MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

INFORMATIKA MATEMATIKAI ALAPJAI
tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 09.

Tartalomjegyzék

Számrendszerek

a) Váltsuk át az ötös számrendszerbeli 402_5 számot tizes számrendszerbe.

b) Váltsuk át az $A1E_{16}$ tizenhatos számrendszerbeli számot tizes számrendszerbe.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Váltsuk át a 178 tizes számrendszerbeli számot kettes számrendszerbe.

b) Váltsuk át a 178 tizes számrendszerbeli számot ötös számrendszerbe.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Váltsuk át az 101101_2 kettes számrendszerbeli számot tizes számrendszerbe.

b) Váltsuk át az 5062_7 hetes számrendszerbeli számot tizes számrendszerbe.

c) Váltsuk át a 121 tizes számrendszerbeli számot kettes számrendszerbe.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Váltsuk át az 536_7 hetes számrendszerbeli számot nyolcas számrendszerbe.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oszthatóság és prímfelbontás

Végezzük el az alábbi feladatokat:

a) Az 5728 osztható-e 3-mal?

b) A 4758 osztható-e 3-mal?

c) Az 52742 osztható-e 4-gyel?

d) A 61524 osztható-e 4-gyel?

e) A 3714 osztható-e 6-tal?

f) A 4326 osztható-e 9-cel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi a 36 és 25 legnagyobb közös osztója?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bizonyítsuk be, hogy a 3-nál nagyobb ikerprímszámok összege osztható 12-vel!

b) Melyek azok a p prímszámok, amelyekre $2p-1$ és $2p+1$ is prím?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az 1960 prímtényezős felbontását!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hogyan bontható fel a 360 a $2k$ alakú számok világában?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki a 108 és a 360 legnagyobb közös osztóját.

b) Számoljuk ki a 37 800 és 39 600 számok legnagyobb közös osztóját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki a 108 és 360 legkisebb közös többszörösét.

b) Számoljuk ki a 37 800 és a 39 600 számok legkisebb közös többszörösét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Igazoljuk, hogy ha egy derékszögű háromszög oldalainak mérőszámai egészek, akkor az egyik befogó mérőszáma osztható 3-mal.

b) Igazoljuk, hogy ha egy derékszögű háromszög oldalainak mérőszámai egészek, akkor van köztük legalább egy öttel osztható.

c) Igazoljuk, hogy bármely páratlan szám négyzetéből 1-et elvéve 8-cal osztható számot kapunk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Igazoljuk, hogy ha n páratlan szám, akkor 9 osztója $11^n + 7^n$-nek.

b) Milyen n természetes szám esetén osztható az alábbi kifejezés 16-tal?

$$17^n + n$$

c) Igazoljuk, hogy ha n páratlan, akkor 37 osztója az alábbi kifejezésnek.

$$1 + 2^{19} + 3^{19} + 4^{19} + \cdots + 36^{19}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Milyen pozitív egész n-re lesz a 6 osztója az $1 + n^2 + n^4 + 3^n$-nek?

b) Bizonyítsuk be, hogy 7 osztója $333^{444} + 444^{333}$ -nak.

c) Bizonyítsuk be, hogy 9 osztója $4^n - 3n - 1$-nek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bizonyítsuk be, hogy ha egy 5-nél nagyobb prímszám négyzetét 30-cal osztjuk, akkor maradékul 1-et vagy 19-et kapunk.

b) Határozzuk meg a p, q, r prímeket úgy, hogy a $p^4 + q^4 + r^4 - 3$ kifejezés értéke szintén prím legyen.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be, hogy ha $2^n - 1$ prímszám, akkor n is prímszám!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Euklideszi algoritmus, Diofantoszi egyenletek

Az Euklideszi algoritmus használatával állapítsuk meg a következő számok legnagyobb közös osztóját.

a) 161 és 119

b) 221 és 299

c) 189 és 161

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi Diofantoszi egyenleteket.

a) $13x + 8y = 17$

b) $12x + 8y = 10$

c) $12x + 20y = 28$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bizonyítsuk be, hogy $a = 2n + 5$ és $b = 2n + 3$ relatív prímek bármely n egész számra.

b) Van itt ez a tört:

$\frac{12n+7}{7n+4}$

Létezik-e olyan n egész szám, amire ez a tört egyszerűsíthető 5-tel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi Diofantoszi egyenletet.

