MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MATEMATIKA 2 OE tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 13.

Tartalomjegyzék

Komplex számok

Van itt két komplex szám: $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = 1 + 2i$.

$\cdot z_1 + z_2 = ?$ $\quad z_1 \cdot z_2 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két komplex szám: $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - 2i$.

$\cdot z_1 + z_2 = ?$ $\quad z_1 - z_2 = ?$ $\quad z_1 \cdot z_2 = ?$ $\quad \frac{z_1}{z_2} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Alakítsuk szorzattá az alábbi polinomokat.

a) $x^2 - 9$

b) $x^2 + 4$

c) $x^4 - 81$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi másodokú egyenletet.

$x^2 + 6x + 13 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hol helyezkednek el a komplex számsíkon azok a komplex számok, amelyekre

a) $|z - 4i| \leq |z + 2|$

b) $|z - 3 + i| > 2$

c) $|z + 6 + 3i| > |2z|$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $(1 + i)^6 = ?$

b) $\left(1 - \sqrt{3}i\right)^3 (-1 + i)^2 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a $z = 1 + \sqrt{3i}$ komplex szám ötödik gyökét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a 8-adik egységgyököket

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$z = 1 + i \qquad z^4 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vonjunk a $z = 1 - \sqrt{3}i$ komplex számból harmadik gyököt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi lesz az n-edik egységgyökök szorzata és összege?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\sqrt[5]{\frac{-2+6i}{1+2i}}$

b) $(1+i)^4 \left(\sqrt{3}+i\right)^5$

c) $\frac{i}{1+\sqrt{3}i}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $(6-i)^2 z + 9 + 2i^3 = \frac{-34i}{5-3i}$

b) $4z^2 + 4z + 17 = 0$

c) $z^2 + 6i = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\left(\frac{-9+13i}{4-3i}\right)^{10}$

b) $\sqrt[4]{\frac{16}{2-2i} \cdot (-1-i)^3}$

c) $2i \cdot (\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ) \cdot \left(\sqrt{5} - i\sqrt{15}\right)^{10}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $\left(z^4 - i\right) \cdot \left(z^2 + 7\right) = 0$

b) $\left(2 + \sqrt{3}i\right) \cdot z^5 + 2 - \sqrt{3}i = -3$

c) $2z^6 + 4\sqrt{2}z^3 + 8 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg exponenciális alakba: $-\sqrt{3} + i$

b) Határozzuk meg az alábbi komplex szám valós és képzetes részének összegét.

$(1+i)^{12} + \frac{\sqrt{3}+i}{(1-i)(\sqrt{3}-i)}$

c) Adjuk meg a $\left(\sqrt{2}\frac{i}{1+i}\right)^{999}$ komplex számot kanonikus alakban!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy a komplex számsíkon elhelyezkedő szabályos háromszög középpontja az origó, egyik csúcsa $z_1 = 1 + i$. Adjuk meg a további csúcsait!

b) Írjuk fel a komplex síkon annak a szabályos háromszögnek a csúcsait algebrai alakban, amelynek középpontja az origó, és egyik csúcsa a $z_1 = 1 + 2i$ pont!

c) Adjuk meg az összes olyan komplex számot, amelynek az egyik hetedik gyöke megegyezik az egyik harmadik gyökével!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $iz^3 = \frac{1}{2} \cdot (1-i)^8$

b) $(1 + i^{1001} + i \cdot z + z)(z^2 + 2z + 10) = 0$

c) $z^6 - \frac{3-i}{2+i}z^2 = 0$

d) $z^6 + 7z^3 - 8 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $z - |z| = 1 + i$

b) $|z| + z = 2 + i$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

b) $f(x) = x^2 \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2\,dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5}\,dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5}\,dx = ?$

e) $\int (3x+7)^{10}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x-10)^6\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4}\,dx = ?$

d) $\int e^{4x-6}\,dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos \frac{x}{4}\ dx = ?$

b) $\sin \frac{2x-3}{5}\ dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)}\ dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)}\ dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3\ dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100}\ dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x}\ dx = ?$

d) $\int \left(x^2 + \sqrt{x}\right) \cdot x\ dx = ?$

e) $\int \left(x^5 + x^4\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right)\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(x^4 + x\right)^6 \cdot \left(4x^3 + 1\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3)\ dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x}\ dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(e^{4x}+x^4\right)^{100} \cdot \left(4e^{4x}+4x^3\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(x^2+3\right) \cdot 12x\ dx = ?$

c) $\int \left(4x^2+5\right)^{6} \cdot x\ dx = ?$

d) $\int \left(2x^2+7\right)^{5} \cdot 3x\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{\left(x^4+2x^2\right)^7} \cdot \left(x^3+x\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(x^4+x^3\right)^{8} \cdot \left(16x^3+12x^2\right)\ dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4+6}{\left(x^5+6x\right)^8}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^8}\ dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3+5}{\sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^8}}\ dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}+x}{\left(\sqrt[5]{x^2+e^{2x}}\right)^4}\ dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3+9}{\sqrt[3]{\left(x^4+12x\right)^7}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} \, dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} \, dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} \, dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} \, dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} \, dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x \, dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x \, dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x \, dx = ?$

d) $\int \ln x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5} \, dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} \, dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2}\, dx = ?$

b) $\int \left(4x^2 - 5x\right) \cdot \cosh(2x+1)\, dx = ?$

c) $\int \arctan x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x\, dx = ?$

b) $\int \cos\left(x^2+1\right) \cdot 2x\, dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x\, dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot \left(x^3+3\right)\, dx = ?$

b) $\int \frac{5^{7\tan x}}{\cos^2 x}\, dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}\, dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x}\, dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100}+4x^5+6x+1}{x}\,dx = ?$

b) $\int \frac{x\cdot\sqrt[3]{x}+4\cdot\sqrt[6]{x^5}+\sqrt{x^3}+1}{\sqrt{x^5}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x}+x^4}{e^{-x}\cdot x^4}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2}\,dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3}\,dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}}\,dx = ?$

d) $\int \tan^2 x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5}\,dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2)\arctan x}\,dx = ?$

d) $\int \tan x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}}\,dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}\cdot e^{\sqrt{x}}+\sqrt{x}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4}\,dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}\,\,dx} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x}\cdot(x+1)}\,dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}\,dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4\cdot\sqrt{x^6-1}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x}\, dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3}\, dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2}\, dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}}\, dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4}\, dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15}\, dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x}\, dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x\, dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x\, dx = ?$

c) $\int \sin^4 x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \cos x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^4 \cdot \ln x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int (3x+2) \cdot e^{3x^2+4x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \left(3x^2+1\right) \cdot \cos\left(x^3+x\right)\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x^2+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int xe^{1+x^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{7-6x}{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x\cdot(x^2+1)}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^3\left(2x^4+4\right)^3\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{5x^3}{x^4+2}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x\cdot(x^2+1)}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2\, dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0,6]$ intervallumon.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha x irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$-nál húzható érintője által határolt területet.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4}\, dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2}\, dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{\left(x^4+1\right)^4}\, dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x}\, dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^2}\ dx$

b) $\int_0^\infty e^{-x^2}\ dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x}\ dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20)\ dx = 0$ teljesüljön!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függény grafikonja az x tengellyel bezár.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x - 12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F. Számítsuk ki ezt az integrált:

$I = \int_0^a f(x)\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2}\, dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}}\, dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x}\, dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x\, dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 6x - x^2 \qquad g(x) = x^2 - 2x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_0^2 \frac{1}{2-x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_2^\infty \frac{4}{x^3}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^2 \frac{x-1}{\ln x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5\left(\frac{3}{4}\right)^n \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} 4\frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \frac{5}{4^{n+1}} \cdot 3^{n-1} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n + 5^n}{6^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+\sqrt{n}}{n^4-n^3+\sqrt[3]{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+16n+15}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x) = \cos x$ függvény $a = 0$ pontban felírt Taylor polinomját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk fel az $f(x) = e^x$ Taylor sorát $x = 0$-nál.

