanciaszint](#) legyen 10%-os.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg, hogy szignifikánsan eltér-e a bevándorlókról való vélekedés az alacsony és a magas jövedelműek körében. Ehhez két sokaságban valamely változó eloszlásának egyezőségét kell megvizsgálunk, amit homogenitásvizsgálatnak nevezünk.

Jövedelem	A bevándorlók			össz
	nem zavarják	közömbös	zavarják	
alacsony	17	35	38	90
közepes	33	48	29	110
magas	18	20	12	50
összesen	68	103	79	250

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ásványvizeket előállító cég a már meglévő mellett új kutat tervez megnyitni. Ismert, hogy a víz ásványianyag-tartalma normális eloszlású, a régi kút esetében 12 mg, míg az új, valamivel mélyebb kút esetében 7 mg szórással.

A régi kútból származó 10 elemű független egy literes minta átlagosan 678 mg ásványianyagot tartalmaz, az új kútból vett 10 elemű független minta pedig átlagosan 689 mg-ot. Vizsgáljuk meg, hogy szignifikánsan megegyezik-e a két kútból származó víz átlagos ásványianyag-tartalma. A [szignifikanciaszint](#) legyen 5%.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben több gépen töltenek 75 ml-es tubusokba fogkrémet, a tubusokba töltött fogkrém mennyisége normális eloszlású, a gépek szórása feltehetően egyforma.

Ellenőrizzük 10%-os szignifikanciaszinten, hogy az átlagosan a tubusokba töltött fogkrém mennyisége is egyforma, ha a két gépről az alábbi 12 elemű minták állnak rendelkezésre:

Egyik gép	76	71	75	74	76	76	74	75	77	75	75	75
Másik gép	75	75	74	77	73	73	76	77	76	73	75	74

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ÖBB vasúttársaság vonalain közlekedő Railjet és Nightjet vonatok közlekedésének paramétereit hasonlították össze. Állapítsuk meg a megvizsgált 400 járat alapján, van-e szignifikáns eltérés a kétféle vonattípus 500 kilométerre eső átlagos késése között. Megalapozott-e az állítás 5%-os szignifikanciaszinten, hogy a Nightjet vonatok 500 kilométeren átlagosan 15 perccel többet késnek?

Késés, perc (500 km távolságon)	Railjet	Nightjet
0-15	220	50
16-30	25	64
31-45	4	24
46-60	1	12
össz	250	150

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy párt népszerűségét két közvéleménykutató is felmérte. Az egyik 32%-os, a másik 36%-os támogatottságot mért, mindkettő 500 fős felmérés alapján. Szignifikánsan eltérnek-e az eredmények? A [szignifikanciaszint](#) legyen 5%.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gazdaságban kétféle paradicsomot termesztene, mindkettő átmérője lényegében normális eloszlású. A génmódosított paradicsom átmérőjének szórása egy 10 elemű minta alapján 5 milliméter, míg a hagyományos paradicsom esetében egy 8 elemű minta alapján ez 12 milliméter.

Szignifikánsan eltérnek-e a szórássok, ha a [szignifikanciaszint](#) 10%?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg 5%-os szignifikanciaszinten azt a hipotézist, hogy a különböző iskolai végzettséggel rendelkező emberek átlagosan ugyanannyi időt töltenek naponta TV-nézéssel.

Iskolai végzettség	TV-nézéssel töltött idő naponta (perc)	elemszám
8 általános	65; 43; 87; 105; 109; 56; 130; 88; 68; 70	11
középfokú	48; 68; 72; 55; 43; 92; 87; 93; 65	9
egyetemi	35; 65; 42; 54; 28; 73; 54	7
összesen		27

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

5%-os szignifikanciaszinten egyformának tekinthető-e a TV-nézéssel töltött idő szórása?