$24x + 39y = 10$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi Diofantoszi egyenletet.

$10x + 4y = 12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi Diofantoszi egyenletet.

$26x + 10y = 12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi Diofantoszi egyenletet.

$8x + 6y = 16$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi Diofantoszi egyenletet.

$46x + 26y = 154$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kongruenciák, Euler-Fermat tétel

a) Bizonyítsuk be, hogy $a \equiv b \bmod m \Rightarrow a \cdot c \equiv b \cdot c \bmod m$

b) Bizonyítsuk be, hogy $a \cdot c \equiv b \cdot c \bmod m \Rightarrow a \equiv b \bmod m$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi $\varphi(7)$?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi $\varphi(12)$, $\varphi(16)$ és $\varphi(100)$?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be az Euler-Fermat tételt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Mi az utolsó két számjegye a 1789^{2046} -nak?

b) Mi az utolsó két számjegye az alábbi számnak?

$39^{49^{59}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük azokat az x egész számokat, amikre

a) $24x \equiv 13 \bmod 7$

b) $13x \equiv 11 \bmod 120$

c) $13x \equiv 611 \bmod 120$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük azokat az x egész számokat, amikre

a) $59x \equiv 11 \bmod 120$

b) $23x \equiv 63 \bmod 43$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük azokat az x egész számokat, amikre

a) $2x \equiv 14 \bmod 12$

b) $4x \equiv 36 \bmod 16$

c) $14x \equiv 30 \bmod 18$

d) $6x \equiv 10 \bmod 22$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi Diofantoszi egyenleteket.

a) $3x + 4y = 13$

b) $13x + 36y = 56$

c) $4x + 6y = 13$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi kongruencia rendszereket.

a)

$x \equiv 7 \bmod 12$

$x \equiv 9 \bmod 10$

b)

$4x \equiv 3 \bmod 5$

$5x \equiv 6 \bmod 7$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi kongruencia rendszert

$x \equiv 2 \bmod 3$

$x \equiv 3 \bmod 5$

$x \equiv 4 \bmod 7$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Milyen maradékot ad 66-tal osztva ez a szám?

$66^{63^{61}}$

b) Milyen maradékot ad 1023-mal osztva ez a szám?

1025^{1005}

c) Milyen maradékot ad 65-tel osztva ez a szám?

138^{139}

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az utolsó két számjegye ennek az alábbi számoknak?

a) 303^{404}

b) $33^{21^{34}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az utolsó két számjegye ennek az alábbi számoknak?

a) 159^{161}

b) $49^{49^{50}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi lineáris kongruenciákat.

a) $8x \equiv 30 \bmod 28$

b) $2x \equiv 7 \bmod 33$

c) $47x \equiv 1 \bmod 53$

d) $9x \equiv 1 \bmod 88$

e) $8x \equiv 29 \bmod 27$

f) $32x \equiv 7 \bmod 47$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy n egész szám 115-szöröse 110-zel nagyobb maradékot ad 344-gyel osztva, mint maga az n szám. Milyen maradékot adhat n 344-gyel osztva?

b) Az n pozitív egész számra $43n - 1$ utolsó két számjegye megegyezik $2n + 2$ utolsó két számjegyével. Mi ez a két számjegy?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mely egész számokra teljesül, hogy 7-tel osztva 2, 9-cel osztva 3 maradékot adnak?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mátrixok, mátrixműveletek

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{l} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a)

$$A \cdot \underline{l} = ?$$

$$\underline{l}^T \cdot A = ?$$

b) Mi történik, ha beszorozzuk az A mátrixot az $\underline{e}_2$ egységvektorral?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) Egy áruszállító cég hat különböző országba szállít 5-féle terméket. Az A mátrix azt írja le, hogy az egyes országokba hány darabot szállítanak a különböző termékekből. A B mátrix pedig a szállítási költséget adja meg termékenként és országonként EUR-ban.

$$A = \begin{pmatrix} 450 & 67 & 765 & 310 & 70 \\ 610 & 87 & 964 & 510 & 88 \\ 480 & 72 & 710 & 321 & 76 \\ 756 & 75 & 864 & 412 & 91 \\ 656 & 96 & 689 & 311 & 56 \\ 340 & 24 & 457 & 233 & 23 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 8 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Írjuk föl mátrixműveletek segítségével ezeket:

1) A Németországba (2. sor) szállított termékek száma összesen.

