



MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MATEK 2 BÁNKI tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 10. 03.

Tartalomjegyzék

Komplex számok.....	2
Határozatlan integrálás, primitív függvény.....	5
Határozott integrálás.....	16
Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok.....	20
Fourier sorok.....	30
Mátrixok és vektorok.....	32
Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei.....	37
Vektorterek, független és összefüggő vektorok.....	40
Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok rangja és inverze.....	45
Determináns, adjungált, kvadratikus alakok.....	53
Sajátérték, sajátvektor, sajátfelbontás.....	57
Kombinatorika.....	61
Valszám alapok, klasszikus valszám.....	69
Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel.....	74
A binomiális eloszlás és a hipergeometriai eloszlás.....	79
Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény.....	81
Várható érték és szórás.....	84
Markov és Csebisev egyenlőtlenségek.....	86
Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások.....	88
Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintősík.....	96
Kétváltozós függvények.....	98
Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság.....	103
Kettős és hármas integrál.....	108

Komplex számok

Van itt két komplex szám: $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = 1 + 2i$.

$z_1 + z_2 = ?$ $z_1 \cdot z_2 = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két komplex szám: $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - 2i$.

$z_1 + z_2 = ?$ $z_1 - z_2 = ?$ $z_1 \cdot z_2 = ?$ $\frac{z_1}{z_2} = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Alakítsuk szorzattá az alábbi polinomokat.

a) $x^2 - 9$

b) $x^2 + 4$

c) $x^4 - 81$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi másodokú egyenletet.

$x^2 + 6x + 13 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hol helyezkednek el a komplex számsíkon azok a [komplex számok](#), amelyekre

a) $|z - 4i| \leq |z + 2|$

b) $|z - 3 + i| > 2$

c) $|z + 6 + 3i| > |2z|$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $(1 + i)^6 = ?$

b) $(1 - \sqrt{3}i)^3 (-1 + i)^2 = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a $z = 1 + \sqrt{3}i$ komplex szám ötödik gyökét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a 8-adik egységgyököket

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$z = 1 + i \quad z^4 = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vonjunk a $z = 1 - \sqrt{3}i$ komplex számból harmadik gyököt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mennyi lesz az n -edik egységgyökök szorzata és összege?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\sqrt[5]{\frac{-2+6i}{1+2i}}$

b) $(1+i)^4 (\sqrt{3}+i)^5$

c) $\frac{i}{1+\sqrt{3}i}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a [komplex számok](#) halmazán!

a) $(6-i)^2 z + 9 + 2i^3 = \frac{-34i}{5-3i}$

b) $4z^2 + 4z + 17 = 0$

c) $z^2 + 6i = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\left(\frac{-9+13i}{4-3i}\right)^{10}$

b) $\sqrt[4]{\frac{16}{2-2i}} \cdot (-1-i)^3$

c) $2i \cdot (\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ) \cdot (\sqrt{5} - i\sqrt{15})^{10}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a [komplex számok](#) halmazán!

- a) $(z^4 - i) \cdot (z^2 + 7) = 0$
 b) $(2 + \sqrt{3}i) \cdot z^5 + 2 - \sqrt{3}i = -3$
 c) $2z^6 + 4\sqrt{2}z^3 + 8 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Adjuk meg exponenciális alakba: $-\sqrt{3} + i$
 b) Határozzuk meg az alábbi komplex szám valós és képzetes részének összegét.

$$(1 + i)^{12} + \frac{\sqrt{3} + i}{(1 - i)(\sqrt{3} - i)}$$

- c) Adjuk meg a $\left(\sqrt{2} \frac{i}{1+i}\right)^{999}$ komplex számot kanonikus alakban!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy a komplex számsíkon elhelyezkedő szabályos háromszög középpontja az origó, egyik csúcsa $z_1 = 1 + i$. Adjuk meg a további csúcsait!
 b) Írjuk fel a komplex síkon annak a szabályos háromszögnek a csúcsait algebrai alakban, amelynek középpontja az origó, és egyik csúcsa a $z_1 = 1 + 2i$ pont!
 c) Adjuk meg az összes olyan komplex számot, amelynek az egyik hetedik gyöke megegyezik az egyik harmadik gyökével!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a [komplex számok](#) halmazán!

- a) $iz^3 = \frac{1}{2} \cdot (1 - i)^8$
 b) $(1 + i^{1001} + i \cdot z + z)(z^2 + 2z + 10) = 0$
 c) $z^6 - \frac{3-i}{2+i}z^2 = 0$
 d) $z^6 + 7z^3 - 8 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a [komplex számok](#) halmazán!

- a) $z - |z| = 1 + i$
 b) $|z| + z = 2 + i$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b) $f(x) = x^2$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

e) $\int (3x + 7)^{10} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x - 10)^6 dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4} dx = ?$

d) $\int e^{4x-6} dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos \frac{x}{4} dx = ?$

b) $\sin \frac{2x-3}{5} dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)} dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)} dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3 dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100} dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int (x^2 + \sqrt{x}) \cdot x dx = ?$

e) $\int (x^5 + x^4) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (x^4 + x)^6 \cdot (4x^3 + 1) dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3) dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (e^{4x} + x^4)^{100} \cdot (4e^{4x} + 4x^3) dx = ?$

b) $\int (x^2 + 3) \cdot 12x dx = ?$

c) $\int (4x^2 + 5)^6 \cdot x dx = ?$

d) $\int (2x^2 + 7)^5 \cdot 3x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{(x^4 + 2x^2)^7} \cdot (x^3 + x) dx = ?$

b) $\int (x^4 + x^3)^8 \cdot (16x^3 + 12x^2) dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4 + 6}{(x^5 + 6x)^8} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8} dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3 + 5}{\sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x} + x}{\left(\sqrt[5]{x^2 + e^{2x}}\right)^4} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3 + 9}{\sqrt[3]{(x^4 + 12x)^7}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x dx = ?$

d) $\int \ln x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5} dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2} dx = ?$

b) $\int (4x^2 - 5x) \cdot \cosh(2x + 1) dx = ?$

c) $\int \arctan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

b) $\int \cos(x^2 + 1) \cdot 2x dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot (x^3 + 3) dx = ?$

b) $\int \frac{5^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x} dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100} + 4x^5 + 6x + 1}{x} dx = ?$

b) $\int \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + 4 \cdot \sqrt[6]{x^5} + \sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x^5}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x} + x^4}{e^{-x} \cdot x^4} dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2} dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3} dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

d) $\int \tan^2 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5} dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx = ?$

d) $\int \tan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4} dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}} dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x+1)} dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4 \cdot \sqrt{x^6-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x} dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3} dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2} dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4} dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15} dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x} dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x dx = ?$

c) $\int \sin^4 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \cos x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^4 \cdot \ln x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x + 2) \cdot e^{3x^2 + 4x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + x) dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x^2+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x e^{1+x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{7-6x}{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^3 (2x^4 + 4)^3 dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{5x^3}{x^4+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \sin x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0, 6]$ intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \text{ irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$ -nál húzható érintője által határolt területet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4} dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2} dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4} dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

b) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20) dx = 0$ teljesüljön!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függvény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függvény grafikonja az x tengellyel bezár.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x-12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F . Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}} dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x} dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 6x - x^2 \quad g(x) = x^2 - 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_0^2 \frac{1}{2-x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_2^\infty \frac{4}{x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^2 \frac{x^{-1}}{\ln x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5 \left(\frac{3}{4}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} 4 \frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \frac{5}{4^{n+1}} \cdot 3^{n-1} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n + 5^n}{6^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+2} \right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + \sqrt{n}}{n^4 - n^3 + \sqrt[3]{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 16n + 15}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x -ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} (x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $f(x) = \cos x$ függvény $a = 0$ pontban felírt Taylor polinomját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk fel az $f(x) = e^x$ Taylor sorát $x = 0$ -nál.

b) Írjuk fel az $f(x) = \ln x$ Taylor sorát $x = 1$ -nél.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a) $f(x) = e^{x-3}$

b) $f(x) = \sin(x+4)$

c) $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d) $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e) $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f) $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi $\sqrt{2}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \frac{1}{4+5x^4}$

b) $f(x) = \frac{x^4}{3+4x^3}$

c) $f(x) = \frac{4}{x^2+6x+7}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \arctan(4x)$

b) $f(x) = \ln(x+2)$

c) Adjuk meg az $f(x) = \ln(2x+5)$ $x_0 = 2$ középi és $x_0 = -3$ középi hatványsorát!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \arctan(x+1)$

b) $g(x) = \ln(x+4)$

c) $h(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \frac{1}{x+4}$

b) $g(x) = \frac{x+6}{x+4}$

c) $h(x) = \frac{3x^4}{x+4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi függvények hatványsorát!

a) $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$

b) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{9x^4 - 5x^6}$

d) $f(x) = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{16-3x^6}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n+1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^{10}} \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{10}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^n}{(2n)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n! n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-100)^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\ln n}{\ln n^2} \right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2 + 4}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2 + 1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-\pi)^n}{\sqrt{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{(n+3)^{n^2}} x^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely x -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+3)^n \cdot x)^n}{(n+5)^{n^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sin 1)^{2n}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1} \cdot n^{n+1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sor összegét.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{9 \cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2-1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergens-e a következő végtelen sor.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \frac{\sin^n(2n^2)}{n^3} \quad \sum_{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^n \quad \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{4^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = 1$ helyen.

$$f(x) = \frac{4}{3x+2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = \frac{1}{4}$ helyen.

$$f(x) = \frac{1}{2-4x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az $x_0 = 3$ helyen.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az $f^{100}(0)$ deriváltat.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fourier sorok

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = |x|, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad f(x) = f(x + \pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq -\frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 4, & \text{ha } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x^2 \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mátrixok és vektorok

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrixok](#) transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{l} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a)

$$A \cdot \underline{l} = ?$$

$$\underline{l}^T \cdot A = ?$$

b) Mi történik, ha beszorozzuk az A mátrixot az $\underline{e}_2$ egységvektorral?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy áruszállító cég hat különböző országba szállít 5-féle terméket. Az A [mátrix](#) azt írja le, hogy az egyes országokba hány darabot szállítanak a különböző termékekből. A B [mátrix](#) pedig a szállítási költséget adja meg termékenként és országonként EUR-ban.