b) Írjuk fel az $f(x) = \ln x$ Taylor sorát $x = 1$-nél.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a) $f(x) = e^{x-3}$

b) $f(x) = \sin(x+4)$

c) $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d) $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e) $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f) $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi $\sqrt{2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \frac{1}{4+5x^4}$

b) $f(x) = \frac{x^4}{3+4x^3}$

c) $f(x) = \frac{4}{x^2+6x+7}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \arctan(4x)$

b) $f(x) = \ln(x+2)$

c) Adjuk meg az $f(x) = \ln(2x+5)$ $x_0 = 2$ közepű és $x_0 = -3$ közepű hatványsorát!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \arctan(x+1)$

b) $g(x) = \ln(x+4)$

c) $h(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \frac{1}{x+4}$

b) $g(x) = \frac{x+6}{x+4}$

c) $h(x) = \frac{3x^4}{x+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi függvények hatványsorát!

a) $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$

b) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{9x^4 - 5x^6}$

d) $f(x) = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{16-3x^6}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n}+1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^10} \qquad \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sqrt[n]{10}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^n}{(2n)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n! n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-100)^n}{n!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\ln n}{\ln n^2} \right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n x^n}{n+2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+4}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2+1)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-\pi)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{(n+3)^{n^2}} x^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left((n+3)^n \cdot x\right)^n}{(n+5)^{n^2}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sin 1)^{2n}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1} \cdot n^{n+1}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{9 \cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens-e a következő végtelen sor.

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \frac{\sin^n (2n^2)}{n^3}$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^n$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{4^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = 1$ helyen.

$f(x) = \frac{4}{3x+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = \frac{1}{4}$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{2-4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az $x_0 = 3$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az $f^{100}(0)$ deriváltat.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fourier sorok

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } -\pi<x\le 0\\ 4, & \text{ha } 0<x\le\pi\end{cases}\qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=x,\ \text{ha } -\pi<x\le\pi\quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=|x|,\ \text{ha } -\pi<x\le\pi\quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2}<x\le 0\\ 4, & \text{ha } 0<x\le\frac{\pi}{2}\end{cases}\qquad f(x)=f(x+\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } 0<x\le\pi\\ 4, & \text{ha } \pi<x\le 2\pi\end{cases}\qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } -\pi<x\le -\frac{\pi}{2}\\ 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2}<x\le\frac{\pi}{2}\\ 4, & \text{ha } \frac{\pi}{2}<x\le\pi\end{cases}\qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}x, & \text{ha } 0<x\le\pi\\ 4, & \text{ha } \pi<x\le 2\pi\end{cases}\qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$f(x) = x^2 \quad f(x) = f(x + 2\pi)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mátrixok és vektorok

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{l} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a)

$A \cdot \underline{l} = ?$

$\underline{l}^T \cdot A = ?$

b) Mi történik, ha beszorozzuk az A mátrixot az $\underline{e}_2$ egységvektorral?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) Egy áruszállító cég hat különböző országba szállít 5-féle terméket. Az A mátrix azt írja le, hogy az egyes országokba hány darabot szállítanak a különböző termékekből. A B mátrix pedig a szállítási költséget adja meg termékenként és országonként EUR-ban.

$$A = \begin{pmatrix} 450 & 67 & 765 & 310 & 70 \\ 610 & 87 & 964 & 510 & 88 \\ 480 & 72 & 710 & 321 & 76 \\ 756 & 75 & 864 & 412 & 91 \\ 656 & 96 & 689 & 311 & 56 \\ 340 & 24 & 457 & 233 & 23 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 8 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Írjuk föl mátrixműveletek segítségével ezeket:

1) A Németországba (2. sor) szállított termékek száma összesen.

2) A 4-es termékből (4. oszlop) Svájcba (3. sor) szállított mennyiség.

3) A 2-es termék (2. oszlop) Olaszországba (5. sor) szállításának összköltsége.

4) A Németországba (2. sor) szállított összes termék teljes szállítási költsége.

5) Az összes elszállított termék.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$E = < 2\ 5\ 7 >$$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C^*$

d) $\underline{b}^* \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d}^*$

f) A^2

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad C = < 3\,2\,1 >$$

a) $A + I) \cdot C = ?$

b) $(2\underline{b} + \underline{e}_1) \cdot \underline{b}^T = ?$

c) $(C^2 - I) \cdot A = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + I = X + 2B \quad X = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + 2X = (B + I)A + X \quad X = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) $A \cdot B = ?$

b) $B \cdot A = ?$

c) $A \cdot \underline{c} = ?$

d) $A^T \cdot \underline{c} = ?$

e) $\underline{c} \cdot \underline{d}^T = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

Adott egy kocka. Az A csúcsából kiinduló 3 oldalvektor segítségével fejezzük ki az alábbi vektorokat.

a) $\overrightarrow{AG} = ?$

b) $\overrightarrow{FH} = ?$

c) $\overrightarrow{CE} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen hosszú az $\underline{a} = (2,4)$ vektor?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg x értékét úgy, hogy az $\underline{a} = (x,3)$ és $\underline{b} = (5,2)$ vektorok egymásra merőlegesek legyenek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $\underline{a} = (3,2)$ vektor +90°-os és -90°-os elforgatottját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(7,8,9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk föl a $P(3,5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3,5,7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a}=\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ $\underline{b}=\begin{pmatrix}5\\3\\2\end{pmatrix}$ $\underline{a}\times\underline{b}=?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$e_1:\frac{x-7}{4}=\frac{y-9}{5}=\frac{z-4}{3}$

$e_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{5}=\frac{z+2}{3}$

b) Adjuk meg a $7x-4y+2z=7$ és a $16-7y+z=21$ egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $2x+y-3z=2$ egyenletű S_1 és az $x+7y+3z=21$ egyenletű S_2 síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5;1;3)$ pont az S_1 és az S_2 metszésvonalán,

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Átmegy-e az origón az S sík, amely tartalmazza a $P(2;-1;4)$ pontot és az $\frac{x-1}{4}=\frac{1-y}{5}=\frac{z-3}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tartalmazza-e az $R(1;3;4)$ pontot az a sík, amelyet a $P(1;7;-1)$ és a $Q(11;9;-5)$ pontokat összekötő egyenes a P-ben merőlegesen döf?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen döfi az $x+2y+3z=6$ egyenletű síkot az $(1;1;1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmegy az $(5;2;-1)$ ponton és a $(13;4;-5)$ ponton. Döntsük el, hogy e-nek és f-nek van-e közös pontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van-e az $A(-1;-2;1)$, $B(3;1;3)$, és $C(7;6;3)$ pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az y-tengelyre esik? Ha igen, melyik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenes egyenletrendszere $x=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}$, az f egyenes egyenletrendszere pedig $\frac{x}{-2}=\frac{3-y}{6}=\frac{2-z}{10}$. Döntsük el, hogy e és f párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az $x-4=\frac{y+5}{4}=\frac{2-z}{3}$ egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P-t a $Q(7;12;4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e-re.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2;3;3)$, $B(3;4;1)$, $C(4;6;2)$, és $D(p;2;5)$ pontok?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Párhuzamos-e az $\frac{5x+3}{10}=\frac{4-y}{5}=\frac{5-2z}{2}$ egyenletrendszerű egyenes a $6x+y+7z=91$, illetve az $5x+2y=79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12;1;7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x-3=\frac{y-2}{3}=\frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik átmegy az AC szakasz felezőpontján, és merőleges az ABC síkra, hogyha adott $A(1,0,7)$, $B(2,-4,4)$ és $C(3,-2,-1)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az $A(1,-2,3)$ és $B(4,1,0)$ pontok által adott szakasz felezőpontján átmenő és az $\underline{a}=(-1,2,4)$ vektorral párhuzamos egyenes egyenletét. Adjuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\underline{a}$ vektor szögét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorterek, független és összefüggő vektorok