2) A 4-es termékből (4. oszlop) Svájcba (3. sor) szállított mennyiség.

3) A 2-es termék (2. oszlop) Olaszországba (5. sor) szállításának összköltsége.

4) A Németországba (2. sor) szállított összes termék teljes szállítási költsége.

5) Az összes elszállított termék.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$E = < 2\ 5\ 7 >$$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C^*$

d) $\underline{b}^* \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d}^*$

f) A^2

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad C =< 3\,2\,1 >$$

a) $A + I) \cdot C = ?$

b) $(2\underline{b} + \underline{e}_1) \cdot \underline{b}^T = ?$

c) $(C^2 - I) \cdot A = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + I = X + 2B \quad X = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + 2X = (B + I)A + X \quad X = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) $A \cdot B = ?$

b) $B \cdot A = ?$

c) $A \cdot \underline{c} = ?$

d) $A^T \cdot \underline{c} = ?$

e) $\underline{c} \cdot \underline{d}^T = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorterek, lineáris függetlenség

Vektorteret alkotnak-e?

a) Komplex számok

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen R^3-ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen R^3-ban
1		
2		
3		
4		
5		

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in R^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}, \underline{c}-\underline{a}$ is lineárisan független.

d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ is lineárisan független.

e) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.

f) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^3-nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \middle| \begin{matrix} a, b, c, d \in R \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{matrix} \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V-ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy vektorteret alkotnak-e...

a) Harmadfokú polinomok a valós számok felett.

b) Legfeljebb harmadfokú polinomok.

c) Azok a polinomok, amiknek az x=2 gyöke.

d) Azok a legfeljebb harmadfokú polinomok, amiknek az x=2 és az x=3 is gyöke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) Bontsuk fel a $\underline{v}$ vektort az $\underline{a}, \underline{b}$ és $\underline{c}$ vektorokkal párhuzamos komponensekre.

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Egy síkban vannak-e az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok?

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ R^n-beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy V altere-e R^3-nak, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist V-ben.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 : 3x - 7y + 4z = 0 \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in R^4 : 5x_1 - 8x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyenek $\underline{u}, \underline{v}$ és $\underline{w}$ lineárisan független vektorok R^n-ben. A p valós paraméter milyen értékeire teljesül, hogy az $\underline{a} = \underline{u} - \underline{v}, \underline{b} = \underline{u} + \underline{w}, \underline{c} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}, \underline{d} = p \cdot \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ vektorok szintén lineárisan függetlenek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorokból álló vektorrendszer bázis-e R^3-ban, és ha igen, akkor határozzuk meg a $\underline{d}$ vektor koordinátavektorát eszerint a bázis szerint.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi, R^3-beli vektorok generált alterét. Amennyiben ez az eltér egyenes vagy sík, adjuk meg az egyenletét vagy egyenletrendszerét.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 13 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -12 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 9 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az R^n-beli $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok lineárisan függetlenek. Igaz-e, hogy ekkor az $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{a} + \underline{b} + 3\underline{c}, 3\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$ vektorok is biztosan lineárisan függetlenek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Alteret akot-e R^2-ben azon (x, y) vektorok halmaza, melyekre teljesül, hogy $x^2 = y^2$?

b) Alteret akot-e R^3-ban azon (x, y, z) vektorok halmaza, melyekre teljesül, hogy $xy = yz$?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg R^4-ben egy, az $\underline{u}$, $\underline{v}$, és $\underline{w}$ vektorokat tartalmazó bázist, majd írjunk fel ebben a bázisban az $\underline{a}$ koordinátavektorát.

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 11 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Determináns, adjungált

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok adjungáltjait.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét az adjungált segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert az adjungált segítségével.

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk az alábbi determinánsokat.

a) $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{pmatrix}$

b) $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 25 \\ 1 & 27 & 8 & 125 \end{pmatrix}$

c) $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & 1 & -8 & 27 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a mátrixok, döntsük el, hogy milyen definitek.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrixhoz és $\underline{x}$ vektorhoz tartozó kvadratikus alakokat.

a) $A=\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

b) $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

c) Adott a $Q(\underline{x})$ kvadratikus alak, határozzuk meg ebből az A mátrixot.

$$Q(\underline{x})=5x_1^2-2x_2^2+4x_3^2+8x_1x_2+7x_1x_3-6x_2x_3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el az alábbi kvadratikus alakok definitségét.