$$A = \begin{pmatrix} 450 & 67 & 765 & 310 & 70 \\ 610 & 87 & 964 & 510 & 88 \\ 480 & 72 & 710 & 321 & 76 \\ 756 & 75 & 864 & 412 & 91 \\ 656 & 96 & 689 & 311 & 56 \\ 340 & 24 & 457 & 233 & 23 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 8 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Írjuk föl mátrixműveletek segítségével ezeket:

- 1) A Németországba (2. sor) szállított termékek száma összesen.
- 2) A 4-es termékből (4. oszlop) Svájcba (3. sor) szállított mennyiség.
- 3) A 2-es termék (2. oszlop) Olaszországba (5. sor) szállításának összköltsége.
- 4) A Németországba (2. sor) szállított összes termék teljes szállítási költsége.
- 5) Az összes elszállított termék.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$E = \langle 2 \ 5 \ 7 \rangle$$

- a) $A \cdot \underline{b}$
- b) $A \cdot C$
- c) $A \cdot C^*$
- d) $\underline{b}^* \cdot \underline{d}$
- e) $\underline{b} \cdot \underline{d}^*$
- f) A^2

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad C = \langle 3 \ 2 \ 1 \rangle$$

a) $A + I) \cdot C = ?$

b) $(2\underline{b} + \underline{e}_1) \cdot \underline{b}^T = ?$

c) $(C^2 - I) \cdot A = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + I = X + 2B \quad X = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + 2X = (B + I)A + X \quad X = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) $A \cdot B = ?$

b) $B \cdot A = ?$

c) $A \cdot \underline{c} = ?$

d) $A^T \cdot \underline{c} = ?$

e) $\underline{c} \cdot \underline{d}^T = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

Adott egy kocka. Az A csúcsából kiinduló 3 oldalvektor segítségével fejezzük ki az alábbi vektorokat.

a) $\overrightarrow{AG} = ?$

b) $\overrightarrow{FH} = ?$

c) $\overrightarrow{CE} = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen hosszú az $\underline{a} = (2, 4)$ vektor?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg x értékét úgy, hogy az $\underline{a} = (x, 3)$ és $\underline{b} = (5, 2)$ [vektorok](#) egymásra merőlegesek legyenek.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $\underline{a} = (3, 2)$ vektor $+90^\circ$ -os és -90° -os elforgatottját.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(7, 8, 9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk föl a $P(3, 5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3, 5, 7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [vektorok](#) vektoriális szorzatát.

$$\text{a) } \underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} \times \underline{b} = ?$$

b) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$$e_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-4}{3}$$

$$e_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{3}$$

b) Adjuk meg a $7x - 4y + 2z = 7$ és a $16 - 7y + z = 21$ egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $2x + y - 3z = 2$ egyenletű S_1 és az $x + 7y + 3z = 21$ egyenletű S_2 síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5; 1; 3)$ pont az S_1 és az S_2 metszésvonalán,

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2 ?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Átmegy-e az origón az S sík, amely tartalmazza a $P(2; -1; 4)$ pontot és az $\frac{x-1}{4} = \frac{1-y}{5} = \frac{z-3}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tartalmazza-e az $R(1; 3; 4)$ pontot az a sík, amelyet a $P(1; 7; -1)$ és a $Q(11; 9; -5)$ pontokat összekötő egyenes a P -ben merőlegesen dőf?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen dőfi az $x + 2y + 3z = 6$ egyenletű síkot az $(1; 1; 1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmegy az $(5; 2; -1)$ ponton és a $(13; 4; -5)$ ponton. Döntsük el, hogy e -nek és f -nek van-e közös pontja.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van-e az $A(-1; -2; 1)$, $B(3; 1; 3)$, és $C(7; 6; 3)$ pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az y -tengelyre esik? Ha igen, melyik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az e egyenes egyenletrendszere $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, az f egyenes egyenletrendszere pedig $\frac{x}{-2} = \frac{3-y}{6} = \frac{2-z}{10}$.

Döntsük el, hogy e és f párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az $x - 4 = \frac{y+5}{4} = \frac{2-z}{3}$ egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P -t a $Q(7; 12; 4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e -re.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2; 3; 3)$, $B(3; 4; 1)$, $C(4; 6; 2)$, és $D(p; 2; 5)$ pontok?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Párhuzamos-e az $\frac{5x+3}{10} = \frac{4-y}{5} = \frac{5-2z}{2}$ egyenletrendszerű egyenes a $6x + y + 7z = 91$, illetve az $5x + 2y = 79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12; 1; 7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x - 3 = \frac{y-2}{3} = \frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik átmegy az AC szakasz felezőpontján, és merőleges az ABC síkra, hogyha adott $A(1, 0, 7)$, $B(2, -4, 4)$ és $C(3, -2, -1)$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az $A(1, -2, 3)$ és $B(4, 1, 0)$ pontok által adott szakasz felezőpontján átmenő és az $\underline{a} = (-1, 2, 4)$ vektorral párhuzamos egyenes egyenletét. Adjuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\underline{a}$ vektor szögét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vektorterek, független és összefüggő vektorok

Vektorteret alkotnak-e?

- a) [Komplex számok](#)
- b) Másodfokú polinomok
- c) Legfeljebb másodfokú polinomok

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetlenek vagy összefüggők.

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetlenek vagy összefüggők.

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen $\mathbb{R}^3$ -ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen $\mathbb{R}^3$ -ban
1		
2		
3		
4		
5		

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in \mathbb{R}^n$ [vektorok](#). Az alábbi állítások közül melyik igaz?

- a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- b) Ha $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.
- c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}, \underline{c} - \underline{a}$ is lineárisan független.
- d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ is lineárisan független.
- e) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- f) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e $\mathbb{R}^3$ -nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W -ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

- b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e $\mathbb{R}^4$ -nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W -ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \mid \begin{array}{l} a, b, c, d \in \mathbb{R} \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{array} \right\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V -ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy vektorteret alkotnak-e...

- a) Harmadfokú polinomok a valós számok felett.
- b) Legfeljebb harmadfokú polinomok.
- c) Azok a polinomok, amiknek az $x=2$ gyöke.
- d) Azok a legfeljebb harmadfokú polinomok, amiknek az $x=2$ és az $x=3$ is gyöke.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Bontsuk fel a $\underline{v}$ vektort az $\underline{a}$, $\underline{b}$ és $\underline{c}$ vektorokkal párhuzamos komponensekre.

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Egy síkban vannak-e az $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ vektorok?

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ R^n -beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b}$, $\underline{b} + \underline{c}$, $\underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a} + \underline{b}$, $\underline{b} + \underline{c}$, $\underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a} + \underline{b}$, $\underline{b} + \underline{c}$, $\underline{c} + \underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a} + \underline{b}$, $\underline{b} + \underline{c}$, $\underline{c} + \underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ is az.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Vizsgáljuk meg, hogy V altere-e R^3 -nak, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist V -ben.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 : 3x - 7y + 4z = 0 \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4 -nek, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist W -ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in R^4 : 5x_1 - 8x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \right\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyenek $\underline{u}$, $\underline{v}$ és $\underline{w}$ lineárisan független vektorok R^n -ben. A p valós paraméter milyen értékeire teljesül, hogy az $\underline{a} = \underline{u} - \underline{v}$, $\underline{b} = \underline{u} + \underline{w}$, $\underline{c} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$, $\underline{d} = p \cdot \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ vektorok szintén lineárisan függetlenek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorokból álló vektorrendszer bázis-e $\mathbb{R}^3$ -ban, és ha igen, akkor határozzuk meg a $\underline{d}$ vektor koordinátavektorát eszerint a bázis szerint.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi, $\mathbb{R}^3$ -beli [vektorok](#) generált alterét. Amennyiben ez az eltér egyenes vagy sík, adjuk meg az egyenletét vagy egyenletrendszerét.

$$\text{a) } \underline{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 13 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -12 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\mathbb{R}^n$ -beli $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ [vektorok](#) lineárisan függetlenek. Igaz-e, hogy ekkor az $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{a} + \underline{b} + 3\underline{c}, 3\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$ [vektorok](#) is biztosan lineárisan függetlenek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Alteret alkot-e $\mathbb{R}^2$ -ben azon (x, y) [vektorok](#) halmaza, melyekre teljesül, hogy $x^2 = y^2$?

b) Alteret alkot-e $\mathbb{R}^3$ -ban azon (x, y, z) [vektorok](#) halmaza, melyekre teljesül, hogy $xy = yz$?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk meg $\mathbb{R}^4$ -ben egy, az $\underline{u}$, $\underline{v}$, és $\underline{w}$ vektorokat tartalmazó bázist, majd írjunk fel ebben a bázisban az $\underline{a}$ koordinátavektorát.

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 11 \\ -1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok rangja és inverze

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$

$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$

$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α , β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α , β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elimináció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségével az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az a és b vektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg Gauss-Jordan eliminációval az alábbi egyenletrendszereket.

a)

$$2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 4$$

$$3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 27$$

$$4x_1 + x_2 - 3x_3 = 7$$

b)

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 4$$

$$3x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 16$$

$$x_1 + 7x_2 - 18x_3 - 6x_4 = -8$$

c)

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 9$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 10$$

$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a [mátrix](#). Számoljuk ki a rangját, és döntsük el, hogy teljes oszloprangú vagy teljes sorrangú-e.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az A mátrix rangját, keressük meg az oszlop-vektortérnek egy bázisát, és adjuk meg ebben a bázisban az A mátrix oszlopvektorainak koordinátáit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 & 2 & 10 \\ 3 & 9 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -9 & 8 & 19 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független [vektorok](#), és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független [vektorok](#), és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a Gauss elimináció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$

$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$

$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek.

Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$

$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$

$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$

$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$

$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a Gauss elimináció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$

$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$

$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrix](#) inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverz [mátrix](#).

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrix](#) inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverz [mátrix](#).

(Oldjuk meg a Gauss elimináció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Determináns, adjungált, kvadratikus alakok

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrix](#) determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrixok](#) adjungáltjait.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrix](#) inverzét az adjungált segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert az adjungált segítségével.