Vektorteret alkotnak-e?

a) Komplex számok

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen R^3-ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen R^3-ban
1		
2		
3		
4		
5		

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in R^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}, \underline{c}-\underline{a}$ is lineárisan független.

d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ is lineárisan független.

e) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.

f) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^3-nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{c} a, b, c, d \in R \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{array} \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V-ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy vektorteret alkotnak-e...

a) Harmadfokú polinomok a valós számok felett.

b) Legfeljebb harmadfokú polinomok.

c) Azok a polinomok, amiknek az x=2 gyöke.

d) Azok a legfeljebb harmadfokú polinomok, amiknek az x=2 és az x=3 is gyöke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bontsuk fel a $\underline{v}$ vektort az $\underline{a}, \underline{b}$ és $\underline{c}$ vektorokkal párhuzamos komponensekre.

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Egy síkban vannak-e az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok?

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ R^n-beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy V altere-e R^3-nak, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist V-ben.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 : 3x - 7y + 4z = 0 \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in R^4 : 5x_1 - 8x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyenek $\underline{u}, \underline{v}$ és $\underline{w}$ lineárisan független vektorok R^n-ben. A p valós paraméter milyen értékeire teljesül, hogy az $\underline{a} = \underline{u} - \underline{v}, \underline{b} = \underline{u} + \underline{w}, \underline{c} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}, \underline{d} = p \cdot \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ vektorok szintén lineárisan függetlenek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorokból álló vektorrendszer bázis-e R^3-ban, és ha igen, akkor határozzuk meg a $\underline{d}$ vektor koordinátavektorát eszerint a bázis szerint.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi, R^3-beli vektorok generált alterét. Amennyiben ez az eltér egyenes vagy sík, adjuk meg az egyenletét vagy egyenletrendszerét.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 13 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -12 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 9 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az R^n-beli $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok lineárisan függetlenek. Igaz-e, hogy ekkor az $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{a} + \underline{b} + 3\underline{c}, 3\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$ vektorok is biztosan lineárisan függetlenek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Alteret akot-e R^2-ben azon (x, y) vektorok halmaza, melyekre teljesül, hogy $x^2 = y^2$?

b) Alteret akot-e R^3-ban azon (x, y, z) vektorok halmaza, melyekre teljesül, hogy $xy = yz$?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg R^4-ben egy, az $\underline{u}$, $\underline{v}$, és $\underline{w}$ vektorokat tartalmazó bázist, majd írjunk fel ebben a bázisban az $\underline{a}$ koordinátavektorát.

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 11 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok rangja és inverze

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$

$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$

$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$

$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$

$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$

$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$

$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$

$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg Gauss-Jordan eliminációval az alábbi egyenletrendszereket.

a)

$$2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 4$$

$$3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 27$$

$$4x_1 + x_2 - 3x_3 = 7$$

b)

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 4$$

$$3x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 16$$

$$x_1 + 7x_2 - 18x_3 - 6x_4 = -8$$

c)

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 9$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 10$$

$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a mátrix. Számoljuk ki a rangját, és döntsük el, hogy teljes oszloprangú vagy teljes sorrangú-e.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrix rangját, keressük meg az oszlop-vektorterének egy bázisát, és adjuk meg ebben a bázisban az A mátrix oszlopvektorainak koordinátáit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 & 2 & 10 \\ 3 & 9 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -9 & 8 & 19 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$

$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$

$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek.

Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$
$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$
$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$
$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$
$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$
$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$
$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Determináns, adjungált, kvadratikus alakok

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok adjungáltjait.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét az adjungált segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert az adjungált segítségével.

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk az alábbi determinánsokat.

a) $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{pmatrix}$

b) $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 25 \\ 1 & 27 & 8 & 125 \end{pmatrix}$

c) $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & 1 & -8 & 27 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a mátrixok, döntsük el, hogy milyen definitek.

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrixhoz és $\underline{x}$ vektorhoz tartozó kvadratikus alakokat.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

c) Adott a $Q(\underline{x})$ kvadratikus alak, határozzuk meg ebből az A mátrixot.

$Q(\underline{x}) = 5x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_1x_2 + 7x_1x_3 - 6x_2x_3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el az alábbi kvadratikus alakok definitségét.

a) $Q(\underline{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3$

b) $Q(\underline{x}) = -5x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sajátérték, sajátvektor, sajátfelbontás

a) Sajátvektora-e az A mátrixnak az $\underline{u}$ és a $\underline{v}$ vektor?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$$

És a feladatunk az, hogy derítsük ki, ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektora az A mátrixnak. A sajátvektorhoz pedig számoljuk majd ki a sajátértékeket is.

b) Számoljuk ki az A mátrix sajátértékeit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

c)

Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Nézzük meg, hogy ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektor, és a sajátvektorokhoz számoljuk ki a hozzájuk tartozó sajátértékeket is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 8 & 1\end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 8 & 1\end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A bázis transzformáció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki, hogy mennyi A^{10}.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki az A^6 mátrixot, az A^{-1} mátrixot és még az $\left(A^{-1}\right)^2 mátrixot is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A mátrixnak karakterisztikus polinomja-e a p polinom?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \qquad p(x) = x^2 - 3x + 1$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a mátrix, és készítsük el a spektrálfelbontását.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki a sajátértékeit és rajzoljuk fel a Gersgorin-köröket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kombinatorika

Egy futóverseny döntőjében 3 versenyző ér célba leghamarabb. Hányféle sorrendben érkezhetnek be?

Egy másik futóversenyen 6-an kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd. Hányféle sorrendben érkezhetnek célba?

Egy harmadik futóversenyen 7-en kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd, magyar.
a) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző ér először célba?
b) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző a negyedik?
c) Hány olyan sorrend van, amikor a német az első és a francia a negyedik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
a) Hányféle ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
b) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy 7-es, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
c) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy páros, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bob őrülten rajong a modern művészetekért, és elhatározza, hogy festeget egy kicsit... Minden festményét két színnel készíti el, a színeket pedig 9 lehetséges szín közül választja ki.

a) Hányféleképpen tud két színt kiválasztani?

b) Bob 36 darab képe közül 4-et kiállítanak egy múzeumban. Hányféleképp lehet kiválasztani a 36 darab kép közül azt a 4-et amit kiállítanak?

c) Bob 36 darab képe közül 4-et elajándékoz 4 különböző múzeumnak. Hányféleképpen teheti ezt meg?

d) Egy másik kiállítás megnyitóján 24 festő volt jelen, akiknek a képeit kiállították. A megnyitón a 24 festő mindegyike mindegyik másik festővel koccint. Hány koccintás történt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Hányféleképpen ülhet le öt ember egymás mellé a padon?

b) Hányféleképpen ülhet le öt ember közül három egymás mellé a padon?

c) Hányféleképpen választhatunk ki öt ember közül hármat?

d) Egy buszon 20-an utaznak, és az öt megállója során végül minden utas leszáll. Hányféleképpen tehetik ezt meg?

e) Egy nyereményjátékon 20 ember között kisorsolnak 5 ajándékot. Hányféleképpen lehetséges ez, ha a nyeremények különbözőek, és egy ember csak egyet kaphat? Hogyha a nyeremények különbözőek, de egy ember többet is kaphat? Végül, ha a nyeremények egyformák és egy ember csak egyet kaphat?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Lili együtt megy moziba, és öt egymás melletti helyre vesznek jegyet.
a) Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?
b) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen középen szeretne ülni?
c) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen a szélén szeretne ülni?
d) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Mira és Lili mindenképpen egymás mellé szeretne ülni?
e) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Hanna és Luca biztosan nem akar egymás mellé ülni?