a) $Q(\underline{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3$

b) $Q(\underline{x}) = -5x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egyenletrendszer, Gauss elimináció, bázistranszformáció

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$

$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg Gauss-Jordan eliminációval az alábbi egyenletrendszereket.

a)

$$2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 4$$
$$3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 27$$
$$4x_1 + x_2 - 3x_3 = 7$$

b)

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 4$$
$$3x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 16$$
$$x_1 + 7x_2 - 18x_3 - 6x_4 = -8$$

c)

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 9$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 10$$
$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a mátrix. Számoljuk ki a rangját, és döntsük el, hogy teljes oszloprangú vagy teljes sorrangú-e.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrix rangját, keressük meg az oszlop-vektorterének egy bázisát, és adjuk meg ebben a bázisban az A mátrix oszlopvektorainak koordinátáit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 & 2 & 10 \\ 3 & 9 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -9 & 8 & 19 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$

$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$

$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek.

Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$

$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$

$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$

$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$

$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$

$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$

$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sajátérték, sajátvektor

a) Sajátvektora-e az A mátrixnak az $\underline{u}$ és a $\underline{v}$ vektor?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$$

És a feladatunk az, hogy derítsük ki, ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektora az A mátrixnak. A sajátvektorhoz pedig számoljuk majd ki a sajátértékeket is.

b) Számoljuk ki az A mátrix sajátértékeit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

c)

Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Nézzük meg, hogy ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektor, és a sajátvektorokhoz számoljuk ki a hozzájuk tartozó sajátértékeket is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A bázis transzformáció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki, hogy mennyi A^{10}.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki az A^6 mátrixot, az A^{-1} mátrixot és még az $\left(A^{-1}\right)^2 mátrixot is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A mátrixnak karakterisztikus polinomja-e a p polinom?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \qquad p(x) = x^2 - 3x + 1$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a mátrix, és készítsük el a spektrálfelbontását.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki a sajátértékeit és rajzoljuk fel a Gersgorin-köröket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Teljes indukció

Bizonyítsuk be, hogy $1+3+5+\cdots+2n-1=n^2$ minden pozitív egész n esetén.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$$1\cdot 4+2\cdot 7+\cdots+n\cdot(3n+1)=n\cdot(n+1)^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)2n)}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{2n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$$1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdot\cdots\cdot\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy n db. egyenes a síkot legfeljebb $\frac{n^2+n+2}{2}$ részre osztja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$$(2+1)\cdot(2^2+1)\cdot\cdots\cdot\left(2^{2^n}+1\right)=2^{2^{n+1}}-1$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\cdots\cdot\frac{2n-1}{2n}\geq\frac{1}{2\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{3n}+\frac{1}{3n+1}>1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy minden n pozitív egész számra

$\frac{n}{2}<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igazoljuk teljes indukcióval, hogy n db. kör a síkot legfeljebb n^2-n+2 részre osztja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Indirekt bizonyítás

Végezzük el az alábbi feladatokat:

a) Egy vonaton 400-an utaznak. Bizonyítsuk be, hogy utazik rajta két olyan utas, akiknek ugyanazon a napon van a születésnapja.

b) Mi történik, ha felszáll újabb 333 utas?

c) És ha 1200-an utaznak a vonaton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy 5 kocsiból álló vonaton 460-an utaznak. Bizonyítsuk be, hogy van olyan kocsi, amiben legalább 80 utas van.

b) Egy másik vonat szintén 5 kocsiból áll. Legalább hányan utaznak a vonaton, ha tudjuk, hogy biztosan van olyan kocsi, amiben legalább 40-en utaznak?

c) Az egyik kocsiban egy 10 tagú társaság utazik. Mindenki a társaságból legalább 7 másik embert ismer. Bizonyítsuk be, hogy bármely 3 embernek van közös ismerőse.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be, hogy a $\sqrt{2}$ irracionális szám.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kijelentéslogika, normálformák

Van itt ez az állítás: "Minden mamut sárga."

Válasszuk ki innen azokat, amik az állítás tagadása:

Egyik mamut sem sárga.

Van olyan mamut, ami sárga.

Van olyan mamut, ami nem sárga.

A legtöbb mamut nem sárga.