Iskolai végzettség	TV-nézéssel töltött idő naponta (perc)	elemszám
8 általános	65; 43; 87; 105; 109; 56; 130; 88; 68; 70	11
középfokú	48; 68; 72; 55; 43; 92; 87; 93; 65	9
egyetemi	35; 65; 42; 54; 28; 73; 54	7
összesen		27

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben 5 kg-os mosóporokat töltenek 21 gramm szórással és lényegében normális eloszlással. Az egyik gép által csomagolt mosóporok közül egy 41 elemű minta átlaga 4980 gramm, szórása 25 gramm. 5%-os szignifikanciaszinten megfelele-e a gép beállítása a szabványnak?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben literenként 300 mg C-vitamint adagolnak a dobozos narancslevekhez, közelítőleg normális eloszlással, 20 mg szórással. Egy szállítmányból vett 50 elemű minta átlagosan 310 mg C-vitamint tartalmazott, 22 mg szórással. 10%-os szignifikanciaszinten a szállítmány megfelelt-e a szabványnak?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy ásványvíz literenként 650 mg oldott ásványianyagot tartalmaz, 5 mg szórással. Az ásványianyag-tartalom eloszlása normálisnak tekinthető. Ellenőrizzük a megadott paraméterek helyességét 10%-os szignifikanciaszinten az alábbi 6 elemű, egyenként egy literes minta alapján: 648 mg, 658 mg, 642 mg, 643 mg, 654 mg, 661 mg.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Korábbi felmérések szerint, egy múzeum látogatóinak 65%-a nő. Egy véletlenszerűen választott nap 300 látogatója közül 207 nő volt. Ellenőrizzük a nők arányára vonatkozó állítást 10%-os szignifikancia szinten. Mekkora az a legkisebb [szignifikanciaszint](#), amelyen nullhipotézis, vagy az, hogy a látogatók 65%-a nő, még éppen elvethető?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy légitársaság felmérést készít az utasok testsúlyával kapcsolatban. Korábbi évek adatai alapján az utasok testsúly szerinti eloszlása közelítőleg normális, 81 kg-os átlaggal és 16 kg szórással. Ellenőrizzük az eloszlásra és a paraméterekre vonatkozó hipotéziseket az alábbi 141 elemű minta segítségével 5%-os szignifikanciaszinten.

Testtömeg (kg)	Utasok száma
0-50	13
51-70	23
71-90	56
91-110	38
111-	11
összesen	141

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy felmérés során 400 férfit és 400 nőt vizsgáltak meg, hogy megállnak-e kocsijukkal a zebránál, ha a gyalogos a járdán várakozik. A férfiak közül 310-en, a nők közül 215-en álltak meg.

Független-e a nemtől a zebránál való megállás 5%-os szignifikanciaszinten? Ellenőrizzük a hipotézist, hogy a nők a zebránál kevésbé engedik át a gyalogosokat 5%-os szignifikanciaszinten.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy várostól északra és nyugatra lavinafogó véderdők találhatók. A faállomány állapotának felméréséhez mindkét véderdőben véletlenszerűen kiválasztottak 150 fenyőt, a minták eredményt tartalmazza az alábbi táblázat.

Fák életkora (év)	Északi véderdő	Nyugati véderdő
0-10	13	8
11-20	28	32
21-50	67	58
51-100	31	42
101-	11	10
összesen	150	150

Eltér-e szignifikánsan a két véderdőben a fák átlagos életkora? Szignifikánsan egyformának tekinthetők-e a két véderdő faállománya? A [szignifikanciaszint](#) legyen 5%.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A nem munkával töltött aktív tevékenység (kertészkedés, sportolás, stb.) megoszlása Magyarországon és Németországban egy-egy 100 elemű minta alapján:

Nem munkával töltött aktív tevékenység időtartama naponta (perc)	HU	DE
0-50	43	10
51-100	30	35
101-150	16	27
151-200	8	20
201-250	3	8

10%-os szignifikanciaszinten a minta alapján azonosak-e a szokások a két országban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy tehenészetben a tehenek tejének zsírtartalmát vizsgálták. A későbbi hasznosítás során nem kedvező, ha a zsírtartalom szórása 10%-nál nagyobb. Literenkénti 5 grammos átlagos zsírtartalommal számolva és feltételezve annak normális eloszlását, szignifikánsan eltér-e a tehenek tejének zsírtartalma a megengedett 10%-tól az alábbi 10 elemű minta alapján?

A [szignifikanciaszint](#) legyen 5%.