Hányféleképpen rakhatunk egymás mellé egy polcra hat könyvet, ha a piros és a kék könyvet nem szeretnénk egymás mellé rakni. Ezek a könyvek: Rózsaszín, sárga, piros, lila, kék, zöld

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hat darab számkártyánk van: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

Hat darab számkártyánk van: 7, 7, 8, 8, 8, 8. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

12 darab virágot szeretnénk sorban egymás mellé ültetni. Van köztük 5 piros, 4 sárga és 3 lila. Hányféle lehetőség van?

Ezeknek a számkártyáknak a segítségével nyolcjegyű számokat készítünk: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7
a) Összesen hány nyolcjegyű szám készíthető?
b) Hányféle páros nyolcjegyű szám készíthető?

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
a) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
b) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet többször is használhatunk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1) Öt lány hányféleképpen ülhet le egy kerek asztal köré?

2) Hat különböző szín felhasználásával szeretnénk hat cikkelyből álló esernyőket színezni. A hat szín: piros, sárga, zöld, kék, türkiz és rózsaszín.
a) Hányféle különböző színezésű esernyő készíthető?
b) Hány olyan eset van, amikor a piros és a sárga színek egymás mellé kerülnek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

b) Egy állatkert beszerez 4 hím és 5 nőstény oroszlánt, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

1) Háromnál kevesebb oroszlán egyik kifutóban sem lehet.

2) A nagyobb kifutóba több oroszlán kerül, mint a kisebbikbe.

3) Mindkét kifutóban hím és nőstény oroszlánt is el kell helyezni.

4) Egy kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény.

Hányféleképpen helyezhetik el a 9 oroszlánt a két kifutóban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy bármelyik számjegyet akárhányszor felhasználhatjuk.
a) Hány négyjegyű szám alkotható?
b) Hány páros szám alkotható?
c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy minden számjegyet csak egyszer használhatunk.
a) Hány négyjegyű szám alkotható?
b) Hány páros szám alkotható?
c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tíztagú társaság raftingolni indul egy ötszemélyes, egy háromszemélyes és egy kétszemélyes csónakkal.
a) Hányféleképpen ülhetnek a csónakokba, ha a csónakokon belül a helyek közöt nem teszünk különbséget?
b) Hányféleképpen ülhetnek be, ha két ember mindenképpen uyganabban a csónakban szeretne utazni?

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy egy jegyet csak egyszer használhatunk.
a) Hány olyan szám keletkezik, amelyben két páros és két páratlan számjegy szerepel?
b) Hány olyan szám készíthető, amiben szerepel a 9-es számjegy?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hat szín felhasználásával zászlókat készítünk. A hat szín: fehér, piros, sárga, zöld, kék és fekete

a) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek?

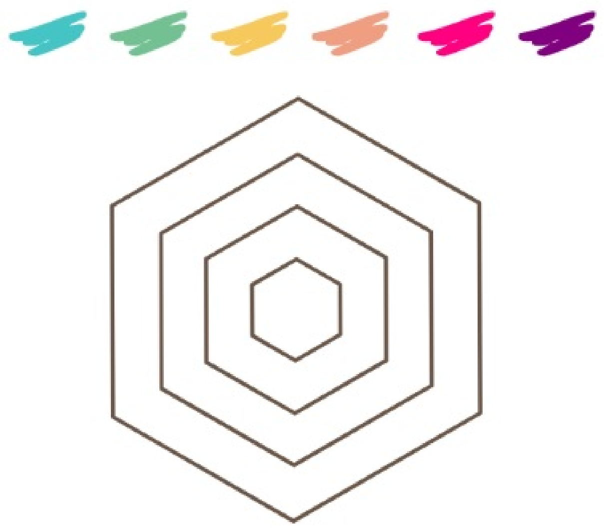
b) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű?

c) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű, és szerepel benne a piros szín?

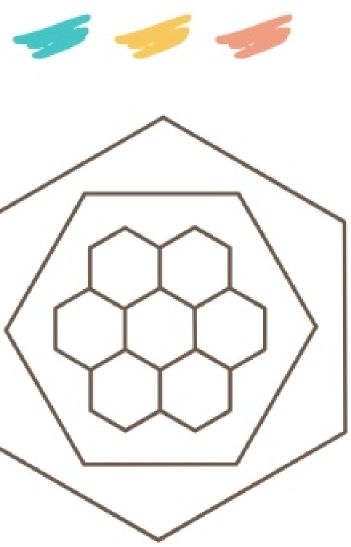
d) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek, és szerepel benne a piros szín?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy csempét hat különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



Egy másik csempét három különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A, B, C és D pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az E, F és G pontokra illeszkedő egyenessel.
a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely a pontok közül legalább kettőre illeszkedik?
b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait a 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszög különböző, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy szabályos háromszög egyik oldalát az A és B pontokkal három egyenlő részre osztottuk, a másik oldalát a C, D és E pontokkal négy egyforma szakaszra osztottuk, a harmadik oldalát pedig az F, G, H és I pontokkal öt egyforma részre osztottuk. Hány olyan különböző négyszög van, amelyeknek csúcsai ezek az osztópontok, és az eredeti háromszögnek minden oldalán van legalább egy csúcs?

Helyezzük el a síkon az A, B, C, D, E, F és G pontokat úgy, hogy a pontok közül bármelyik hármat kiválasztva azok egy háromszög három csúcsát alkossák. Hány olyan egyenes van a síkban, amely legalább két ponton átmegy?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tíz különböző szín felhasználásával hányféle különböző 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol
a) minden cikkely más színű?
b) két szín ismétlődik felváltva?
c) az egyik szín kétszer szerepel, de a többi szín csak egyszer?

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Olívia leülnek egy kerek asztal köré.
a) Hányféle lehetőség van, ha Luca és Léna mindenképpen egymás mellet akar ülni?
b) Hány lehetőség van, ha Mira és Olívia nem szeretne egymás mellett ülni?

8 különböző színű gyöngyből hányféle kapocs nélküli nyaklánc készíthető, ahol a piros és a sárga gyöngy egymás mellet van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy sífutóveresenyen 8-an vesznek részt, mindegyikük más-más országból.
a) A cél előtt nem sokkal már látszik, hogy az utolsó helyen a dán versenyző fog végezni, az első három helyen a svájci, a francia és a norvég fog osztozni, az olasz pedig a negyedik lesz. Hányféleképpen érhetnek célba a versenyzők?
b) Hányféleképpen érhetnek célba akkor, ha a 8 versenyzőről annyit tudunk, hogy nem a svájci fog nyerni, viszont nem is a svjáci az utolsó?
c) Hányféleképpen érhet célba a 8 versenyző, ha tudjuk, hogy a francia biztosan megelőzi a svájcit, az olasz a harmadik, és a német az utolsó?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Mivel kicsit későn vették meg a vonatjegyet, olyan hely már nincs, ahol mind a 8-an együtt utazhatnának. Háromfős, kétfős és egyfős helyek vannak még szabadon. Egyedül egyikük sem szeretne utazni, ezért hármas és kettes csoportokban ülnek le a megmaradt helyekre. Hányféleképpen tudnak ilyen csoportokat alkotni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Útközben szeretnének beszélgetni, ezért két egymás melletti négyes blokkba szeretnének ülni, ahol asztal is van.