Nem minden mamut sárga.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Dontsük el az alábbi állításokról, hogy igazak, vagy hamisak.

a) Esik az eső és a mamut piros.

b) Esik az eső vagy a mamut piros.

c) Ha esik az eső, akkor a mamut piros.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Készítsük el az alábbi állítások igazságtábláit.

a) $\neg A \wedge \neg B$

b) $A \wedge \neg B$

c) $(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$

d) $\neg A \Rightarrow (A \wedge B)$

e) $\neg A \wedge (A \vee B)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Van itt két láda. Az egyikben arany van, a másik üres, a ládákon lévő feliratok pedig lehetnek igazak vagy hamisak is. Anélkül, hogy hozzárénénk a ládákhoz, meg tudjuk-e mondani, hogy melyikben van az arany?

A ládák feliratai: "Ha a másik ládában van az arany, akkor mindkét ládában hamis felirat van." és "Az arany nem ebben a ládában van."

b) Ezúttal már három láda van. Az egyikben arany van, a másik kettő üres, a ládákon lévő feliratok pedig lehetnek igazak vagy hamisak is.

A ládák feliratai:

"A másodikon ládán a felirat igaz."

"Az arany ebben a ládában van és az első ládán a felirat hamis."

"Az arany olyan ládában van, amin a felirat hamis."

c) Most pedig tegyünk egy kört a lovagok és lókötők szigetén. Ezen a szigeten kétféle ember él, akik külsejük alapján teljesen egyformák. Csak éppen a lovagok mindig igazat mondanak, a lókötők pedig mindig hazudnak. Találkozunk két szigetlakóval.

X azt mondja: "Ha Y lovag, akkor én lókötő vagyok.". Y nem mond semmit. Milyen típusú X és Y?

d) Egy másik alkalommal három szigetlakóval találkozunk, akik ezt mondják:

X: "Y lókötő és Z lovag."

Y: "Lókötő vagyok és Z lovag."

Milyen típusú X, Y és Z?

e) Végü legy újabb esetben ismét három szigetlakóval találkozunk, akik ezt mondják:

X: Y lovag.

Y: X lókötő és Z lovag.

Milyen típusú X, Y és Z?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tagadjuk a következő állítást:

"Az áldozat a szobában van, és ha nem találják meg, akkor holnap is ott lesz."

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi a teljes diszjunktív normálformája?

a) $A \Rightarrow (B \wedge C)$

b) $(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg A$

c) $(A \Rightarrow B) \wedge (A \vee B)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Pascal-háromszög, binomiális tétel

a) Mennyi $(a+b)^7$-nél az a^2b^5-es tag együtthatója?

b) Mennyi $(a+2)^7$-nél az a^2-es tag együtthatója?

c) Mennyi $(x+3)^8$-nál az x^6-os tag együtthatója?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kombinatorika

Egy futóverseny döntőjében 3 versenyző ér célba leghamarabb. Hányféle sorrendben érkezhetnek be?

Egy másik futóversenyen 6-an kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd. Hányféle sorrendben érkezhetnek célba?

Egy harmadik futóversenyen 7-en kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd, magyar.
a) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző ér először célba?
b) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző a negyedik?
c) Hány olyan sorrend van, amikor a német az első és a francia a negyedik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
a) Hányféle ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
b) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy 7-es, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
c) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy páros, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bob őrülten rajong a modern művészetekért, és elhatározza, hogy festeget egy kicsit... Minden festményét két színnel készíti el, a színeket pedig 9 lehetséges szín közül választja ki.

a) Hányféleképpen tud két színt kiválasztani?

b) Bob 36 darab képe közül 4-et kiállítanak egy múzeumban. Hányféleképp lehet kiválasztani a 36 darab kép közül azt a 4-et amit kiállítanak?

c) Bob 36 darab képe közül 4-et elajándékoz 4 különböző múzeumnak. Hányféleképpen teheti ezt meg?

d) Egy másik kiállítás megnyitóján 24 festő volt jelen, akiknek a képeit kiállították. A megnyitón a 24 festő mindegyike mindegyik másik festővel koccint. Hány koccintás történt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Hányféleképpen ülhet le öt ember egymás mellé a padon?

b) Hányféleképpen ülhet le öt ember közül három egymás mellé a padon?

c) Hányféleképpen választhatunk ki öt ember közül hármat?

d) Egy buszon 20-an utaznak, és az öt megállója során végül minden utas leszáll. Hányféleképpen tehetik ezt meg?

e) Egy nyereményjátékon 20 ember között kisorsolnak 5 ajándékot. Hányféleképpen lehetséges ez, ha a nyeremények különbözőek, és egy ember csak egyet kaphat? Hogyha a nyeremények különbözőek, de egy ember többet is kaphat? Végül, ha a nyeremények egyformák és egy ember csak egyet kaphat?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Lili együtt megy moziba, és öt egymás melletti helyre vesznek jegyet.
a) Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?
b) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen középen szeretne ülni?
c) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen a szélén szeretne ülni?
d) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Mira és Lili mindenképpen egymás mellé szeretne ülni?
e) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Hanna és Luca biztosan nem akar egymás mellé ülni?