A tehén sorszáma	Zsírtartalom (gramm/liter)
17.	4,7
19.	4,9
34.	5,6
36.	4,3
37.	5,1
38.	5,4
57.	6,1
58.	5,8
63.	4,2
64.	4,2

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy elsőosztályú almaszállítmányban az almák tömegének átlaga 110 gramm, megengedett szórása 20 gramm lehet. Ellenőrizzük 85 elemű minta alapján, hogy egy adott szállítmány megfelel-e az előírásoknak. Az almák méretének eloszlását nem ismerjük, a [szignifikanciaszint](#) legyen 10%.

alma tömege (gramm)	$f_i$
50-69	12
70-89	16
90-109	25
110-129	24
130-159	8

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A naponta utazással eltöltött időt vizsgálták középiskolások és egyetemisták körében. A középiskolások utazással töltött ideje egy 60 elemű minta alapján naponta átlag 83 perc, a szórás 17 perc. Ugyanez az egyetemistáknál a következőképpen alakult:

Utazással töltött idő (perc)	Válaszolók száma
-50	12
51-100	36
101-200	24
201-	8

5%-os szignifikanciaszinten megegyezik-e a két csoportban a naponta utazással töltött idő átlaga és szórása? Szignifikánsan eltér-e az utazással eltöltött idő a két csoportban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

200 fő részvételével tesztelték egy vitaminkészítmény hatékonyságát. 100-an rendszeresen szedték a készítményt, míg a másik 100 résztvevő egyáltalán nem szedett semmit, vagy másfajta vitaminokat szedett. Az évente betegség miatt kieső munkanapok számát hasonlították össze a két csoportban, ezek eloszlását normális eloszlásúnak tekinthetjük. 5%-os szignifikanciaszinten mi mondható az alábbi állításokról?

csoportok	Betegség miatt kieső munkanapok	
	átlaga	szórása
Szedték a készítményt	7,2	3,7
Nem szedték a készítményt	7,8	3,4

Megegyezik-e a két csoportban a kieső munkanapok átlaga és szórása?

Szignifikánsan eltér-e a betegség miatt kieső munkanapok száma a két csoportban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gyártósor gumicukrokat tölt zacskóba. A zacskóknak azonos arányban kell tartalmaznia kék, piros, zöld, sárga és fehér színű gumicukrokat. Ellenőrizzük a 4 zacskó megvizsgálásával egy 80 elemű minta alapján, hogy 5%-os szignifikanciaszinten, hogy a gép megfelel-e a szabványnak.

szín	db
Kék	24
Piros	16
Zöld	12
Sárga	18
Fehér	10

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Interpolációs polinomok

a) Adjuk meg azt a polinomot, ami 1-ben 3-at vesz föl, 2-ben 5-öt és 4-ben 1-et.

b) Adjuk meg azt a polinomot, ami 1-ben 4-et, 2-ben 3-at és 4-ben 2-t vesz fel.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Gyártsunk egy olyan polinom-függvényt, ami 1-ben 3-at, 2-ben 6-ot, 4-ben 2-t és 5-ben 4-et vesz föl.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Gyártsunk egy olyan polinom-függvényt, ami 1-ben 3-at, 2-ben 6-ot, 4-ben 2-t és 5-ben 4-et vesz föl, a Newton interpoláció segítségével.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Gyártsunk egy olyan polinom-függvényt, ami a következőket tudja:

$$x_1 = 1 \quad f(1) = 2 \quad f'(1) = 7 \quad f''(1) = 36$$

$$x_2 = 2 \quad f(2) = 52 \quad f'(2) = 127$$

$$x_3 = 0 \quad f'(0) = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Négy helyen végeznek függőleges próbafúrásokat, hogy megállapítsák a geológiai szerkezetet.

A fúrásokból vett minta alapján a dolomitréteg ezeken a tengerszintfeletti magasságokon kezdődik:

$$x_1 = 0 \text{ km} \quad y_1 = 680 \text{ m}$$

$$x_2 = 5 \text{ km} \quad y_2 = 810 \text{ m}$$

$$x_3 = 10 \text{ km} \quad y_3 = 720 \text{ m}$$

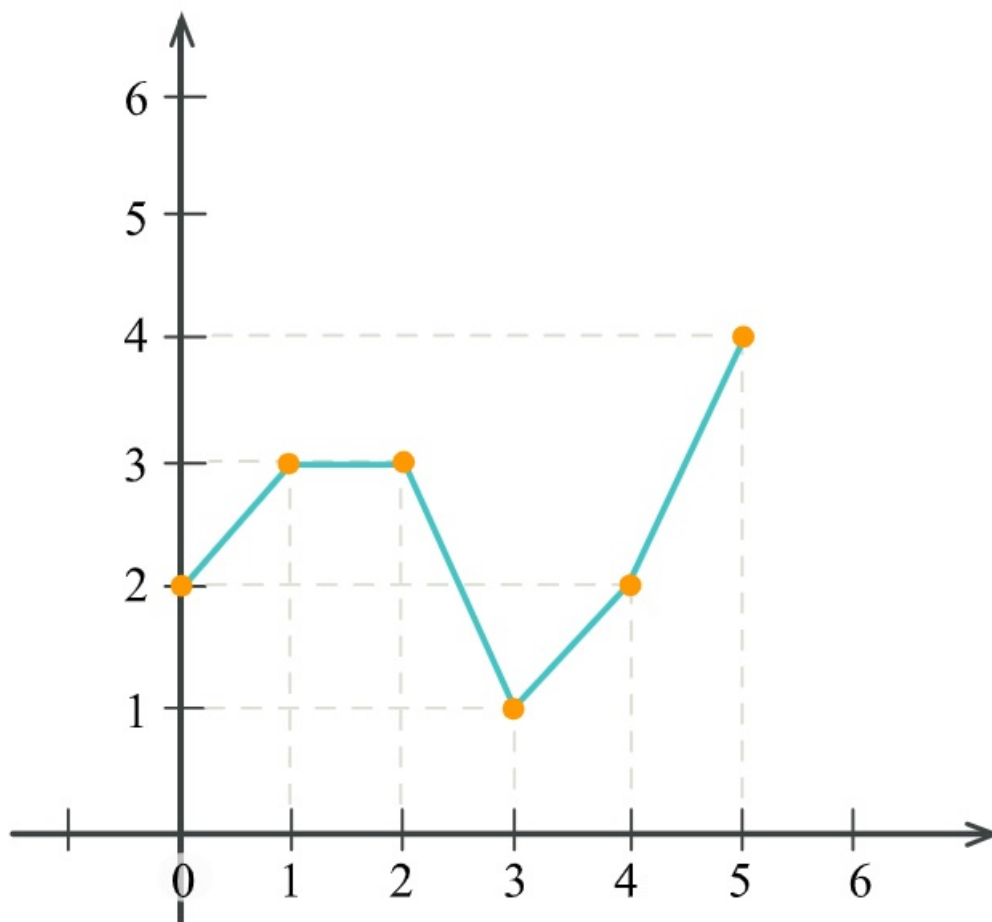
$$x_4 = 15 \text{ km} \quad y_4 = 960 \text{ m}$$

Egy interpolációs polinom segítségével próbáljuk meghatározni, hogy milyen magasan húzódik a dolomitréteg alsó határa.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