a) Hányféleképpen tudnak leülni egy kocsin belül?

b) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymással szemben és ablak mellé üljenek?

c) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymás mellett, és Anna ablak mellett üljön?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van öt különböző színű dobókockánk, egy sárga, egy piros, egy kék, egy zöld és egy rózsaszín. Sorban egymás után mindegyik dobókockával egyet dobunk.

a) Hányféle sorrendben tudunk dobni a kockákkal úgy, hogy nem a piros kockával kezdünk?

b) Hányféle olyan dobás lehetséges, hogy nem a piros kocka az első és a sárga az utolsó?

c) Hányféle olyan dobás lehetséges, ahol a dobott pontokat is figyelembe vesszük, az első dobás 4-es, az utolsó dobás pedig a piros kockával történik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van 3 kék, 3 zöld, 3 sárga és 3 piros színű dobókockánk. Hányféleképpen tudunk kiválasztani közülük 4 kockát úgy, hogy
a) pontosan három különböző színű kocka legyen?
b) pontosan két különböző színű kocka legyen?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy társaságban van 5 férfi és 5 nő. Hányféleképpen tudnak leülni egy kör alakú asztal köré, ha

a) férfiak és nők felváltva ülnek?

b) az egyik férfi mindenképpen egy adott nő mellett szeretne ülni?

c) két ember a társaságban semmiképpen nem szeretne egymás mellett ülni?

d) férfiak és nők felváltva ülnek és egy férfi semmiképpen nem szeretne egy adott nő mellett ülni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy nyomozás során egy hattagú társaság (A, B, C, D, E, F) tagjait 3 fős csoportokban hallgatják ki. Minden olyan 3 fős csoport kihallgatását megszervezik, amelyben A és B együtt nincs jelen. Összesen hány ilyen csoportos kihallgatást kell szervezni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy séf új ízek kitalálásán kísérletezik. Az ételek ízesítéséhez hatféle fűszer áll rendelkezésére: keserű, savanyú, édes, sós, csípős és fanyar. Hányféleképp ízesítheti az ételeket, hogyha a hatból három- vagy négyféle fűszert szeretne használni, de az édes és keserű nem szerepelhet egyszerre?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A szóbeli érettségi vizsgán egy osztály 35 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek. Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hányféleképp rendezhetünk sorba 3 kék és 2 piros golyót?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hány 5-tel osztható ötjegyű szám alkotható a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hányféle különböző számot kaphatunk a 222 335 szám számjegyeinek felcserlésével?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Valszám alapok, klasszikus valszám

Legyen az A esemény, hogy páros számot dobunk, a B esemény pedig, hogy 2-nél nagyobb számot dobunk dobókockával.

Adjuk meg az alábbi események valószínűségeit.

$$A,\ B,\ A\cup B,\ A\cap B,\ A\setminus B,\ \overline{A}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Legyen az A esemény, hogy egy dobókockával párosat dobunk, a B esemény pedig az, hogy 2-nél nagyobbat. Függetlenek-e ezek az események? Kizáróak-e?

b) Egy biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása, 60%-ának lakásbiztosítása és 90%-uknak a kettő közül legalább az egyik. Legyen az A esemény, hogy egy ügyfélnek van autóbiztosítása, a B esemény pedig, hogy van lakásbiztosítása. Független-e a két esemény?

c) Egy másik biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása és az ügyfelek 20%-a rendelkezik lakásbiztosítással úgy, hogy autóbiztosítása nincsen. Hány százalékuknak van lakásbiztosítása, ha az autó és lakásbiztosítás egymástól független?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy városban 1000 emberből átlag 350-en dohányoznak, 120-an rendelkeznek valamilyen keringési problémával és 400-an vannak, akik a kettő közül legalább az egyik csoportba tartoznak. Ha egy lakosnak keringési problémái vannak, mekkora a valószínűsége, hogy dohányzik?

b) A reggeli és esti hírműsorok közül legalább az egyiket egy felmérés szerint a TV nézők 90%-a megnézi. Aki az esti hírműsort nézi 20% eséllyel már reggel is nézett hírműsort. A reggeli hírműsorokat az összes TV néző 30%-a nézi. Mi a valószínűsége, hogy ha valaki reggel néz hírműsort akkor este is?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy az első és a harmadik lap ász lesz?

b) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy csak az első és a harmadik lap ász?

c) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy a lapok közt két ász lesz?

d) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mekkora a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos egyszerre van a pályán?

e) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mia valószínűsége, hogy a két legjobb játékos közül csak az egyik van a pályán?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy telefon biztonsági kódja 6 számjegyből áll és minden számjegy 0-9 bármi lehet. Mi a valószínűsége, hogy ha nem ismerjük a kódot, akkor elsőre kitaláljuk? A kódok hány százalékában szerepel az 1,2,3,4,5,6 számjegyek közül mindegyik?

b) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két dobókockával egyszerre dobunk. Mi a valószínűsége, hogy

a) mindkét dobás páros?

b) legfeljebb az egyik dobás páros?

c) a dobott pontok szorzata páros?

d) a dobott pontok összege páros?

e) a dobott pontok összege legalább 10?

f) a dobott pontok szorzata 6?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt dobás 1-es?

b) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel nem lesz egyik dobás sem 1-es?

c) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy dobás 1-es?

d) Egy városban 0,2 a valószínűsége annak, hogy egyik nap esik az eső. Mekkora a valószínűsége, hogy egy héten minden nap esik?

e) Egy vizsga 100 vizsgázóból átlag 26-nak nem sikerül. Egyik nap 12-en vizsgáznak. Mi a valószínűsége, hogy legalább egy vizsgázónak nem sikerül a vizsga?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az ötöslottón 90 darab golyóból húznak ki 5 darabot. A golyók 1-től 90-ig vannak számozva. Mi a valószínűsége, hogy

a) a legkisebb kihúzott szám a 64?

b) öt egymás utáni számot húznak ki?

c) csak páratlan számokat húznak ki?

d) a kihúzott számok szorzata kettőhatvány?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy dobókockával hatszor dobunk egymás után. Mi a valószínűsége, hogy

a) egyik dobás sem 1-es?

b) csak páros számokat dobunk?

c) mindegyik dobás különböző?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy 20 fős osztályba 8 fiú és 12 lány jár. Kiosztanak közöttük 10 mozijegyet. Mi a valószínűsége, hogy

a) ugyanannyi fiú kap mozijegyet, mint ahány lány?

b) csak lányok kapnak mozijegyet?

c) csak fiúk kapnak mozijegyet?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy síterepen az egyik felvonó végállomásától három sípálya indul. 20 napból a fekete pálya átlagosan 3 nap van zárva lavinaveszély miatt, a kék átlagosan 2 nap, míg a piros átlagosan 4 nap egymástól függetlenül. Mekkora a valószínűsége, hogy

a) mindhárom pálya nyitva van?

b) csak a kék pálya van zárva?

c) a piros pálya nyitva van?

d) legalább egy pálya nyitva van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A esemény, hogy mindkét dobás páros, a B esemény pedig, hogy a dobott pontok összege hatnál nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A esemény, hogy a dobott pontok összege legalább tíz, a B esemény pedig, hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?

b) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A esemény, hogy a dobott pontok összege páros, a B esemény, hogy a dobások egyike sem nagyobb háromnál. Függetlenek-e az események?

c) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A esemény, hogy a dobott pontok összege páros, a B esemény, hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?

d) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A esemény, hogy van páros dobás, a B esemény, hogy a dobott pontok összege négynél nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Tudjuk, hogy

$$P(A)=0,6 \quad P(A\cup B)=0,8 \quad P(A\cap B)=0,1$$

$$P(B)=?$$

b) Tudjuk, hogy A és B függetlenek, valamint

$$P(A)=\frac{1}{3} \quad P(A\cup B)=\frac{4}{9}$$

$$P(B)=? \quad P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$$

c) Tudjuk, hogy A és B egymást kizáróak, valamint

$$P(A)=\frac{1}{3} \quad P(A\cup B)=\frac{4}{9}$$

$$P(B)=? \quad P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$$

d) Tudjuk, hogy $P(A)=0,4$ és $P(B)=0,7$. Kizáró-e A és B?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Négy kockával dobunk. Mekkora valószínűséggel dobunk az egyik kockával 4-est, ha a dobott pontok összege 7?

b) Tudjuk, hogy

$$P(A|B)=0,2 \quad P(A)=0,4 \quad P(A\cup B)=0,8$$

$$P(B)=?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Tudjuk, hogy

$$P(A)=0,6 \quad P(A|B)=0,3 \quad P(B|A)=0,1$$

$$P(B)=?$$

b) Tudjuk, hogy

$$P(A|B)=0,5 \quad P(B|A)=0,1 \quad P(A\cup B)=0,9$$

$$P(B)=?$$

c) Tudjuk, hogy A és B események függetlenek, valamint

$$P(A)=\frac{1}{3} \quad P(A\cup B)=\frac{2}{3}$$

$$P(B)=? \quad P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A H halmaz az első 90 pozitív egész szám halmaza. H-ból véletlenszerűen kiválasztunk két különböző számot. Mi a valószínűsége, hogy a két kiválasztott szám egy derékszögű háromszög fokban mért valamelyik két szöge?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel

a) Egy király úgy szeretné izgalmasabbá tenni az elítéltjeinek kivégzését, hogy három ládikába helyez 25 arany és 25 ezüst érmét. A kivégzésre szánt rabnak bekötött szemmel húznia kell valamelyik ládából egy érmét. Ha aranyat húz, akkor nem végzik ki, de ha ezüstöt, akkor igen. A király a nagyobb izgalom kedvéért mindig máshogy osztja szét az érméket a ládákban. Egyik alkalommal éppen így:

A kérdés, hogy mekkora esélye van az elítéltnek a megmenkülésre.

b) Egy zöldséges három helyről szerez be almákat. Az első helyről a készlet 20%-át szerzi be, ezek mind jók. A második helyről a 30%-át és itt 5% romlott, de nem baj mert ezt is el tudja adni néhány vak öregasszonynak. A harmadik helyről a maradék 50%-ot szerzi be, és itt 15% romlott. Kiválasztunk egy almát, amiről kiderül, hogy romlott. Mekkora valószínűséggel származik a hármas termelőtől?

c) Egy alkatrészt három különböző helyről szerzünk be. Az első helyről, ahol a selejtek aránya 3% 12 darab származik. A második helyről 5 darab, és itt 4% selejt, míg a harmadik helyről 3 darab és itt 95% nem selejt. Kiválasztunk egy alkatrészt.

Mi a valószínűsége, hogy selejtes?

Ha selejtes, mekkora valószínűséggel származik az első helyről?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

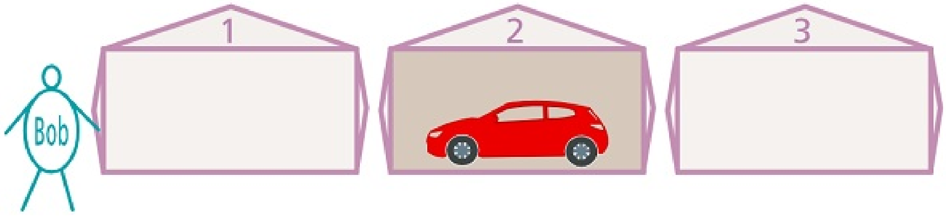
a) Egy TV-s vetélkedőben a játékosnak három színpad közül kell választania egyet. Az egyik színpad nyer, és ebben egy autó van a másik kettő üres.

A játékos egy kis gondolkodás után az 1-es színpadot választja.

Aztán az őrületes izgalmak fokozása érdekében megmutatnak egyet a két üres színpad közül. A játékvezető megmutatja, hogy a 3-as színpad üres.

Végül megkérdezi a játékost, hogy marad-e az 1-es színpadnál, vagy inkább váltana-e a 2-esre.

Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 2-es színpad lesz a nyerő?



b) Egy biztosító kétféle autóbiztosítást forgalmaz, normált és sportautóra köthetőt. Normál biztosítást négyszer annyian kötnek, mint sportautóra köthetőt. A normál biztosítást kötők 2%-a balesetezik egy éven belül, míg a sportautósoknál 97% nem balesetezik.

Egy biztosítottat kiválasztva mekkora a valószínűsége, hogy balesetezik?

Ha belesetezik, mekkora a valószínűsége, hogy sportautóra kötött biztosítása volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy betegség kimutatásához szűrővizsgálatot végeznek. A vizsgálat a betegséget az esetek 90%-ában képes kimutatni. Ugyanakkor megesik, hogy tévesen betegnek diagnosztizál olyanokat is, aki egészséges. Ez az esetek 3%-ban fordul elő. A betegség a lakosság 35%-át érinti. Egy lakosról a teszt elvégzése során kiderül, hogy egészséges. Mi a valószínűsége, hogy valóban az?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy kereskedő 3 termelőtől szerez be almákat. A vásárolt mennyiség 45%-a az első termelőtől származik, ennek fele első osztályú. A második termelőtől az összes mennyiség 35%-át szerzi be, ennek 70%-a első osztályú, míg a harmadik termelő csak első osztályú árút szállított.

Kiválasztunk egy almát és az nem első osztályú. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a második termelőtől származik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy biztosító három irodájában autóbiztosítással rendelkező ügyfelek száma 100, 150 és 250, közülük rendre 70%, 60% és 55% a következő évre megújítja biztosítását.

a) Egy ügyfelet véletlenszerűen kiválasztva mekkora valószínűséggel újítja meg a biztosítást?

b) Ha egy ügyfél megújítja a biztosítását mekkroa valószínűséggel tartozik az első irodához?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 2%-a selejtes. A második helyről kétszer annyi terméket szállítanak, mint az elsőtől. A selejtarány az első helyről származóknál 4%, a másodiknál 2%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes. Egy terméket véletlenszerűen kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy azt a harmadik helyről szállították?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben három műszakban állítanak elő egy terméket aminek a 2%-a selejtes. Az első műszak kétszer annyi terméket állít elő, mint a második. A selejtek aránya az első műszakban 2%, a másodiknál 4%, míg a harmadiknál 1%.

Egy terméket kiválasztva mekkora valószínűséggel készítette a harmadik műszak?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A következő táblázat az autóvezetők életkor szerinti éves baleseti statisztikáit tartalmazza. Ha egy adott évben az autóvezető nem okozott balesetet mekkora a valószínűsége, hogy 50 évnél idősebb?