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk az alábbi determinánsokat.

$$\text{a) } \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 25 \\ 1 & 27 & 8 & 125 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & 1 & -8 & 27 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vannak itt ezek a [mátrixok](#), döntsük el, hogy milyen definitiek.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az A mátrixhoz és $\underline{x}$ vektorhoz tartozó kvadratikus alakokat.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

c) Adott a $Q(\underline{x})$ kvadratikus alak, határozzuk meg ebből az A mátrixot.

$$Q(\underline{x}) = 5x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_1x_2 + 7x_1x_3 - 6x_2x_3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el az alábbi kvadratikus alakok definittségét.

a) $Q(\underline{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3$

b) $Q(\underline{x}) = -5x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Sajátérték, sajátvektor, sajátfelbontás

a) Sajátvektora-e az A mátrixnak az $\underline{u}$ és a $\underline{v}$ vektor?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ [mátrix](#) sajátértékeit és sajátvektorait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Itt van egy egyszerű [mátrix](#), ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$$

És a feladatunk az, hogy derítsük ki, ezek közül a [vektorok](#) közül melyik sajátvektora az A mátrixnak. A sajátvektorhoz pedig számoljuk majd ki a sajátértékeket is.

b) Számoljuk ki az A [mátrix](#) sajátértékeit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

c)

Itt van egy egyszerű [mátrix](#), ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Nézzük meg, hogy ezek közül a [vektorok](#) közül melyik sajátvektor, és a sajátvektorokhoz számoljuk ki a hozzájuk tartozó sajátértékeket is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Itt ez a [mátrix](#), és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as [mátrix](#). Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját[vektorok](#) által generált sajátalttereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Itt ez a [mátrix](#), és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as [mátrix](#). Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját[vektorok](#) által generált sajátalttereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A bázis transzformáció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Gauss elimináció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a [mátrix](#).

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki, hogy mennyi A^{10} .

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a [mátrix](#).

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki az A^6 mátrixot, az A^{-1} mátrixot és még az $\left(A^{-1}\right)^2$ mátrixot is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az A mátrixnak karakterisztikus polinomja-e a p polinom?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad p(x) = x^2 - 3x + 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a [mátrix](#), és készítsük el a spektrálfelbontását.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a [mátrix](#):

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki a sajátértékeit és rajzoljuk fel a Gersgorin-köröket.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kombinatorika

Egy futóverseny döntőjében 3 versenyző ér célba leghamarabb. Hányféle sorrendben érkezhetnek be?

Egy másik futóversenyen 6-an kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd. Hányféle sorrendben érkezhetnek célba?

Egy harmadik futóversenyen 7-en kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd, magyar.

- a) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző ér először célba?
- b) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző a negyedik?
- c) Hány olyan sorrend van, amikor a német az első és a francia a negyedik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- a) Hányféle ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- b) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy 7-es, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- c) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy páros, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bob örülden rajong a modern művészetekért, és elhatározza, hogy festeget egy kicsit... Minden festményét két színnel készíti el, a színeket pedig 9 lehetséges szín közül választja ki.

- a) Hányféleképpen tud két színt kiválasztani?
- b) Bob 36 darab képe közül 4-et kiállítanak egy múzeumban. Hányféleképp lehet kiválasztani a 36 darab kép közül azt a 4-et amit kiállítanak?
- c) Bob 36 darab képe közül 4-et elajándékozik 4 különböző múzeumnak. Hányféleképpen teheti ezt meg?
- d) Egy másik kiállítás megnyitóján 24 festő volt jelen, akiknek a képeit kiállították. A megnyitón a 24 festő mindegyike mindegyik másik festővel koccint. Hány koccintás történt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Hányféleképpen ülhet le öt ember egymás mellé a padon?
- b) Hányféleképpen ülhet le öt ember közül három egymás mellé a padon?
- c) Hányféleképpen választhatunk ki öt ember közül hármat?
- d) Egy buszon 20-an utaznak, és az öt megállója során végül minden utas leszáll. Hányféleképpen tehetik ezt meg?
- e) Egy nyereményjátékon 20 ember között kisorsolnak 5 ajándékot. Hányféleképpen lehetséges ez, ha a nyeremények különbözőek, és egy ember csak egyet kaphat? Hogyha a nyeremények különbözőek, de egy ember többet is kaphat? Végül, ha a nyeremények egyformák és egy ember csak egyet kaphat?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Lili együtt megy moziba, és öt egymás melletti helyre vesznek jegyet.

- a) Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?
- b) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen középen szeretne ülni?
- c) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen a szélén szeretne ülni?
- d) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Mira és Lili mindenképpen egymás mellé szeretne ülni?
- e) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Hanna és Luca biztosan nem akar egymás mellé ülni?

Hányféleképpen rakhatunk egymás mellé egy polcra hat könyvet, ha a piros és a kék könyvet nem szeretnénk egymás mellé rakni. Ezek a könyvek: Rózsaszín, sárga, piros, lila, kék, zöld

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hat darab számkártyánk van: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

Hat darab számkártyánk van: 7, 7, 8, 8, 8, 8. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

12 darab virágot szeretnénk sorban egymás mellé ültetni. Van köztük 5 piros, 4 sárga és 3 lila. Hányféle lehetőség van?

Ezeknek a számkártyáknak a segítségével nyolcjegyű számokat készítünk: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7

- a) Összesen hány nyolcjegyű szám készíthető?
- b) Hányféle páros nyolcjegyű szám készíthető?

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

- a) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- b) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet többször is használhatunk?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

1) Öt lány hányféleképpen ülhet le egy kerek asztal köré?

2) Hat különböző szín felhasználásával szeretnénk hat cikkelyből álló esernyőket színezni. A hat szín: piros, sárga, zöld, kék, türkiz és rózsaszín.

- a) Hányféle különböző színezésű esernyő készíthető?
- b) Hány olyan eset van, amikor a piros és a sárga színek egymás mellé kerülnek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részekben elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

b) Egy állatkert beszerez 4 hím és 5 nőstény oroszlánt, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

- 1) Háromnál kevesebb oroszlán egyik kifutóban sem lehet.
- 2) A nagyobb kifutóba több oroszlán kerül, mint a kisebbikbe.
- 3) Mindkét kifutóban hím és nőstény oroszlánt is el kell helyezni.
- 4) Egy kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény.

Hányféleképpen helyezhetik el a 9 oroszlánt a két kifutóban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy bármelyik számjegyet akárhányszor felhasználhatjuk.

- a) Hány négyjegyű szám alkotható?
- b) Hány páros szám alkotható?
- c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy minden számjegyet csak egyszer használhatunk.

- a) Hány négyjegyű szám alkotható?
- b) Hány páros szám alkotható?
- c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tíztagú társaság raftingolni indul egy ötszemélyes, egy háromszemélyes és egy kétszemélyes csónakkal.

- a) Hányféleképpen ülhetnek a csónakokba, ha a csónakokon belül a helyek közöt nem teszünk különbséget?
- b) Hányféleképpen ülhetnek be, ha két ember mindenképpen ugyanabban a csónakban szeretne utazni?

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy egy jegyet csak egyszer használhatunk.

- a) Hány olyan szám keletkezik, amelyben két páros és két páratlan számjegy szerepel?
- b) Hány olyan szám készíthető, amiben szerepel a 9-es számjegy?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hat szín felhasználásával zászlókat készítünk. A hat szín: fehér, piros, sárga, zöld, kék és fekete

a) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek?

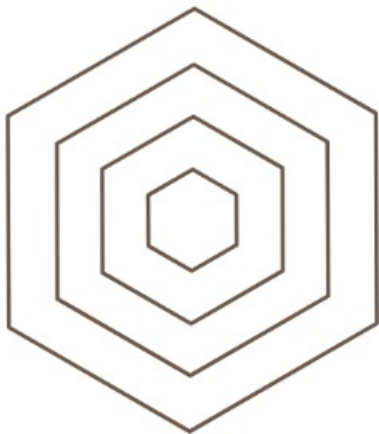
b) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű?

c) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű, és szerepel benne a piros szín?

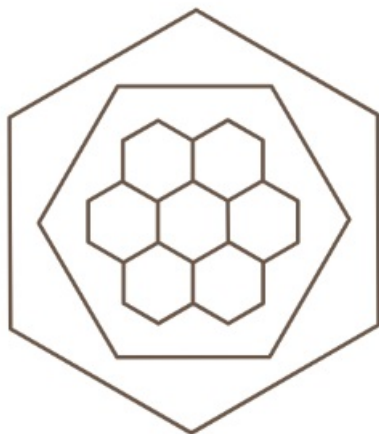
d) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek, és szerepel benne a piros szín?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csempét hat különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



Egy másik csempét három különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az A, B, C és D pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az E, F és G pontokra illeszkedő egyenessel.

- a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely a pontok közül legalább kettőre illeszkedik?
- b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait a 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszög különböző, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy szabályos háromszög egyik oldalát az A és B pontokkal három egyenlő részre osztottuk, a másik oldalát a C, D és E pontokkal négy egyforma szakaszra osztottuk, a harmadik oldalát pedig az F, G, H és I pontokkal öt egyforma részre osztottuk. Hány olyan különböző négyszög van, amelyeknek csúcsai ezek az osztópontok, és az eredeti háromszögnek minden oldalán van legalább egy csúcs?

Helyezzük el a síkon az A, B, C, D, E, F és G pontokat úgy, hogy a pontok közül bármelyik hármat kiválasztva azok egy háromszög három csúcsát alkossák. Hány olyan egyenes van a síkban, amely legalább két ponton átmegy?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tíz különböző szín felhasználásával hányféle különböző 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol

- a) minden cikkely más színű?
- b) két szín ismétlődik felváltva?
- c) az egyik szín kétszer szerepel, de a többi szín csak egyszer?

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Olívia leülnek egy kerek asztal köré.

- a) Hányféle lehetőség van, ha Luca és Léna mindenképpen egymás mellett akar ülni?
- b) Hány lehetőség van, ha Mira és Olívia nem szeretne egymás mellett ülni?

8 különböző színű gyöngyből hányféle kapocs nélküli nyaklánc készíthető, ahol a piros és a sárga gyöngy egymás mellett van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sífutóversenyen 8-an vesznek részt, mindegyikük más-más országból.

- a) A cél előtt nem sokkal már látszik, hogy az utolsó helyen a dán versenyző fog végezni, az első három helyen a svájci, a francia és a norvég fog osztózni, az olasz pedig a negyedik lesz. Hányféleképpen érhetnek célba a versenyzők?
- b) Hányféleképpen érhetnek célba akkor, ha a 8 versenyzőről annyit tudunk, hogy nem a svájci fog nyerni, viszont nem is a svájci az utolsó?
- c) Hányféleképpen érhet célba a 8 versenyző, ha tudjuk, hogy a francia biztosan megelőzi a svájcit, az olasz a harmadik, és a német az utolsó?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Mivel kicsit későn vették meg a vonatjegyet, olyan hely már nincs, ahol mind a 8-an együtt utazhatnának. Háromfős, kétfős és egyfős helyek vannak még szabadon. Egyedül egyikük sem szeretne utazni, ezért hármas és kettes csoportokban ülnek le a megmaradt helyekre. Hányféleképpen tudnak ilyen csoportokat alkotni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Útközben szeretnének beszélgetni, ezért két egymás melletti négyes blokkba szeretnének ülni, ahol asztal is van.