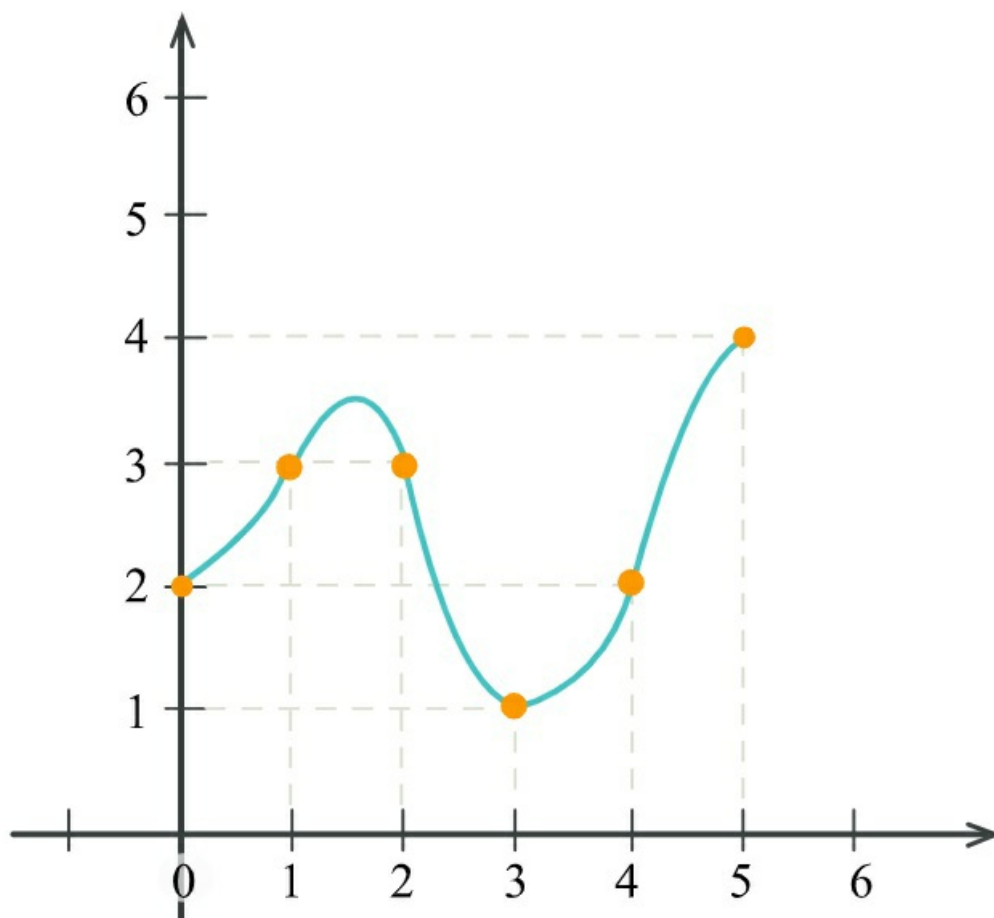
---

Írjuk fel az alábbi függvény elsőfokú spline függvényét.



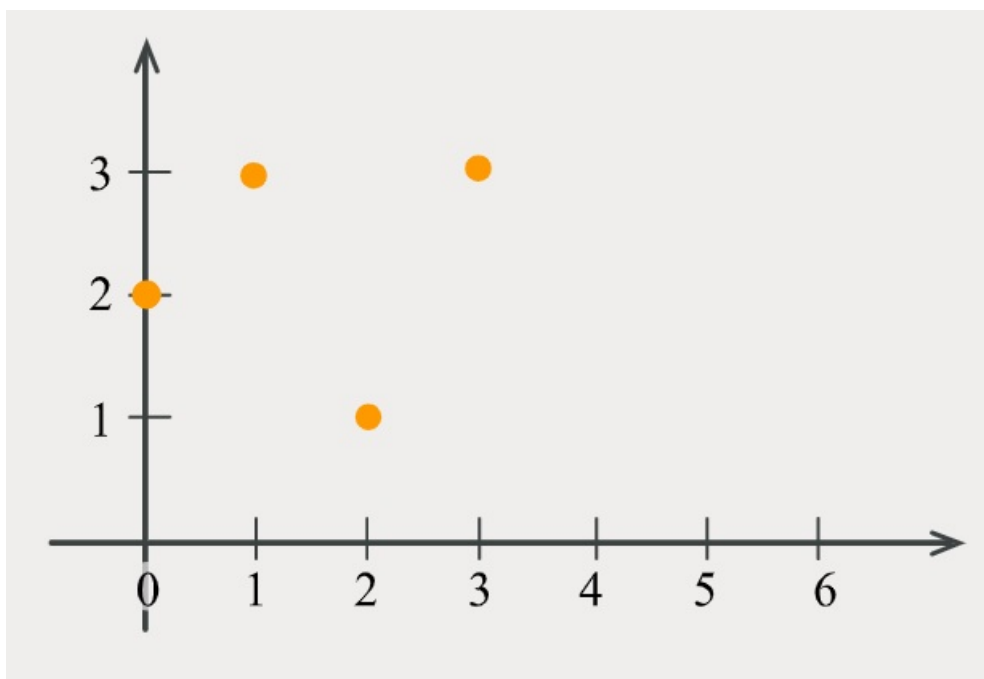
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel az alábbi függvény másodfokú spline függvényét.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi pontokhoz illeszthető harmadfokú természetes spline polinomot.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki egy másodfokú interpolációs polinom segítségével, hogy mennyi  $\log_2 3$ .