Hányféleképpen rakhatunk egymás mellé egy polcra hat könyvet, ha a piros és a kék könyvet nem szeretnénk egymás mellé rakni. Ezek a könyvek: Rózsaszín, sárga, piros, lila, kék, zöld

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hat darab számkártyánk van: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

Hat darab számkártyánk van: 7, 7, 8, 8, 8, 8. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

12 darab virágot szeretnénk sorban egymás mellé ültetni. Van köztük 5 piros, 4 sárga és 3 lila. Hányféle lehetőség van?

Ezeknek a számkártyáknak a segítségével nyolcjegyű számokat készítünk: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7
a) Összesen hány nyolcjegyű szám készíthető?
b) Hányféle páros nyolcjegyű szám készíthető?

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
a) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
b) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet többször is használhatunk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1) Öt lány hányféleképpen ülhet le egy kerek asztal köré?

2) Hat különböző szín felhasználásával szeretnénk hat cikkelyből álló esernyőket színezni. A hat szín: piros, sárga, zöld, kék, türkiz és rózsaszín.
a) Hányféle különböző színezésű esernyő készíthető?
b) Hány olyan eset van, amikor a piros és a sárga színek egymás mellé kerülnek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

b) Egy állatkert beszerez 4 hím és 5 nőstény oroszlánt, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

1) Háromnál kevesebb oroszlán egyik kifutóban sem lehet.

2) A nagyobb kifutóba több oroszlán kerül, mint a kisebbikbe.

3) Mindkét kifutóban hím és nőstény oroszlánt is el kell helyezni.

4) Egy kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény.

Hányféleképpen helyezhetik el a 9 oroszlánt a két kifutóban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy bármelyik számjegyet akárhányszor felhasználhatjuk.
a) Hány négyjegyű szám alkotható?
b) Hány páros szám alkotható?
c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy minden számjegyet csak egyszer használhatunk.
a) Hány négyjegyű szám alkotható?
b) Hány páros szám alkotható?
c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tíztagú társaság raftingolni indul egy ötszemélyes, egy háromszemélyes és egy kétszemélyes csónakkal.
a) Hányféleképpen ülhetnek a csónakokba, ha a csónakokon belül a helyek közöt nem teszünk különbséget?
b) Hányféleképpen ülhetnek be, ha két ember mindenképpen uyganabban a csónakban szeretne utazni?

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy egy jegyet csak egyszer használhatunk.
a) Hány olyan szám keletkezik, amelyben két páros és két páratlan számjegy szerepel?
b) Hány olyan szám készíthető, amiben szerepel a 9-es számjegy?

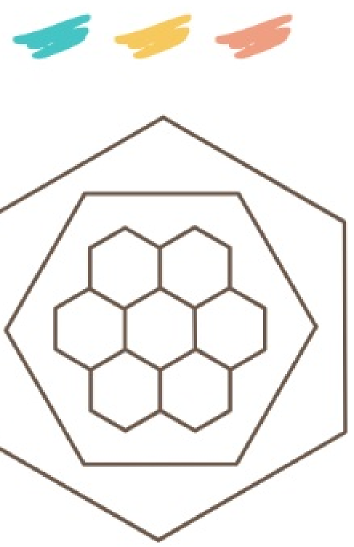
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hat szín felhasználásával zászlókat készítünk. A hat szín: fehér, piros, sárga, zöld, kék és fekete
a) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek?
b) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű?
c) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű, és szerepel benne a piros szín?
d) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek, és szerepel benne a piros szín?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy csempét hat különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?