- a) Hányféleképpen tudnak leülni egy kocsin belül?
- b) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymással szemben és ablak mellé üljenek?
- c) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymás mellett, és Anna ablak mellett üljön?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van öt különböző színű dobókockánk, egy sárga, egy piros, egy kék, egy zöld és egy rózsaszín. Sorban egymás után mindegyik dobókockával egyet dobunk.

- a) Hányféle sorrendben tudunk dobni a kockákkal úgy, hogy nem a piros kockával kezdünk?
- b) Hányféle olyan dobás lehetséges, hogy nem a piros kocka az első és a sárga az utolsó?
- c) Hányféle olyan dobás lehetséges, ahol a dobott pontokat is figyelembe vesszük, az első dobás 4-es, az utolsó dobás pedig a piros kockával történik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van 3 kék, 3 zöld, 3 sárga és 3 piros színű dobókockánk. Hányféleképpen tudunk kiválasztani közülük 4 kockát úgy, hogy

- a) pontosan három különböző színű kocka legyen?
- b) pontosan két különböző színű kocka legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy társaságban van 5 férfi és 5 nő. Hányféleképpen tudnak leülni egy kör alakú asztal köré, ha

- a) férfiak és nők felváltva ülnek?
- b) az egyik férfi mindenképpen egy adott nő mellett szeretne ülni?
- c) két ember a társaságban semmiképpen nem szeretne egymás mellett ülni?
- d) férfiak és nők felváltva ülnek és egy férfi semmiképpen nem szeretne egy adott nő mellett ülni.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy nyomozás során egy hattagú társaság (A, B, C, D, E, F) tagjait 3 fős csoportokban hallgatják ki. Minden olyan 3 fős csoport kihallgatását megszervezik, amelyben A és B együtt nincs jelen. Összesen hány ilyen csoportos kihallgatást kell szervezni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy séf új ízek kitalálásán kísérletezik. Az ételek ízesítéséhez hatféle fűszer áll rendelkezésére: keserű, savanyú, édes, sós, csípős és fanyar. Hányféleképp ízesítheti az ételeket, hogyha a hatból három- vagy négyféle fűszert szeretne használni, de az édes és keserű nem szerepelhet egyszerre?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyekben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A szóbeli érettségi vizsgán egy osztály 35 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek. Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hányféleképp rendezhetünk sorba 3 kék és 2 piros golyót?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány 5-tel osztható ötjegyű szám alkotható a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hányféle különböző számot kaphatunk a 222 335 szám számjegyeinek felcserlésével?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Valszám alapok, klasszikus valszám

Legyen az A [esemény](#), hogy páros számot dobunk, a B [esemény](#) pedig, hogy 2-nél nagyobb számot dobunk dobókockával.

Adjuk meg az alábbi események valószínűségeit.

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, \bar{A}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Legyen az A [esemény](#), hogy egy dobókockával párosat dobunk, a B [esemény](#) pedig az, hogy 2-nél nagyobbat. Függetlenek-e ezek az események? Kizáróak-e?

b) Egy biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása, 60%-ának lakásbiztosítása és 90%-uknak a kettő közül legalább az egyik. Legyen az A [esemény](#), hogy egy ügyfélnek van autóbiztosítása, a B [esemény](#) pedig, hogy van lakásbiztosítása. Független-e a két [esemény](#)?

c) Egy másik biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása és az ügyfelek 20%-a rendelkezik lakásbiztosítással úgy, hogy autóbiztosítása nincsen. Hány százalékuknak van lakásbiztosítása, ha az autó és lakásbiztosítás egymástól független?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy városban 1000 emberből átlag 350-en dohányoznak, 120-an rendelkeznek valamilyen keringési problémával és 400-an vannak, akik a kettő közül legalább az egyik csoportba tartoznak. Ha egy lakosnak keringési problémái vannak, mekkora a valószínűsége, hogy dohányzik?

b) A reggeli és esti hírműsorok közül legalább az egyiket egy felmérés szerint a TV nézők 90%-a megnézi. Aki az esti hírműsort nézi 20% eséllyel már reggel is nézett hírműsort. A reggeli hírműsorokat az összes TV néző 30%-a nézi. Mi a valószínűsége, hogy ha valaki reggel néz hírműsort akkor este is?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy az első és a harmadik lap ász lesz?

b) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy csak az első és a harmadik lap ász?

c) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy a lapok közt két ász lesz?

d) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mekkora a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos egyszerre van a pályán?

e) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mi a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos közül csak az egyik van a pályán?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy telefon biztonsági kódja 6 számjegyből áll és minden számjegy 0-9 bármi lehet. Mi a valószínűsége, hogy ha nem ismerjük a kódot, akkor elsőre kitaláljuk? A kódok hány százalékában szerepel az 1,2,3,4,5,6 számjegyek közül mindegyik?

b) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két dobókockával egyszerre dobunk. Mi a valószínűsége, hogy

- a) mindkét dobás páros?
- b) legfeljebb az egyik dobás páros?
- c) a dobott pontok szorzata páros?
- d) a dobott pontok összege páros?
- e) a dobott pontok összege legalább 10?
- f) a dobott pontok szorzata 6?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt dobás 1-es?
- b) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel nem lesz egyik dobás sem 1-es?
- c) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy dobás 1-es?
- d) Egy városban 0,2 a valószínűsége annak, hogy egyik nap esik az eső. Mekkora a valószínűsége, hogy egy héten minden nap esik?
- e) Egy vizsga 100 vizsgázóból átlag 26-nak nem sikerül. Egyik nap 12-en vizsgáznak. Mi a valószínűsége, hogy legalább egy vizsgázónak nem sikerül a vizsga?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ötöslottón 90 darab golyóból húznak ki 5 darabot. A golyók 1-től 90-ig vannak számozva. Mi a valószínűsége, hogy

- a) a legkisebb kihúzott szám a 64?
- b) öt egymás utáni számot húznak ki?
- c) csak páratlan számokat húznak ki?
- d) a kihúzott számok szorzata kettőhatvány?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobókockával hatszor dobunk egymás után. Mi a valószínűsége, hogy

- a) egyik dobás sem 1-es?
- b) csak páros számokat dobunk?
- c) mindegyik dobás különböző?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 20 fős osztályba 8 fiú és 12 lány jár. Kiosztanak közöttük 10 mozijegyet. Mi a valószínűsége, hogy

- a) ugyanannyi fiú kap mozijegyet, mint ahány lány?
- b) csak lányok kapnak mozijegyet?
- c) csak fiúk kapnak mozijegyet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy síterepen az egyik felvonó végállomásától három sípálya indul. 20 napból a fekete pálya átlagosan 3 nap van zárva lavinaveszély miatt, a kék átlagosan 2 nap, míg a piros átlagosan 4 nap egymástól függetlenül. Mekkora a valószínűsége, hogy

- a) mindhárom pálya nyitva van?
- b) csak a kék pálya van zárva?
- c) a piros pálya nyitva van?
- d) legalább egy pálya nyitva van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy mindkét dobás páros, a B [esemény](#) pedig, hogy a dobott pontok összege hatnál nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy a dobott pontok összege legalább tíz, a B [esemény](#) pedig, hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?
- b) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy a dobott pontok összege páros, a B [esemény](#), hogy a dobások egyike sem nagyobb háromnál. Függetlenek-e az események?
- c) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy a dobott pontok összege páros, a B [esemény](#), hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?
- d) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy van páros dobás, a B [esemény](#), hogy a dobott pontok összege négyenél nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Tudjuk, hogy

$$P(A) = 0,6 \quad P(A \cup B) = 0,8 \quad P(A \cap B) = 0,1$$

$$P(B) = ?$$

b) Tudjuk, hogy A és B függetlenek, valamint

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(A \cup B) = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = ? \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = ?$$

c) Tudjuk, hogy A és B egymást kizáróak, valamint

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(A \cup B) = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = ? \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = ?$$

d) Tudjuk, hogy $P(A) = 0,4$ és $P(B) = 0,7$. Kizáró-e A és B?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Négy kockával dobunk. Mekkora valószínűséggel dobunk az egyik kockával 4-est, ha a dobott pontok összege 7?

b) Tudjuk, hogy

$$P(A|B) = 0,2 \quad P(A) = 0,4 \quad P(A \cup B) = 0,8$$

$$P(B) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Tudjuk, hogy

$$P(A) = 0,6 \quad P(A|B) = 0,3 \quad P(B|A) = 0,1$$

$$P(B) = ?$$

b) Tudjuk, hogy

$$P(A|B) = 0,5 \quad P(B|A) = 0,1 \quad P(A \cup B) = 0,9$$

$$P(B) = ?$$

c) Tudjuk, hogy A és B események függetlenek, valamint

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = ? \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A H halmaz az első 90 pozitív egész szám halmaza. H -ból véletlenszerűen kiválasztunk két különböző számot. Mi a valószínűsége, hogy a két kiválasztott szám egy derékszögű háromszög fokban mért valamelyik két szöge?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel

a) Egy király úgy szeretné izgalmasabbá tenni az elítélteinek kivégzését, hogy három ládikába helyez 25 arany és 25 ezüst érmét. A kivégzésre szánt rabnak bekötött szemmel húznia kell valamelyik ládából egy érmét. Ha aranyat húz, akkor nem végzik ki, de ha ezüstöt, akkor igen. A király a nagyobb izgalom kedvéért mindig máshogy osztja szét az érméket a ládáiban. Egyik alkalommal éppen így:



A kérdés, hogy mekkora esélye van az elítéltnak a megmenekülésre.

b) Egy zöldséges három helyről szerez be almákat. Az első helyről a készlet 20%-át szerzi be, ezek mind jók. A második helyről a 30%-át és itt 5% romlott, de nem baj mert ezt is el tudja adni néhány vak öregasszonynak. A harmadik helyről a maradék 50%-ot szerzi be, és itt 15% romlott. Kiválasztunk egy almát, amiről kiderül, hogy romlott. Mekkora valószínűséggel származik a hármas termelőtől?

c) Egy alkatrészt három különböző helyről szerzünk be. Az első helyről, ahol a selejtek aránya 3% 12 darab származik. A második helyről 5 darab, és itt 4% selejt, míg a harmadik helyről 3 darab és itt 95% nem selejt. Kiválasztunk egy alkatrészt.

