

## Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

Adott egy kocka. Az A csúcsából kiinduló 3 oldalvektor segítségével fejezzük ki az alábbi vektorokat.

a)  $\overrightarrow{AG} = ?$

b)  $\overrightarrow{FH} = ?$

c)  $\overrightarrow{CE} = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen hosszú az  $\underline{a} = (2, 4)$  vektor?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg  $x$  értékét úgy, hogy az  $\underline{a} = (x, 3)$  és  $\underline{b} = (5, 2)$  [vektorok](#) egymásra merőlegesek legyenek.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $\underline{a} = (3, 2)$  vektor  $+90^\circ$ -os és  $-90^\circ$ -os elforgatottját.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a  $P(7, 8, 9)$  ponton átmenő és  $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  irányvektorú egyenes egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk föl a  $P(3, 5)$  ponton átmenő és a  $4x + y = 6$  egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a  $P(3, 5, 7)$  ponton átmenő és az  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$  egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a  $P(1, 1)$  és  $Q(3, 5)$  ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a  $P(1, 4, 1)$  a  $Q(3, 5, 7)$  és az  $R(6, 5, 2)$  pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [vektorok](#) vektoriális szorzatát.

$$a) \underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} \times \underline{b} = ?$$

b) Írjuk föl a  $P(1, 1)$  és  $Q(3, 5)$  ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a  $P(1, 4, 1)$  a  $Q(3, 5, 7)$  és az  $R(6, 5, 2)$  pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$$e_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-4}{3}$$

$$e_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{3}$$

b) Adjuk meg a  $7x - 4y + 2z = 7$  és a  $16 - 7y + z = 21$  egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $2x + y - 3z = 2$  egyenletű  $S_1$  és az  $x + 7y + 3z = 21$  egyenletű  $S_2$  síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a  $P(5; 1; 3)$  pont az  $S_1$  és az  $S_2$  metszésvonalán,

b) merőleges-e egymásra  $S_1$  és  $S_2$ ?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Átmege-e az origón az  $S$  sík, amely tartalmazza a  $P(2; -1; 4)$  pontot és az  $\frac{x-1}{4} = \frac{1-y}{5} = \frac{z-3}{6}$  egyenletrendszerű  $e$  egyenest?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tartalmazza-e az  $R(1; 3; 4)$  pontot az a sík, amelyet a  $P(1; 7; -1)$  és a  $Q(11; 9; -5)$  pontokat összekötő egyenes a  $P$ -ben merőlegesen dőf?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $e$  egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen dőfi az  $x + 2y + 3z = 6$  egyenletű síkot az  $(1; 1; 1)$  pontban, az  $f$  egyenesről pedig, hogy átmege az  $(5; 2; -1)$  ponton és a  $(13; 4; -5)$  ponton. Döntsük el, hogy  $e$ -nek és  $f$ -nek van-e közös pontja.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van-e az  $A(-1; -2; 1)$ ,  $B(3; 1; 3)$ , és  $C(7; 6; 3)$  pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az  $y$ -tengelyre esik? Ha igen, melyik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $e$  egyenes egyenletrendszere  $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ , az  $f$  egyenes egyenletrendszere pedig  $\frac{x}{-2} = \frac{3-y}{6} = \frac{2-z}{10}$ .

Döntsük el, hogy  $e$  és  $f$  párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az  $x - 4 = \frac{y+5}{4} = \frac{2-z}{3}$  egyenletrendszerű  $e$  egyenes minden olyan  $P$  pontját, amelyre a  $P$ -t a  $Q(7; 12; 4)$  ponttal összekötő  $f$  egyenes merőleges  $e$ -re.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $p$  paraméter milyen értékére esnek egy síkba az  $A(2; 3; 3)$ ,  $B(3; 4; 1)$ ,  $C(4; 6; 2)$ , és  $D(p; 2; 5)$  pontok?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Párhuzamos-e az  $\frac{5x+3}{10} = \frac{4-y}{5} = \frac{5-2z}{2}$  egyenletrendszerű egyenes a  $6x + y + 7z = 91$ , illetve az  $5x + 2y = 79$  egyenletű síkok metszésvonalával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a  $P(12; 1; 7)$  ponton és merőlegesen metszi az  $x - 3 = \frac{y-2}{3} = \frac{-z-1}{4}$  egyenletrendszerű egyenest.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik átmegy az  $AC$  szakasz felezőpontján, és merőleges az  $ABC$  síkra, hogyha adott  $A(1, 0, 7)$ ,  $B(2, -4, 4)$  és  $C(3, -2, -1)$ .

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az  $A(1, -2, 3)$  és  $B(4, 1, 0)$  pontok által adott szakasz felezőpontján átmenő és az  $\underline{a} = (-1, 2, 4)$  vektorral párhuzamos egyenes egyenletét. Adjuk meg az  $\overrightarrow{AB}$  és  $\underline{a}$  vektor szögét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)