Egy másik csempét három különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A, B, C és D pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az E, F és G pontokra illeszkedő egyenessel.
a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely a pontok közül legalább kettőre illeszkedik?
b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait a 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszög különböző, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy szabályos háromszög egyik oldalát az A és B pontokkal három egyenlő részre osztottuk, a másik oldalát a C, D és E pontokkal négy egyforma szakaszra osztottuk, a harmadik oldalát pedig az F, G, H és I pontokkal öt egyforma részre osztottuk. Hány olyan különböző négyszög van, amelyeknek csúcsai ezek az osztópontok, és az eredeti háromszögnek minden oldalán van legalább egy csúcs?

Helyezzük el a síkon az A, B, C, D, E, F és G pontokat úgy, hogy a pontok közül bármelyik hármat kiválasztva azok egy háromszög három csúcsát alkossák. Hány olyan egyenes van a síkban, amely legalább két ponton átmegy?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tíz különböző szín felhasználásával hányféle különböző 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol
a) minden cikkely más színű?
b) két szín ismétlődik felváltva?
c) az egyik szín kétszer szerepel, de a többi szín csak egyszer?

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Olívia leülnek egy kerek asztal köré.
a) Hányféle lehetőség van, ha Luca és Léna mindenképpen egymás mellet akar ülni?
b) Hány lehetőség van, ha Mira és Olívia nem szeretne egymás mellett ülni?

8 különböző színű gyöngyből hányféle kapocs nélküli nyaklánc készíthető, ahol a piros és a sárga gyöngy egymás mellet van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy sífutóveresenyen 8-an vesznek részt, mindegyikük más-más országból.
a) A cél előtt nem sokkal már látszik, hogy az utolsó helyen a dán versenyző fog végezni, az első három helyen a svájci, a francia és a norvég fog osztozni, az olasz pedig a negyedik lesz. Hányféleképpen érhetnek célba a versenyzők?
b) Hányféleképpen érhetnek célba akkor, ha a 8 versenyzőről annyit tudunk, hogy nem a svájci fog nyerni, viszont nem is a svjáci az utolsó?
c) Hányféleképpen érhet célba a 8 versenyző, ha tudjuk, hogy a francia biztosan megelőzi a svájcit, az olasz a harmadik, és a német az utolsó?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Mivel kicsit későn vették meg a vonatjegyet, olyan hely már nincs, ahol mind a 8-an együtt utazhatnának. Háromfős, kétfős és egyfős helyek vannak még szabadon. Egyedül egyikük sem szeretne utazni, ezért hármas és kettes csoportokban ülnek le a megmaradt helyekre. Hányféleképpen tudnak ilyen csoportokat alkotni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Útközben szeretnének beszélgetni, ezért két egymás melletti négyes blokkba szeretnének ülni, ahol asztal is van.

a) Hányféleképpen tudnak leülni egy kocsin belül?

b) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymással szemben és ablak mellé üljenek?

c) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymás mellett, és Anna ablak mellett üljön?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van öt különböző színű dobókockánk, egy sárga, egy piros, egy kék, egy zöld és egy rózsaszín. Sorban egymás után mindegyik dobókockával egyet dobunk.

a) Hányféle sorrendben tudunk dobni a kockákkal úgy, hogy nem a piros kockával kezdünk?

b) Hányféle olyan dobás lehetséges, hogy nem a piros kocka az első és a sárga az utolsó?

c) Hányféle olyan dobás lehetséges, ahol a dobott pontokat is figyelembe vesszük, az első dobás 4-es, az utolsó dobás pedig a piros kockával történik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van 3 kék, 3 zöld, 3 sárga és 3 piros színű dobókockánk. Hányféleképpen tudunk kiválasztani közülük 4 kockát úgy, hogy
a) pontosan három különböző színű kocka legyen?
b) pontosan két különböző színű kocka legyen?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy társaságban van 5 férfi és 5 nő. Hányféleképpen tudnak leülni egy kör alakú asztal köré, ha

a) férfiak és nők felváltva ülnek?

b) az egyik férfi mindenképpen egy adott nő mellett szeretne ülni?

c) két ember a társaságban semmiképpen nem szeretne egymás mellett ülni?