Mi a valószínűsége, hogy selejtes?

Ha selejtes, mekkora valószínűséggel származik az első helyről?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

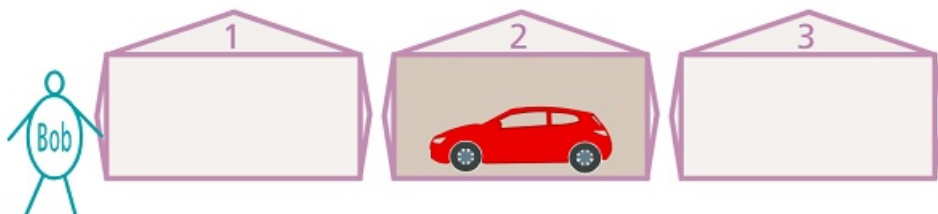
a) Egy TV-s vetélkedőben a játékosnak három színpad közül kell választania egyet. Az egyik színpad nyer, és ebben egy autó van a másik kettő üres.

A játékos egy kis gondolkodás után az 1-es színpadot választja.

Aztán az örületes izgalmak fokozása érdekében megmutatnak egyet a két üres színpad közül. A játékvezető megmutatja, hogy a 3-as színpad üres.

Végül megkérdezi a játékost, hogy marad-e az 1-es színpadnál, vagy inkább váltana-e a 2-esre.

Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 2-es színpad lesz a nyerő?



b) Egy biztosító kétféle autóbiztosítást forgalmaz, normált és sportautóra köthetőt. Normál biztosítást négyszer annyian kötnek, mint sportautóra köthetőt. A normál biztosítást kötők 2%-a balesetezik egy éven belül, míg a sportautósoknál 97% nem balesetezik.

Egy biztosítottat kiválasztva mekkora a valószínűsége, hogy balesetezik?

Ha belesetezik, mekkora a valószínűsége, hogy sportautóra kötött biztosítása volt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy betegség kimutatásához szűrővizsgálatot végeznek. A vizsgálat a betegséget az esetek 90%-ában képes kimutatni. Ugyanakkor megesik, hogy tévesen betegnek diagnosztizál olyanokat is, aki egészséges. Ez az esetek 3%-ban fordul elő. A betegség a lakosság 35%-át érinti. Egy lakosról a teszt elvégzése során kiderül, hogy egészséges. Mi a valószínűsége, hogy valóban az?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy kereskedő 3 termelőtől szerez be almákat. A vásárolt mennyiség 45%-a az első termelőtől származik, ennek fele első osztályú. A második termelőtől az összes mennyiség 35%-át szerzi be, ennek 70%-a első osztályú, míg a harmadik termelő csak első osztályú árút szállított.

Kiválasztunk egy almát és az nem első osztályú. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a második termelőtől származik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy biztosító három irodájában autóbiztosítással rendelkező ügyfelek száma 100, 150 és 250, közülük rendre 70%, 60% és 55% a következő évre megújítja biztosítását.

a) Egy ügyfelet véletlenszerűen kiválasztva mekkora valószínűséggel újítja meg a biztosítást?

b) Ha egy ügyfél megújítja a biztosítását mekkora valószínűséggel tartozik az első irodához?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 2%-a selejtes. A második helyről kétszer annyi terméket szállítanak, mint az elsőől. A selejtarány az első helyről származóknál 4%, a másodiknál 2%, míg a harmadiknál minden századik terméket selejtes. Egy terméket véletlenszerűen kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy azt a harmadik helyről szállították?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben három műszakban állítanak elő egy terméket aminek a 2%-a selejtes. Az első műszak kétszer annyi terméket állít elő, mint a második. A selejtek aránya az első műszakban 2%, a másodiknál 4%, míg a harmadiknál 1%.

Egy terméket kiválasztva mekkora valószínűséggel készítette a harmadik műszak?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő táblázat az autóvezetők életkor szerinti éves baleseti statisztikáit tartalmazza. Ha egy adott évben az autóvezető nem okozott balesetet mekkora a valószínűsége, hogy 50 évnél idősebb?

életkor	baleset okozás valószínűsége	%-os megoszlás az összes autóvezető közül
-30	0,06	20%
31-50	0,02	45%
51-	0,04	35%

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben három műszakban folyik a termelés. A reggeli műszak 4.00-tól 12.00-ig tart és itt 4% esély van a gépsor meghibásodására. A délutáni műszakban, ami 12.00-tól 18.00-ig tart 5% eséllyel történik meghibásodás, míg az esti műszakban, ami 18.00-tól éjfélig tart a meghibásodás esélye 7%. Mekkora a valószínűsége, hogy ha egy nap pontosan egy meghibásodás történik, akkor az a délelőtti műszakban van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy alkatrészt száz darabos tételekben szállítanak. Az egyes tételekben azonos arányban fordul elő három, kettő és egy hibás alkatrészt tartalmazó. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy tételből 2 alkatrészt véletlenszerűen kiválasztva mindkettő hibátlan lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vizsgán a hallgatók 60%-a első éves, 30%-uk másodéves, a többiek felsőbb évesek. Annak a valószínűsége, hogy egy hallgató vizsgán elért eredménye legalább közepes, rendre 6/25, 9/20, és 3/5. Ha egy találmányra kiválasztott hallgató eredménye közepesnél gyengébb, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető első éves?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy terméket 50 darabos csomagolásban szállítanak. Ismert, hogy a csomagok egynegyede egy hibásat, másik negyede két hibásat tartalmaz, míg a többiben nincs hibás. Egy találmra kiválasztott csomagból kiveszünk 2 terméket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő hibátlan?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlanak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választottunk, amelyben 2 hibás volt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy gazdaság két almáskertje közül az első negyedakkora, mint a második. Az elsőben az almák 90%-a első osztályú, a másodikban pedig 35% nem első osztályú. Találmra kiválasztunk egy almát, ami első osztályú.

- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első kertben termett?
- b) Ha 10 almát választunk ki, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy közülük legfeljebb 2 nem első osztályú?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy géphez szükséges alkatrészt két helyről szerzünk be, az egyik helyről szállítottak hibátlan működésének valószínűsége 0,9, a másik helyről származóknál pedig 96%. Jelenleg az első típusból 8, a második fajtaból 12 darab van összekeverve. Találmra kiveszünk egy alkatrészt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az nem hibátlan?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 3%-a selejtes. A második helyről háromszor annyi terméket szállítanak, mint az elsőtől. A selejtarány az első helyről származóknál 5%, a másodiknál 3%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A leopárd-vadászaton, a vadászt 0,2 valószínűséggel támadja meg a leopárd, és ilyenkor az esetek 80%-ban a vadász belehal a sérüléseibe. Vadászat közben egyéb körülmények miatt a vadász 0,1 valószínűséggel hal meg. Egy alkalommal a vadász a vadászat során meghalt. Mi a valószínűsége, hogy leopárd ölte meg?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlanak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választunk, amelyben 2 hibás volt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy biztosító a biztosítandó festményről azt tudja, hogy $0,15$ valószínűséggel hamis. A szakértőről, akit bevonnak a vizsgálatba, korábbi munkái alapján megállapítható, hogy az eddigi 1000 esetből ötször tévedett. Négy esetben hamisnak állapította meg a festményt, amiről később kiderült, hogy mégis eredeti, míg egyszer eredetinek minősített egy hamisítványt. A biztosító megvizsgálhatja vel a képet, amiről megállapítja, hogy eredeti. Mi a valószínűsége, hogy ha azt állapítja meg, hogy a kép eredeti, akkor valóban az?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A binomiális eloszlás és a hipergeometriai eloszlás

- a) Van egy dobókocka, aminek 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 pedig piros. Nézzük meg, mekkora a sansza, hogy 4 dobásból 2 sárga.
- b) Van egy dobókocka, aminek 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 pedig piros. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 4 dobásból 1 piros.
- c) Egy dobozban van 3 kék, 2 sárga és 1 piros labda. Kiveszünk a dobozból 4 labdát. Mi a valószínűsége, hogy 1 sárga?
- d) Egy dobókocka 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 oldala piros. Egymás után 4-szer dobunk a kockával. Mi a valószínűsége, hogy 1 sárga?
- e) Egy bárban 100-an vannak, közülük 60-an lányok. A vendégek közül kiválasztunk 10 embert. Mi a valószínűsége, hogy 7 lány?
- f) Egy bárban a vendégek 60%-a lány. A vendégek közül kiválasztunk 10 embert. Mi a valószínűsége, hogy 7 lány?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

- a) legfeljebb 2-en mennek át?
- b) legalább 2-en mennek át?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy rádióteleszkóp-rendszer a Föld 8 különböző pontján elhelyezett teleszkópból áll. A rendszer üzemképes, ha legalább 6 teleszkóp egyszerre működik. A kedvezőtlen időjárási körülmények miatt egy adott napon 0,2 annak a valószínűsége, hogy egy teleszkóp épp nem működik.

- a) Mi a valószínűsége, hogy egy adott napon a rendszer üzemképes?
- b) Mi a valószínűsége, hogy egy héten kevesebb, mint 3 nap üzemképes a rendszer?
- c) Egy héten várhatóan hány nap üzemképes a rendszer?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

I.) Egy könyvárus óránként átlag 8 könyvet tud eladni. Mekkora a valószínűsége, hogy 5 óra alatt elad legalább 50 darabot? Adjunk erre becslést a Markov-egyenlőtlenséggel.

II.) Egy autópályán 100 autóból átlag 12-nél találnak valamilyen szabálytalanságot. 10 autót véletlenszerűen megállítva, mi a valószínűsége, hogy

- a) pontosan két autónál lesz valamilyen szabálytalanság?
- b) legfeljebb két autónál lesz szabálytalanság?
- c) legalább két autónál lesz szabálytalanság?
- d) két egymást követő autó szabálytalan?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy közvélemény-kutatás során átlagosan minden ötödik ember hajlandó válaszolni a kérdéseinkre. Az egyes emberek válaszadási hajlandósága független egymástól. 100 embert megkérdezve...

- a) Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan 30 választ kapunk?
- b) Mennyi a valószínűsége, hogy a 10. megkérdezett ember lesz az első válaszadó?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A légitársaságok általában több jegyet adnak el egy járatra, mint ahány hely a gépen ténylegesen van, mert mindig van néhány utas, aki végül betegség, késés vagy egyéb ok miatt nem száll föl a gépre. Ezt a jelenséget túlfoglalásnak nevezik. Egy légitársaság a 180 férőhelyes gépre 183 darab jegyet szokott eladni. Annak valószínűsége, hogy egy jeggyel rendelkező utas végül mégsem jelenik meg az indulásig 0,04. Mekkora a valószínűsége, hogy egy utazás alkalmával a túlfoglalás miatt van olyan utas, aki nem fér fel a gépre?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A fák egy részében megtelepedett a szú. Bármelyik fát kiválasztva 4% annak a valószínűsége, hogy van benne szú. Egy vásárló 50 fát vett. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb egy szúrágta fa kerül a rakományba?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban több ezer érme van, amelyek 3%-a hibás. Az érmék közül véletlenszerűen kiválasztunk 80-at. (A kiválasztás visszatevéses mintavétellel is modellezhető.) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb 2 hibás érme lesz a kiválasztott érmék között?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény

Egy céltábla sugara 50 cm. Azt a távolságot, hogy ilyen távol lövünk a céltábla középpontjától, jelöljük X -szel. Tegyük föl, hogy a céltáblát biztosan eltaláljuk.

a) $P(X < 10) = ?$

b) $P(X < 20) = ?$

c) $P(X < x) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Lehet-e X [valószínűségi változó](#) sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x < 0 \\ 1 - x, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

b) Milyen A paraméter esetén lesz $f(x)$ [sűrűségfüggvény](#)?

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x}, & \text{ha } x < 0 \\ Ax^2, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Csináljunk $F(x)$ -ből $f(x)$ -et.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}e^{2x-4}, & \text{ha } x < 2 \\ 1 - \frac{1}{x^2}, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adott az X [valószínűségi változó](#) eloszlásfüggvénye, állítsuk elő a sűrűségfüggvényt.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{2x}, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{2} + x - \frac{x^2}{2}, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

b) Itt volna a [sűrűségfüggvény](#) és állítsuk elő az eloszlásfüggvényt!

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x \leq 0 \\ 1 - x, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$F(x)$ egy [eloszlásfüggvény](#).

$$F(x) = \begin{cases} A + 2^{x-2}, & \text{ha } x < 1 \\ B - \frac{1}{x^2+1}, & \text{ha } 1 \leq x \end{cases}$$

$$A = ? \quad B = ? \quad P(0 < X < 2) = ? \quad f(x) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$ egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{3x-6}, & \text{ha } x < 2 \\ 0, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ? \quad P(1 < X < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$ egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{x+1}}, & \text{ha } 0 < x \leq 8 \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$F(x) = ? \quad P(0 < X < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sorsjegy ára 200 forint és minden ötödik sorsjegy nyer. Pista bácsinak 800 forintja van és addig veszi a sorsjegyeket, amíg nem nyer - vagy amíg el nem fogy a pénze. Jelentse X a vásárolt sorsjegyek számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy repülőtéren a leszálló gépeknek néha várakozniuk kell, hogy legyen szabad leszállópálya. A várakozási idő legfeljebb egy óra lehet, a várakozási időt az X [valószínűségi változó](#) írja le órában kifejezve, melynek sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{ha } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban cédulákat helyezünk el. Egy darab 1-es, két darab 2-es és három darab 3-as feliratút. A dobozokból két cédulát húzunk és jelentse X a húzott cédulákon szereplő számok összegét. Adjuk meg az eloszlást és az eloszlásfüggvényt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$ egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{Ax}{\sqrt{x^2+16}}, & \text{ha } 0 < x < 3 \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$ egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^4}, & \text{ha } x < -1 \\ x + 1, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ e^{-6x}, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

$$F(x) = ? \quad P(X < 4) = ? \quad P(|X - 5| < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$ egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} Ax \cdot e^{-3x^2}, & \text{ha } 0 > x \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ? \quad P(X < 4) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$ egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A \ln x}{x}, & \text{ha } 1 < x < e \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban van 2 piros, 3 sárga és 1 kék labda. Kiveszünk három darabot visszatevés nélkül. Jelentse X a húzott piros labdák számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Várható érték és szórás

3 darab 10 dollárossal befektetési terveink vannak, egy rulett segítségével. A terv a következő: felteszünk 10 dollárt a pirosra. Ha nyer, akkor megdupláztuk a 10 dollárt és abbahagyjuk a játékot. Namost, ha veszít, akkor újabb 10 dollárt teszünk a pirosra, és ha ezúttal nyerünk, akkor szintén abbahagyjuk a játékot. Ha másodszorra sem nyerünk, akkor az utolsó 10 dollárt is felrakjuk a pirosra. A kérdés az, várhatóan mennyi pénzünk lesz a tranzakció végén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a várható értékét és szórását:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^4}, & \text{ha } x \leq -1 \\ -x^2 - 2x, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki, hogy hány esős napra számítsunk egy nyaralóhelyen, hogyha öt napig vagyunk ott és ezek a kilátások...

3% az esélye annak, hogy mindegyik nap esni fog. Aztán 9% az esélye, hogy csak 4 nap fog esni, 24%, hogy 3 nap fog esni, 40%, hogy 2 nap fog esni, 16%, hogy 1 nap fog esni, és 8%, hogy egyik nap sem fog esni.

b) Egy vadrezervátumban 3 hím oroszlán él. Az illegális vadászat miatt 40% eséllyel 5 éven belül mindegyik elpusztul, 30% eséllyel 2 oroszlán pusztul el és 20% eséllyel egy. Ha átköltöztetik az oroszlánokat egy biztonságosabb területre, akkor a tapasztalatok szerint az állatok harmada pusztul el a költöztetés miatt, a többiek életben maradnak. Átköltöztessük-e az oroszlánokat, ha azt szeretnénk, hogy 5 év múlva a lehető legtöbb legyenek életben?

c) Négy dobókockával dobunk. Ha az első kockával 1-est dobunk, akkor nyerünk 10 dollárt. Ha a dobás nem 1-es, akkor dobhatunk a második kockával. Ha a második kockával 1-est dobunk, a nyeremény 20 dollár. Hogyha azzal sem 1-est dobunk, akkor jöhet a harmadik kocka. Ha a harmadik kockával 1-est dobunk, a nyeremény 30 dollár. De ha azzal se, akkor dobhatunk a negyedik kockával is. Hogyha ez végre 1-es, a nyeremény 40 dollár. Ha ez sem egyes, akkor vége a játéknak és nem nyertünk semmit. Ha 8 dollárba kerül, hogy játszassunk egy ilyen játékot, megéri-e játszani?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok várható értéke és szórása?

b) Két dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok összegének várható értéke és szórása?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Elemér és Huba egy dobókocka játékot játszanak. Huba annyi dollárt ad Elemérnek, amennyi a dobott szám kétszerese, Elemér pedig annyit ad Hubának, amennyi a dobott szám négyzete. Melyikünk kedvez a játék?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ötös lottón, egy hasábon 5 számot kell beikszelnünk 1-től 90-ig. Ha nulla vagy egy számot találunk el, akkor nem nyerünk semmit. Két találat esetén a nyeremény 700 Ft, hármas találatnál 10 ezer Ft, négyes esetén 789 ezer Ft, az ötös pedig 535 millió Ft-ot fizet. Mennyi a nyereményünk várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két kockával dobva mennyi a dobott számok nem nagyobbikának várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy magasugró versenyen a versenyzők 0,8 valószínűséggel ugorják át a léceket. Minden versenyző háromszor próbálkozhat. Mivel könnyen megeshet, hogy nem rajongunk a magasugró versenyekért, így nem teljesen alaptalan az a kérdés, hogy 12 versenyző esetén várhatóan hány ugrást kell megtekintenünk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adott az X [valószínűségi változó](#) sűrűségfüggvénye.

- Mekkora a várható értéke?
- Mekkora a szórás?
- Mekkora az $Y = 3 - 2X$ várható értéke és szórása?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sorsjegy 5% eséllyel nyerő, és kétféle nyeremény van, 2500 Ft és 50 000 Ft. A 2500 Ft-os nyerő sorsjegyből pontosan 24-szer annyi van, mint az 50 000 Ft-osból.

1 db sorsjegy nyereménye (Ft)	0	2500	50 000
nyeremény valószínűsége	0,95		

Töltsük ki a táblázat üres mezőit, majd számítsuk ki egy darab sorsjegy nyereményének várható értékét!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobókocka három lapján 3-as, két lapján 2-es, egy lapján 1-es szám van. Andi és Béla a következő játékot játsszák ezzel a dobókockával. Valamelyikük dob egyet a kockával. Ha a dobás eredménye 3, akkor Andi fizet Bélának n forintot ($n > 80$), ha a dobás eredménye 1, akkor Béla fizet $(n - 80)$ forintot Andinak, ha pedig a dobás eredménye 2, akkor is Béla fizet Andinak $2(n - 80)$ forintot. Mennyit fizet Béla Andinak az 1-es dobása esetén, ha ez a játék igazságos, azaz mindkét játékos nyereményének várható értéke 0?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Markov és Csebisev egyenlőtlenségek

Ha egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, mekkora a valószínűsége, hogy az egyik órában

- a) legalább 250-et ad el?
- b) 200-nál kevesebbet ad el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, a szórás pedig 8 darab. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy az újságos által eladott lapok száma 50 darab és 78 darab közé esik.

b) Egy üzemben 150 mm hosszú csavarokat gyártanak 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha 146 mm-nél rövidebb vagy 154 mm-nél hosszabb. Adjunk becslést a selejtarányra.

c) Egy bankba óránként általában 120 ügyfél érkezik, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában 100 és 150 közé esik az ügyfelek száma.

d) Egy sí üdülőhelyen a téli szezonban hetente átlag 300 cm hó esik, a szórás 60 cm. Ha 50 cm-nél kevesebb hó esik, akkor a túl kevés hó miatt le kell zárni egy bizonyos pályát. Ugyanezt a pályát 480 cm feletti hóesésnél lavinaveszély miatt kell lezárni. Adjunk becslést a pálya lezárásának valószínűségére.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Hányszor kel dobnunk a kockával ahhoz, hogy a hatos dobás valószínűségét a relatív gyakoriság 0,1-nél jobban megközelítse az esetek 95%-ában?

b) Hányszor kell feldobnunk egy érmét ahhoz, hogy a fej dobások valószínűségét a relatív gyakoriság 0,05-nél jobban megközelítse legalább 0,9 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy könyvárus óránként átlag 8 könyvet tud eladni. Mekkora a valószínűsége, hogy 5 óra alatt elad legalább 50 darabot? Adjunk erre becslést a Markov-egyenlőtlenséggel.

b) Az X [valószínűségi változó](#) várható értéke 20. Adjunk becslést a $P(X < 80)$ valószínűségre a Markov-egyenlőtlenséggel.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy csavargyárban 10 cm hosszú csavarokat gyártanak, 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha a hossza 9,5 cm-nél kisebb vagy 10,5 cm-nél nagyobb. Adjunk becslést a selejtarányra.
- b) Egy mozi előadásainak átlagos nézőszáma 120 fő, a szórás 16. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy előadáson a nézők száma 100 és 140 közé esik.
- c) Az X valószínűsége változó várható értéke 20, szórása 4. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy X 15 és 28 közé esik.
- d) Egy üzletben óránként átlag 80-an vásárolnak, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában a vevőszám 60 és 90 közé esik.
- e) Egy üzletben óránként átlag 12-en vásárolnak. A vásárlók száma [Poisson](#)-eloszlású. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy 3 órás időtartamban a vevőszám 25 és 45 közé esik.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Az X [valószínűségi változó](#) várható értéke 20, annak valószínűsége, hogy X 15 és 25 közé esik a Csebisev-egyenlőtlenség alapján legalább 0,96. Legfeljebb mekkora valószínűséggel esik X a várhatótól legalább 4-nél távolabb?
- b) Az X [valószínűségi változó](#) várható értéke 40, annak valószínűsége, hogy X a várható értéktől legalább 6-tal eltér legfeljebb 0,25. Legalább mekkora valószínűséggel esik X 30 és 52 közé?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások

- a) Egy úton 30 nap alatt 12 napon történt baleset. Ebből a 30 napból kiválasztunk egy hetet, mi a valószínűsége, hogy ezen a héten 2 balesetes nap van?
- b) Egy úton 30 napból átlag 12 balesetes nap van. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 balesetes nap van?
- c) Egy úton 30 nap alatt átlag 12 baleset történik. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 baleset van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik.

- a) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt éppen 2-en érkeznek?
- b) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt legfeljebb 2-en érkeznek?
- c) Mi a valószínűsége, hogy 5 perc alatt legalább 2-en érkeznek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Valaki egy telefonhívást vár, ami 2 óra és 7 óra között érkezik, minden időpontban ugyanakkora valószínűséggel. Mekkora a valószínűsége, hogy 4-ig hívják?
- b) Egy bankba általában 12 ügyfél érkezik óránként. Mekkora valószínűséggel telik el 10 perc úgy, hogy nem jön senki?
- c) Egy bankban az ügyfelek napi száma normális eloszlású, 560 fő várható értékkel és 40 fő szórással. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az ügyfelek száma egy adott napon 616-nál kevesebb?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy benzinkúthoz óránként átlag 12 autó érkezik. Mekkora a valószínűsége, hogy 10 perc alatt három autó érkezik? Mekkora a valószínűsége, hogy két autó érkezése közt legalább 10 perc telik el?
- b) Egy földterületen átlagosan 16 havonta van a Richter-skála szerinti 5-ösnél erősebb földrengés. Mi a valószínűsége, hogy egy év alatt két ilyen földrengés is van? Mi a valószínűsége, hogy két ilyen földrengés közt legalább három év telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 5 év szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legfeljebb 8 évig működik?
- b) Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik. Mi a valószínűsége, hogy 20 percig nem jön senki? Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?
- c) Egy üzletben 10 perc alatt átlagosan 5 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#). 10.00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10.12 és 10.15 között érkezik?
- d) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), annak valószínűsége, hogy legalább 6 évig működik e^{-2} . Hány éves legyen a garancia idő, ha a termékek legfeljebb 20%-a hibásodhat meg a garanciaidőn belül?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy üzlet napi forgalma közelítőleg normális eloszlású [valószínűségi változó](#). A vásárlók átlagos száma 568 fő, a szórás 16 fő. Mekkora valószínűséggel lesz egy adott napon a vevők száma legfeljebb 600 fő?
- b) Egy határátkelőhelyen a várakozási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#), 18 perc várható értékkel. Annak valószínűsége, hogy az átkelésig legfeljebb 6 percet kell várni $1 - \Phi(2, 4)$. Mekkora a valószínűséggel tart legalább 20 percig a várakozás? Mekkora a valószínűsége, hogy 10 percnél több, de 20 percnél kevesebb ideig kell várni?
- c) Egy palackozó üzemben 1 literes ásványvizeket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött víz a várhatótól legfeljebb 25 milliliterrel eltér $2\Phi(2) - 1$. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 3 évig működik?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 évnél tovább, de 5 évnél kevesebb ideig működik?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 3 éve működik, a következő 2 évben elromlik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy biztosítónál naponta átlagosan 5 kárbejelentés érkezik lakásbiztosítással kapcsolatban.

- a) Mi a valószínűsége, hogy egy nap a várhatónál kevesebb érkezik?
- b) Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap lesz a várhatónál kevesebb bejelentés?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankba az esetek 0,3%-ában nem érkezik ügyfél egy óra alatt. Az ügyfelek száma [Poisson](#) eloszlású.

- a) Mekkora az ügyfelek várható száma óránként?
b) $P(E(X) - D(X) < 2X < E(X) + D(X)) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy újságárus óránként 48 darab újságot szokott eladni, amiből átlag 36 napilap. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 10 perc alatt legfeljebb 2 napilapot ad el?
b) 5 perc alatt éppen 7 újságot ad el?
c) a 7 eladott újságból 4 napilap?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Annak a valószínűsége, hogy egy hírlapárus negyedóra alatt egyetlen lapot sem tud eladni e^{-6} .

- a) Mennyit szokott eladni átlagosan óránként?
b) Mekkora valószínűséggel ad el félóra alatt 10 darabot?
c) Legfeljebb milyen hosszú ideig nem tud eladni egyetlen lapot sem legalább 0,6 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy könyvben 100 oldalon átlag 80 nyomdahiba található. Mi a valószínűsége, hogy 10 egymást követő oldalon 7 hiba lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

- a) legfeljebb 2-en mennek át?
b) legalább 2-en mennek át?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az X [valószínűségi változó](#) egyenletes eloszlású, várható értéke 10, szórása $\sqrt{3}$. Mekkora a $P(X < 9)$, a $P(X > 12)$ és a $P(10 < X < 15)$ valószínűség?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy tűzoltóságra átlagosan kétóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?
- b) egy 8:00-kor érkező riasztás után a következő 9:30 és 10:00 között érkezik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy ügyfélszolgálatra érkező segélyhívások száma [Poisson](#)-eloszlású, a köztük eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), annak valószínűsége, hogy 5 perc alatt érkezik hívás $1 - e^{-2}$.

- a) Hány hívás érkezik átlagosan óránként?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy fél óra alatt legalább három hívás érkezik?
- c) Mekkora a valószínűsége, hogy két hívás közt legalább 10 perc telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy este átlagosan óránként 10 hullócsillagot látni. Ha a hullócsillagok száma [Poisson](#)-eloszlást követ, mekkora a valószínűsége, hogy negyed óra alatt,

- a) kettőt látni?
- b) legfeljebb kettőt látni?
- c) legalább kettőt látni?
- d) legfeljebb milyen hosszú ideig nem látni egyetlen hullócsillagot sem legalább 0,7 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy szövet anyagában átlag 10 méterenként van apró hiba.

- a) Mi a valószínűsége, hogy egy 6 méteres darab hibátlan?
- b) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágunk, akkor pontosan két hibás darab lesz?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágunk, akkor mind hibátlan lesz?
- d) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 5 méteres darabokra vágunk, akkor mind hibátlan lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az X valószínűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 20, szórása $\sqrt{12}$.

Mekkora a $P(X < 9)$, a $P(X > 12)$ valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 8 évig működik?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy 8 évnél tovább, de 10-nél kevesebb ideig működik?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 8 évig működik, a következő 2 évben elromlik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy termék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 4 év szórással.

- a) Mekkora valószínűséggel hibásodik meg a gyártástól számított 12 éven belül?
- b) Legfeljebb mekkora lehet a garanciaidő, ha a termékeknek legfeljebb 10%-át szeretnék garanciálisan javítani, vagy cserélni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy tűzoltóságra átlagosan négyóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?
- b) egy 10:00-kor érkező riasztás után a következő 11:00 és 12:00 között érkezik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 10 perc alatt legalább ketten érkeznek, ha az ügyfelek száma [Poisson](#) eloszlást követ?
- b) két ügyfél érkezése között 5 perc is eltelik, ha az eltelt idő exponenciális eloszlású?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik.

- a) Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?
- b) Mi a valószínűsége, hogy két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzletben két óra alatt átlagosan 30 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#).

- a) 10:00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10:12 és 10:15 között érkezik?
- b) Ha a 10:00-kor érkező vevő után már 12 perce nem érkezett újabb vevő, mi a valószínűsége, hogy 10:15-ig érkezni fog?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 5 percen belül nem követ másik.

- a) Egy óra alatt hány ügyfél érkezik?
- b) Mi a valószínűsége, hogy egy 10:00-kor érkező ügyfél után 10:12 és 10:17 között érkezik ügyfél?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik, akkor 20 percnél kevesebb telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vonatra való várakozási idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), óránként átlagosan 12 járat érkezik. Ha már 5 perce nem jött, mekkora valószínűséggel kell még legalább további 4 percet várni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), száz ilyen készülékből átlagosan 55 hibásodik 400 üzemórán belül.

- a) Mekkora a készülék várható élettartama?
- b) Mekkora valószínűséggel lesz 10 készülékből 6 olyan, ami a várható élettartamnál tovább működik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy ügyfélszolgálatra óránként átlag 18 hívás fut be. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 10 perc alatt legalább két hívás érkezik, ha a hívások száma [Poisson](#)-eloszlású?
- b) két hívás között 5 perc is eltelik, ha a hívások közt eltelt idő exponenciális eloszlású?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az X [valószínűségi változó](#) várható értéke 20, szórása 4. Lehet-e [Poisson](#), illetve [binomiális](#) eloszlású?

Ha igen, mekkora a $P(X = 20)$ valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az X [valószínűségi változó](#) várható értéke 49, szórása 7. Lehet-e [Poisson](#), illetve [binomiális](#) eloszlású?

Ha igen, mekkora a $P(X = 18)$ valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy kamionsofőr az esetek 36,8%-ában legalább két órát várakozik a határállomáson, a várakozási idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#).

- a) Mekkora az átlagos várakozási idő?
- b) Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott esetben egy óránál kevesebbet kell várakoznia?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy készülök élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 5 év szórással.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legalább 8 évig működik?
- b) Ha egy ilyen készülék már legalább 8 éve működik, milyen valószínűséggel működik további legalább 3 évet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy úton 500 méterenként átlag 25 kátyú van. Mekkora a valószínűsége, hogy

- a) Egy 100 méteres szakasz hibátlan?
- b) Egy 100 méteres szakaszon legalább két kátyú van?
- c) Két kátyú távolsága legalább 250 méter, de legfeljebb 500 méter?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy iskolában a tanulók magasságának eloszlása normális, 12 cm szórással. Annak a valószínűsége, hogy egy tanuló 144 cm-nél alacsonyabb 0,159. Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanuló legalább 180 cm?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy teszt megírására 90 perc áll rendelkezésre, a megírási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 65 perc várható értékkel és 10 perc szórással. Mekkora valószínűséggel végez valaki kevesebb, mint háromnegyed óra alatt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy palackozó üzemben 1 literes gyümölcsleveket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött gyümölcslé a várhatótól legalább 25 milliliterrel eltér 0,0456. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy méteráru kiskereskedés által naponta eladott szövet hossza normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 45m várható értékkel és 5m szórással. Mi a valószínűsége, hogy valamely nyitvatartási napon az eladott szövet hossza a 40 métertől 10 méternél nagyobb mértékben tér el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy repülőtér átlagos napi forgalma 124 000 utas, a szórás 10 000, és a forgalom normális eloszlásúnak tekinthető.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy az utasok száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb a szórás kétszeresével tér el?
- b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy áruház átlagos havi forgalma 100 000 vevő, a szórás 10 000, és a vevők száma normális eloszlásúnak tekinthető.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy a vevők száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb 20%-kal tér el?
b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csomagoló üzemben 900g-os üvegekbe töltenek mézeket.

- a) Legfeljebb mekkora szórást engedhetünk meg, ha az üvegekbe töltött méz mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) és annak valószínűsége, hogy egy üvegben a méz mennyisége nem 890g és 910g közé esik legfeljebb 0,1096 valószínűségű lehet?
b) Adjunk becslést a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üvegbe töltött folyadék mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 1 liter várható értékkel.

- a) Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a folyadék mennyisége 990ml-nél kevesebb $1 - \Phi(2)$?
b) Mi a valószínűsége, hogy egy 12 üveget tartalmazó csomagban legalább 2 üveg tartalma legfeljebb 990ml?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csomagolóüzemben 500g-os konzerveket töltenek 2g szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy 20 darabos csomagban legalább 18 konzerv 494 és 506 gramm közé esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Valamely üzletben a vásárlók száma jó közelítéssel normális eloszlású [valószínűségi változó](#). Öt nyitvatartási napból átlagosan egyszer szokott előfordulni, hogy a vásárlók száma kevesebb, mint 40. Mekkora a vásárlók átlagos száma, ha a szórás 12?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy palackozó üzemben 1,5 literes ásványvizet töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött ásványvíz a várhatótól legfeljebb 24 milliliterrel tér el $2\Phi(3) - 1$. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintő sík

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$ függvény x és y szerinti deriváltjait.

b) Adjuk meg az $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$ függvény másodrendű deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^4 + 4x^2y^3 + y^2$ függvény deriváltvektorát vagy gradiensét.

b) Számoljuk ki ennek a kétváltozós függvénynek a gradiensét vagy deriváltvektorát a $P(2, 3)$ pontban:

$$f(x, y) = 3x^4 - y^3 + x^3y^2.$$

c) Van itt ez a háromváltozós függvény:

$$f(x, y, z) = x^4 - y^3 + z^2 + x \cdot z^3$$

Számoljuk ki a deriváltvektorát a $P(3, 2, 4)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $\underline{v} = (3, 4)$ iránymenti deriváltját a $P(2, 1)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a $\underline{v} = (2, 2, 1)$ iránymenti deriváltját a $P(3, 5, 4)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $P = (0, 1)$ pontban milyen irányban emelkedik a legmeredekebben az $f(x, y) = y^4 \cdot e^x - \ln y$ függvény felülete és mekkora ez az emelkedés.

b) Az f függvény által megadott felületre a $P = (3, 6)$ pontban függőlegesen cseppentünk egy vízcseppet. Milyen irányban indul el a vízcsepp a felületen?

$$f(x, y) = x^4 \cdot e^{2x-y} + y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki az $f(x, y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$ függvény iránymenti deriváltját a $\underline{v} = (3, 4)$ irány szerint az $(1, 2)$ pontban.

b) Milyen irányban emelkedik a legmeredekebben, és melyik irányban lesz éppen nulla az iránymenti deriváltja a $P(2, 5)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^4 + 8y^2}$$

c) Számoljuk ki az iránymenti deriváltját ennek a függvénynek is a $P\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ pontban a $\underline{v} = (1, 2)$ irány szerint.

$$f(x, y) = \tan(2x + 3y)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 1, 1)$ pontban az $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 0, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = 16 - x^2 - y^2$ függvény $P(1, 2)$ ponthoz tartozó x szerinti, y szerinti és z szerinti szintvonalait.

b) Adjuk meg az $f(x, y) = x^2 \cdot y^3 + x \cdot \ln y + y^5$ függvény $P(4, 1)$ ponthoz tartozó x szerinti, y szerinti és z szerinti szintvonalait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk x és y szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvények x és y szerinti deriváltjait.

a) $f(x, y) = x^4 + e^y + \ln y + \sin x + \cos y + \tan y$

b) $f(x, y) = x^y$

c) $f(x, y) = \ln y \cdot (x^3 + y^4) + e^x \cdot (x^2 + y^2)$

d) $f(x, y) = \ln(x^4 + y^3) + e^{xy^2} + \sqrt[5]{x^6 + e^y}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x, y) = e^{x-2} - x + \ln(y^2 + 1)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = xy + 12$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

b) $f(x, y) = 12 - x^2 - y^2$, a feltétel: $x - y - 4 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4 \rightarrow \min.$, a feltétel: $3x - y = 2$

b) $f(x, y) = x + y + 4 \rightarrow \min.$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$, adjuk meg a szintvonalakat $c = 0$, $c = 5$, $c = 10$ és $c = 15$ esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = 5x^2 + 5y^2 \rightarrow \min.$, a feltétel: $x - y = 2$

b) $f(x, y) = 10xy \rightarrow \max.$, a feltétel: $x + y = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 1, 1)$ pontban az $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 0, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $\underline{v} = (3, 4)$ iránymenti deriváltját a $P(2, 1)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a $\underline{v} = (2, 2, 1)$ iránymenti deriváltját a $P(3, 5, 4)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk x és y szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az A típusú eladási ára $\$x$ a B típusúé $\$y$, akkor az alkalmazott ártól függően az A típusból $f(x, y) = 29 - 3x + y$, a B típusból pedig $g(x, y) = 16 + x - 4y$, az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az A típusú termék előállítási költsége $\$2/\text{darab}$ míg a B típusúé $\$1/\text{darab}$?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = xy^2 - y^2 - 2 \ln(xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = (x^2 - 6x) \cdot (y^2 - 4y) \quad x, y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(2, 5, f(2, 5))$ pontban!

$$f(x, y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(1, -1, f(1, -1))$ pontban!

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos az $z = 3x + 2y - 7$ síkkal és az $f(x) = 2x^3y - y^2 + 3x$ függvényt érinti!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 2, 1)$ pontban, az $f(x, y) = e^{\alpha x} + y \cdot \ln(xy^2 + 1)$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 3, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(1, 0, f(1, 0))$ pontban, az $f(x, y) = \alpha \cdot x^2 \cdot e^y + y \cdot \ln(xy^2 + \alpha)$ függvényhez húzott érintő az $R(0, 1, 2)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $f(x, y) = 2x \ln(x^2 - xy^2 - 4)$ függvény totális deriváltját a $P(5, 2)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = yx^5 - 2xy^3 + 4x - 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5y + e^{2x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \arctan(y^x)$ gradiensét a $P_0(1, 2)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \sin(\ln(y^x))$ gradiensét a $P_0(3, 1)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \cos \ln(x^y)$ gradiensét a $P_0(7, 1)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$g(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 3x + 4y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} 3x + 4y = 10$$

b) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + x + y^2 + 7$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + x + y^2 + 7 = 13$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x + 5y}{x - 3y} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy}{2x^2 + xy + y^2} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2 + (y-2)^2} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy^2}{x^2 + y^2} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^2 + y^4} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^4 + y^4} = ?$$

d)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^6 + y^6} = ?$$

e)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4} = ?$$

f)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + x^2y^4} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$$

Adjuk meg az x és y szerinti parciális deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 2)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x \cdot \cos y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \cdot \cos y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - y^2}{x - y} = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 5$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + 3y^2 + 5 = 18$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (3,4)} x^2 + y^2 = 25$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 4x^2 + y^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 2)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 y$$

Differenciálható-e az $R(2, 3)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 0)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az $R(2, 1)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kettős és hármas integrál

Határozzuk meg az alábbi [kettős integrál](#) értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dx dy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dy dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dy dx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 x e^{xy} dx dy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2 dy dx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3} dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5 - x^2 - y^2 dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a $D : x^2 + y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 6 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x + y + z) dx dy dz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1 dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^2 1 \, dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk az origó középpontú $R = 5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

$$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 3x - 2y^3 + 2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 2)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (y + e^{3x} - 1) \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{(2x + 3y^2 + 1)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (x^2 - 1) \cdot e^{-3y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x + y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 0 \leq x \quad 0 \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 3x^2 \leq y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy$$

$$D : x^2 - 4x + y^2 \leq 21$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$$f(x, y) = 2x \cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$$f(x, y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az $f(x, y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az x tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