életkor	baleset okozás valószínűsége	%-os megoszlás az összes autóvezető közül
-30	0,06	20%
31-50	0,02	45%
51-	0,04	35%

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben három műszakban folyik a termelés. A reggeli műszak 4.00-tól 12.00-ig tart és itt 4% esély van a gépsor meghibásodására. A délutáni műszakban, ami 12.00-tól 18.00-ig tart 5% eséllyel történik meghibásodás, míg az esti műszakban, ami 18.00-tól éjfélig tart a meghibásodás esélye 7%. Mekkora a valószínűsége, hogy ha egy nap pontosan egy meghibásodás történik, akkor az a délelőtti műszakban van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alkatrészt száz darabos tételekben szállítanak. Az egyes tételekben azonos arányban fordul elő három, kettő és egy hibás alkatrészt tartalmazó. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy tételből 2 alkatrészt véletlenszerűen kiválasztva mindkettő hibátlan lesz?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vizsgán a hallgatók 60%-a első éves, 30%-uk másodéves, a többiek felsőbb évesek. Annak a valószínűsége, hogy egy hallgató vizsgán elért eredménye legalább közepes, rendre 6/25, 9/20, és 3/5. Ha egy találomra kiválasztott hallgató eredménye közepesnél gyengébb, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető első éves?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy terméket 50 darabos csomagolásban szállítanak. Ismert, hogy a csomagok egynegyede egy hibásat, másik negyede két hibásat tartalmaz, míg a többiben nincs hibás. Egy találomra kiválasztott csomagból kiveszünk 2 terméket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő hibátlan?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlannak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választottunk, amelyben 2 hibás volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gazdaság két almáskertje közül az első negyedakkora, mint a második. Az elsőben az almák 90%-a első osztályú, a másodikban pedig 35% nem első osztályú. Találomra kiválasztunk egy almát, ami első osztályú.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első kertben termett?

b) Ha 10 almát választunk ki, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy közülük legfeljebb 2 nem első osztályú?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy géphez szükséges alkatrészt két helyről szerzünk be, az egyik helyről szálított hibátlan működésének valószínűsége 0,9, a másik helyről származóknál pedig 96%. Jelenleg az első típusúból 8, a második fajtából 12 darab van összekeverve. Találomra kiveszünk egy alkatrészt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az nem hibátlan?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 3%-a selejtes. A második helyről háromszor annyi terméket szállítanak, mint az elsőtől. A selejtarány az első helyről származóknál 5%, a másodiknál 3%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A leopárd-vadászaton, a vadászt 0,2 valószínűséggel támadja meg a leopárd, és ilyenkor az esetek 80%-ban a vadász belehal a sérüléseibe. Vadászat közben egyéb körülmények miatt a vadász 0,1 valószínűséggel hal meg. Egy alkalommal a vadász a vadászat során meghalt. Mi a valószínűsége, hogy leopárd ölte meg?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlannak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választunk, amelyben 2 hibás volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy biztosító a biztosítandó festményről azt tudja, hogy 0,15 valószínűséggel hamis. A szakértőről, akit bevonnak a vizsgálatba, korábbi munkái alapján megállapítható, hogy az eddigi 1000 esetből ötször tévedett. Négy esetben hamisnak állapította meg a festményt, amiről később kiderült, hogy mégis eredeti, míg egyszer eredetinek minősített egy hamisítványt. A biztosító megvizsgáltatja vel a képet, amiről megállapítja, hogy eredeti. Mi a valószínűsége, hogy ha azt állapítja meg, hogy a kép eredeti, akkor valóban az?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A binomiális eloszlás és a hipergeometriai eloszlás

a) Van egy dobókocka, aminek 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 pedig piros. Nézzük meg, mekkora a sansza, hogy 4 dobásból 2 sárga.

b) Van egy dobókocka, aminek 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 pedig piros. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 4 dobásból 1 piros.

c) Egy dobozban van 3 kék, 2 sárga és 1 piros labda. Kiveszünk a dobozból 4 labdát. Mi a valószínűsége, hogy 1 sárga?

d) Egy dobókocka 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 oldala piros. Egymás után 4-szer dobunk a kockával. Mi a valószínűsége, hogy 1 sárga?

e) Egy bárban 100-an vannak, közülük 60-an lányok. A vendégek közül kiválasztunk 10 embert. Mi a valószínűsége, hogy 7 lány?

f) Egy bárban a vendégek 60%-a lány. A vendégek közül kiválasztunk 10 embert. Mi a valószínűsége, hogy 7 lány?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

a) legfeljebb 2-en mennek át?

b) legalább 2-en mennek át?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy rádióteleszkóp-rendszer a Föld 8 különböző pontján elhelyezett teleszkópból áll. A rendszer üzemképes, ha legalább 6 teleszkóp egyszerre működik. A kedvezőtlen időjárási körülmények miatt egy adott napon 0,2 annak a valószínűsége, hogy egy teleszkóp épp nem működik.

a) Mi a valószínűsége, hogy egy adott napon a rendszer üzemképes?

b) Mi a valószínűsége, hogy egy héten kevesebb, mint 3 nap üzemképes a rendszer?

c) Egy héten várhatóan hány nap üzemképes a rendszer?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

I.) Egy könyvárus óránként átlag 8 könyvet tud eladni. Mekkora a valószínűsége, hogy 5 óra alatt elad legalább 50 darabot? Adjunk erre becslést a Markov-egyenlőtlenséggel.

II.) Egy autópályán 100 autóból átlag 12-nél találnak valamilyen szabálytalanságot. 10 autót véletlenszerűen megállítva, mi a valószínűsége, hogy

a) pontosan két autónál lesz valamilyen szabálytalanság?

b) legfeljebb két autónál lesz szabálytalanság?

c) legalább két autónál lesz szabálytalanság?

d) két egymást követő autó szabálytalan?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy közvélemény-kutatás során átlagosan minden ötödik ember hajlandó válaszolni a kérdésünkre. Az egyes emberek válaszadási hajlandósága független egymástól. 100 embert megkérdezve...

a) Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan 30 választ kapunk?

b) Mennyi a valószínűsége, hogy a 10. megkérdezett ember lesz az első válaszadó?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A légitársaságok általában több jegyet adnak el egy járatra, mint ahány hely a gépen ténylegesen van, mert mindig van néhány utas, aki végül betegség, késés vagy egyéb ok miatt nem száll föl a gépre. Ezt a jelenséget túlfoglalásnak nevezik. Egy légitársaság a 180 férőhelyes gépre 183 darab jegyet szokott eladni. Annak valószínűsége, hogy egy jeggyel rendelkező utas végül mégsem jelenik meg az indulásig 0,04. Mekkora a valószínűsége, hogy egy utazás alkalmával a túlfoglalás miatt van olyan utas, aki nem fér fel a gépre?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A fák egy részében megtelepedett a szú. Bármelyik fát kiválasztva 4% annak a valószínűsége, hogy van benne szú. Egy vásárló 50 fát vett. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb egy szúrágta fa kerül a rakományba?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy dobozban több ezer érme van, amelyek 3%-a hibás. Az érmék közül véletlenszerűen kiválasztunk 80-at. (A kiválasztás visszatevéses mintavétellel is modellezhető.) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb 2 hibás érme lesz a kiválasztott érmék között?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény

Egy céltábla sugara 50 cm. Azt a távolságot, hogy ilyen távol lövünk a céltábla középpontjától, jelöljük X-szel. Tegyük föl, hogy a céltáblát biztosan eltaláljuk.

a) $P(X<10)=?$

b) $P(X<20)=?$

c) $P(X<x)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Lehet-e X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x<0 \\ 1-x, & \text{ha } 0\leq x\leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

b) Milyen A paraméter esetén lesz $f(x)$ sűrűségfüggvény?

$$f(x)=\begin{cases} e^{3x}, & \text{ha } x<0 \\ Ax^2, & \text{ha } 0\leq x\leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Csináljunk $F(x)$-ből $f(x)$-et.

$$F(x)=\begin{cases} \frac{3}{4}e^{2x-4}, & \text{ha } x<2 \\ 1-\frac{1}{x^2}, & \text{ha } 2\leq x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adott az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye, álltsuk elő a sűrűségfüggvényt.

$$F(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{2x}, & \text{ha } x\leq 0 \\ \frac{1}{2}+x-\frac{x^2}{2}, & \text{ha } 0<x\leq 1 \\ 1, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

b) Itt volna a sűrűségfüggvény és állítsuk elő az eloszlásfüggvényt!