d) férfiak és nők felváltva ülnek és egy férfi semmiképpen nem szeretne egy adott nő mellett ülni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy nyomozás során egy hattagú társaság (A, B, C, D, E, F) tagjait 3 fős csoportokban hallgatják ki. Minden olyan 3 fős csoport kihallgatását megszervezik, amelyben A és B együtt nincs jelen. Összesen hány ilyen csoportos kihallgatást kell szervezni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy séf új ízek kitalálásán kísérletezik. Az ételek ízesítéséhez hatféle fűszer áll rendelkezésére: keserű, savanyú, édes, sós, csípős és fanyar. Hányféleképp ízesítheti az ételeket, hogyha a hatból három- vagy négyféle fűszert szeretne használni, de az édes és keserű nem szerepelhet egyszerre?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A szóbeli érettségi vizsgán egy osztály 35 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek. Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hányféleképp rendezhetünk sorba 3 kék és 2 piros golyót?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hány 5-tel osztható ötjegyű szám alkotható a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hányféle különböző számot kaphatunk a 222 335 szám számjegyeinek felcserlésével?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Halmazok, hatványhalmaz, injektív és bijektív függvények

Adottak az A és B halmazok:

$A = \{1,2,3,4,7,8\} \quad B = \{1,3,4,5,6\}$

Határozzuk meg...

a két halmaz metszetét!

a két halmaz unióját!

$B \setminus A$-t!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A halmaz legyen a $[2,6]$ zárt intervallum, a B halmaz pedig az $]1,4[$ nyílt intervallum.

Határozzuk meg ezeket:

$A \cap B \quad A \cup B \quad A \setminus B$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy osztályban 12-en utálják a matekot és 18-an a fizikát. Összesen 20-an vannak, akik a kettő közül legalább az egyiket utálják. Hányan utálják mindkettőt?

b) Egy osztályba 20 tanuló jár. Az osztály összes tanulója közül 9-en szeretik a matekot és közülük 5 lány. Tudjuk még, hogy 5 fiú nem szereti a matekot. Hány lány jár az osztályba?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy osztályba 20-an járnak. Közülük 16-an vannak, akik a matekot és a fizikát is utálják. Hányan vannak, akik legalább az egyik tantárgyat szeretik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a G és H halmazok:

$G = \{1,2,3,4,6,12\} \quad H = \{1,2,4,8,16\}$

Határozzuk meg a $G \cap H$ és $G \setminus H$ halmazokat!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A halmaz elemei a 28 pozitív osztói, a B halmaz elemei a 49 pozitív osztói. Adjuk meg az $A \cap B$ és $B \setminus A$ halmazokat elemeik felsorolásával!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy városban 60 étterem, 56 bár és 36 reggeliző hely üzemel. Olyan, ami étterem és bár is egyben 16 darab van, ami reggelizőként és bárként is üzemel, olyanból 20 darab van, és ami reggeliző és étterem is, olyan 11 darab van. 4 olyan hely van, ami reggelizőként, étteremként és bárként egyszerre működik. Hány olyan bár működik a városban, ami nem étterem és nem reggeliző hely?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van három halmaz, $A=\{2,3,5,7,11\}$, $B=\{x\in Z^+ | 1\leq x^2\leq 24\}$ és C pedig a 15 pozitív osztóinak halmaza. Ábároljuk ezeket a halmazokat és adjuk meg elemeinek felsorolásával az $A\cup B\cap C$ és az $A\cap B\setminus C$ halmazokat.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egyenlő-e ez a két halmaz?

$$A=\{4;6;5;7\} \quad B=\{7,6,5,4\}$$

b) Soroljuk fel az $A=\{x,y,z\}$ halmaz összes részhalmazát.

c) Hány elemű lesz B-nek a hatványhalmaza?

$$B=\{5,6,7,8\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Igaz-e a következő?

$$(A\Delta B)\Delta A=A$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be, hogy

a) $(A\cup\overline{B})\cap B=A\cap B$

b) $(A\setminus(B\setminus A)=(A\cap B)\cup(A\setminus B)$

c) $A\Delta((B\cup A)\Delta A)\Delta B=(A\cap B)\Delta(A\setminus B)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Hogyha A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \cap B = A \cup B$, akkor vajon igaz-e, hogy $A \Delta B = A \setminus B$?

b) Hogyha A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \Delta B = B$, akkor vajon igaz-e, hogy $(A \cup B) \Delta (A \cap B) = B \setminus A$?

c) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges A és B halmazokra teljesül, hogy:

$$(A \cup \overline{B}) \cap B \subseteq (A \cup B) \setminus (B \setminus A)$$

d) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges A, B és C halmazokra teljesül, hogy:

$$(A \cup B) \setminus (C \cap (B \setminus A)) = A \cup (B \setminus C)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $A = \{1, 2\}$ és $B = \{a, b, c\}$ halmazok Descartes-szorzatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot