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

c)  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5 \left(\frac{3}{4}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} 4 \frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \frac{5}{4^{n+1}} \cdot 3^{n-1} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n + 5^n}{6^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+3}{n+2} \right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + \sqrt{n}}{n^4 - n^3 + \sqrt[3]{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 16n + 15}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} (x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $f(x) = \cos x$  függvény  $a = 0$  pontban felírt Taylor polinomját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk fel az  $f(x) = e^x$  Taylor sorát  $x = 0$ -nál.

b) Írjuk fel az  $f(x) = \ln x$  Taylor sorát  $x = 1$ -nél.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a)  $f(x) = e^{x-3}$

b)  $f(x) = \sin(x+4)$

c)  $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d)  $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e)  $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f)  $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi  $\sqrt{2}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a)  $f(x) = \frac{1}{4+5x^4}$

b)  $f(x) = \frac{x^4}{3+4x^3}$

c)  $f(x) = \frac{4}{x^2+6x+7}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a)  $f(x) = \arctan(4x)$

b)  $f(x) = \ln(x+2)$

c) Adjuk meg az  $f(x) = \ln(2x+5)$   $x_0 = 2$  közepű és  $x_0 = -3$  közepű hatványsorát!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a)  $f(x) = \arctan(x+1)$

b)  $g(x) = \ln(x+4)$

c)  $h(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a)  $f(x) = \frac{1}{x+4}$

b)  $g(x) = \frac{x+6}{x+4}$

c)  $h(x) = \frac{3x^4}{x+4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi függvények hatványsorát!

a)  $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$

b)  $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$

c)  $f(x) = \sqrt{9x^4 - 5x^6}$

d)  $f(x) = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{16-3x^6}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n+1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^{10}} \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n+1}}{n+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{\sqrt{10}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^n}{(2n)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n! n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-100)^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\ln n}{\ln n^2} \right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2 + 4}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2 + 1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-\pi)^n}{\sqrt{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{(n+3)^{n^2}} x^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+3)^n \cdot x)^n}{(n+5)^{n^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sin 1)^{2n}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1} \cdot n^{n+1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sor összegét.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{9 \cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2-1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \frac{\sin^n(2n^2)}{n^3} \quad \sum_{n \in \mathbb{N}} \left( \frac{n+2}{n+3} \right)^n \quad \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{4^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az  $x_0 = 1$  helyen.

$$f(x) = \frac{4}{3x+2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az  $x_0 = \frac{1}{4}$  helyen.

$$f(x) = \frac{1}{2-4x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az  $x_0 = 3$  helyen.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Határozzuk meg az alábbi függvény  $x_0 = 0$  körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az  $f^{100}(0)$  deriváltat.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' = 2xy - x^2y'$

b)  $y' + y^2 = e^x(1 + y^2) - 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(x^2 + y^2) dx = xy dy$

b)  $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c)  $(x^4 + 5y^4) dx = 4xy^3 dy$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(4x^3y^3 + e^x) dx + (3x^4y^2 + 3y^2) dy = 0$

b)  $(2xe^y + 4x^3) dx + (x^2e^y - \sin y) dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(3xy + 2) dx + x^2 dy = 0$

b)  $(y^3 - x) dx + 3y^2 dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(y + \cos^3 x) dx + \sin x \cos x dy = 0$

b)  $\left(y \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x\right) dx + \frac{\sin x}{\cos x} dy = 0$

c)  $4xy dx + (x^2 + 1) dy = 0$

d)  $4xy^{\frac{1}{2}} dx + (x^2 + 1) y^{-\frac{1}{2}} dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' + y \tan x = e^x \cos x$

b)  $xy' + y = x^3$

c)  $y' + 4x^3 y = x^3 e^{x^4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' + 4y = \cos x$

b)  $y' + 2y = 4x^2 + 12$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' - 2y = \cos 4x + e^{3x}$

b)  $y' - 4x = x + e^{3x} + e^{4x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b)  $y'' - 12y' + 36y = 0$

c)  $y'' - 4y' + 13y = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b)  $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'(e^x + 1) = e^x y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 5y' + 6y = 2 \sin(2x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y''(x^2 + 1) = 2xy'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 6y' + 9y = 2 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az  $y' = z$  helyettesítéssel.

$$y''(e^x + 1) = e^x y'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + \frac{2}{x}y = 3x^2 \quad y(1) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y' - 6y = 4 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y + 1)^6 \ln 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x (x^2 + x^3)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4 \cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' (x^2 + 1) = 2xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Differenciálegyenletek, izoklinák

a) Adjuk meg az  $y' = x^2 + y^2 - 8$  differenciálegyenlet  $K = 0$  izoklináját!

b) Adjuk meg az  $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$  [differenciálegyenlet](#)  $K = 0$  izoklináját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Adjuk meg az  $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 4$  differenciálegyenlet  $K = 0$  izoklináját és nézzük meg, hogy a  $(4, 0)$  pontjában, van-e a megoldásfüggvénynek szélsőértéke.

b) Adjuk meg az  $y' = x^2 + y^2 - 8$  differenciálegyenlet  $K = 0$  izoklináját és vizsgáljuk meg a  $(2, -2)$  pontjának lokális tulajdonságait.

c) Adott a következő [differenciálegyenlet](#)

$$y' = xy^3 - y^2 + 2$$

Van-e lokális szélsőértéke a megoldásgörbéjének az  $(1, -1)$  pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Fourier sorok

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = |x|, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad f(x) = f(x + \pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq -\frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 4, & \text{ha } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x^2 \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a)  $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b)  $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c)  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d)  $g(x) = 2x \cos x (\sin x + 5)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehetnek az eredeti függvények?

a)  $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b)  $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c)  $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d)  $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + y = 12 \cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$$

$$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$$

$$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2 \sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$$

$$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$$

$$y' = -x + y \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + y' - 2y = 30 \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - y = 5 \sin 2x \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \quad y(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Geometriai valószínűség, Binomiális tétel

- a) Anna minden reggel 6 és fél 7 között véletlenszerűen érkezik a buszmegállóba. Kétféle buszjárat jó neki, az egyik 15, a másik 20 percenként indul reggel 6 órától kezdve. Mennyi a valószínűsége, hogy Annának nem kell 5 percnél többet várnia a buszmegállóban?
- b) Két webáruházból is házhozszállítással rendeltünk. A szállítandó árut mindkét áruházból délután 5 és 6 óra közötti időszámba rendeltük, hogy ne kelljen feleslegesen sokat várakozni. Az áru kikapcsolása mindkét esetben 10 percet vesz igénybe. Mekkora a valószínűsége, hogy a futárok éppen egy időben fognak érkezni, vagyis az egyik futár még ott lesz, amikor a másik érkezik?
- c) Egy raktárhoz 24 órás időtartamon belül véletlen időpontokban két kamion érkezik. Az előbb érkező kamion rögtön megkezdi a rakodást. A rakodás az egyik kamionnál 1, a másiknál 2 órát vesz igénybe. Ha a második kamion akkor érkezik, amikor az elsőre még rakodnak, akkor várakoznia kell a rakodás befejezéséig. Mekkora a valószínűsége, hogy a két kamion közül valamelyiknek várakoznia kell?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy kör alakú céltáblára lövés érkezik. Mi a valószínűsége, hogy a lövés helye közelebb lesz a kör középpontjához, mint a határvonalához, feltéve, hogy minden lövésünk eltalálja a céltáblát?
- b) Egy 10x10 cm-es négyzetre leejtünk három darab 1 cm sugarú érmét. Mennyi a valószínűsége, hogy mindhárom érme a négyzet valamelyik csúcsát le fogja fedni? (Az érméket egymás után dobjuk el.)

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Mennyi  $(a + b)^7$ -nél az  $a^2b^5$ -es tag együtthatója?
- b) Mennyi  $(a + 2)^7$ -nél az  $a^2$ -es tag együtthatója?
- c) Mennyi  $(x + 3)^8$ -nál az  $x^6$ -os tag együtthatója?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) A (0,5) intervallumot felosztjuk (0,2) és (2,5) részekre. Egymás után véletlenszerűen kiválasztunk két pontot, mekkora valószínűséggel esnek különböző részekbe?
- b) Egy 10x10 cm-es négyzetre leejtünk három darab 2 cm sugarú érmét. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább két érme nem fogja érinteni a négyzet egyik szélét sem, tehát teljesen a belsejében landol? (Az érméket egymás után dobjuk el.)

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) A (0,1) intervallumban véletlenszerűen kiválasztunk két számot. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyik szám több lesz, mint a másik kétszerese?
- b) A (0,3), (0,5) szakaszokon véletlenszerűen választunk egy-egy pontot, jelölje  $x$  és  $y$ . Mennyi a valószínűsége, hogy az  $x$ ,  $y$ , és 2 hosszúságú szakaszokból szerkeszthető háromszög?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)