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x\leq 0 \\ 1-x, & \text{ha } 0<x\leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$F(x)$ egy eloszlásfüggvény.

$$F(x)=\begin{cases} A+2^{x-2}, & \text{ha } x<1 \\ B-\frac{1}{x^2+1}, & \text{ha } 1\le x \end{cases}$$

$A=?\qquad B=?\qquad P(0<X<2)=?\qquad f(x)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases} Ae^{3x-6}, & \text{ha } x<2 \\ 0, & \text{ha } 2\le x \end{cases}$$

$A=?\qquad F(x)=?\qquad P(1<X<3)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{4}\frac{1}{\sqrt{x+1}}, & \text{ha } 0<x\le 8 \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$F(x)=?\qquad P(0<X<3)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy sorsjegy ára 200 forint és minden ötödik sorsjegy nyer. Pista bácsinak 800 forintja van és addig veszi a sorsjegyeket, amíg nem nyer - vagy amíg el nem fogy a pénze. Jelentse X a vásárolt sorsjegyek számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy repülőtéren a leszálló gépeknek néha várakozniuk kell, hogy legyen szabad leszállópálya. A várakozási idő legfeljebb egy óra lehet, a várakozási időt az X valószínűségi változó írja le órában kifejezve, melynek sűrűségfüggvénye:

$$f(x)=\begin{cases} 6x(1-x) & \text{ha } 0<x<1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy dobozban cédulákat helyezünk el. Egy darab 1-es, két darab 2-es és három darab 3-as feliratút. A dobozokból két cédulát húzunk és jelentse X a húzott cédulákon szereplő számok összegét. Adjuk meg az eloszlást és az eloszlásfüggvényt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{Ax}{\sqrt{x^2+16}}, & \text{ha } 0<x<3\\ 0, & \text{máshol}\end{cases}$$

$A=?\qquad F(x)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^4}, & \text{ha } x<-1\\ x+1, & \text{ha } -1\leq x\leq 0\\ e^{-6x}, & \text{ha } 0<x\end{cases}$$

$F(x)=?\qquad P(X<4)=?\qquad P(|X-5|<3)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases}Ax\cdot e^{-3x^2}, & \text{ha } 0>x\\ 0, & \text{máshol}\end{cases}$$

$A=?\qquad F(x)=?\qquad P(X<4)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{A\ln x}{x}, & \text{ha } 1<x<e\\ 0, & \text{máshol}\end{cases}$$

$A=?\qquad F(x)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy dobozban van 2 piros, 3 sárga és 1 kék labda. Kiveszünk három darabot visszatevés nélkül. Jelentse X a húzott piros labdák számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Várható érték és szórás

3 darab 10 dollárossal befektetési terveink vannak, egy rulett segítségével. A terv a következő: felteszünk 10 dollárt a pirosra. Ha nyer, akkor megdupláztuk a 10 dollárt és abbahagyjuk a játékot. Namost, ha veszít, akkor újabb 10 dollárt teszünk a pirosra, és ha ezúttal nyerünk, akkor szintén abbahagyjuk a játékot. Ha másodszorra sem nyerünk, akkor az utolsó 10 dollárt is felrakjuk a pirosra. A kérdés az, várhatóan mennyi pénzünk lesz a tranzakció végén.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a várható értékét és szórását:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^4}, & \text{ha } x \leq -1 \\ -x^2 - 2x, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki, hogy hány esős napra számítsunk egy nyaralóhelyen, hogyha öt napig vagyunk ott és ezek a kilátások...

3% az esélye annak, hogy mindegyik nap esni fog. Aztán 9% az esélye, hogy csak 4 nap fog esni, 24%, hogy 3 nap fog esni, 40%, hogy 2 nap fog esni, 16%, hogy 1 nap fog esni, és 8%, hogy egyik nap sem fog esni.

b) Egy vadrezervátumban 3 hím oroszlán él. Az illegális vadászat miatt 40% eséllyel 5 éven belül mindegyik elpusztul, 30% eséllyel 2 oroszlán pusztul el és 20% eséllyel egy. Ha átköltöztetik az oroszlánokat egy biztonságosabb területre, akkor a tapasztalatok szerint az állatok harmada pusztul el a költöztetés miatt, a többiek életben maradnak. Átköltöztessük-e az oroszlánokat, ha azt szeretnénk, hogy 5 év múlva a lehető legtöbben legyenek életben?

c) Négy dobókockával dobunk. Ha az első kockával 1-est dobunk, akkor nyerünk nyerünk 10 dollárt. Ha a dobás nem 1-es, akkor dobhatunk a második kockával. Ha a második kockával 1-est dobunk, a nyeremény 20 dollár. Hogyha azzal sem 1-est dobunk, akkor jöhet a harmadik kocka. Ha a harmadik kockával 1-est dobunk, a nyeremény 30 dollár. De ha azzal se, akkor dobhatunk a negyedik kockával is. Hogyha ez végre 1-es, a nyeremény 40 dollár. Ha ez sem egyes, akkor vége a játéknak és nem nyertünk semmit. Ha 8 dollárba kerül, hogy játszhassunk egy ilyen játékot, megéri-e játszani?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok várható értéke és szórása?

b) Két dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok összegének várható értéke és szórása?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Elemér és Huba egy dobókocka játékot játszanak. Huba annyi dollárt ad Elemérnek, amennyi a dobott szám kétszerese, Elemér pedig annyit ad Hubának, amennyi a dobott szám négyzete. Melyikünk kedvez a játék?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az ötös lottón, egy hasábon 5 számot kell beikszelnünk 1-től 90-ig. Ha nulla vagy egy számot találunk el, akkor nem nyerünk semmit. Két találat esetén a nyeremény 700 Ft, hármas találatnál 10 ezer Ft, négyes esetén 789 ezer Ft, az ötös pedig 535 millió Ft-ot fizet. Mennyi a nyereményünk várható értéke?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két kockával dobva mennyi a dobott számok nem nagyobbikának várható értéke?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy magasugró versenyen a versenyzők 0,8 valószínűséggel ugorják át a lécet. Minden versenyző háromszor próbálkozhat. Mivel könnyen megeshet, hogy nem rajongunk a magasugró versenyekért, így nem teljesen alaptalan az a kérdés, hogy 12 versenyző esetén várhatóan hány ugrást kell megtekintenünk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adott az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye.

a) Mekkora a várható értéke?

b) Mekkora a szórás?

c) Mekkora az $Y = 3 - 2X$ várható értéke és szórása?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy sorsjegy 5% eséllyel nyerő, és kétféle nyeremény van, 2500 Ft és 50 000 Ft. A 2500 Ft-os nyerő sorsjegyből pontosan 24-szer annyi van, mint az 50 000 Ft-osból.

1 db sorsjegy nyereménye (Ft)	0	2500	50 000
nyeremény valószínűsége	0,95		

Töltsük ki a táblázat üres mezőit, majd számítsuk ki egy darab sorsjegy nyereményének várható értékét!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy dobókocka három lapján 3-as, két lapján 2-es, egy lapján 1-es szám van. Andi és Béla a következő játékot játsszák ezzel a dobókockával. Valamelyikük dob egyet a kockával. Ha a dobás eredménye 3, akkor Andi fizet Bélának n forintot ($n > 80$), ha a dobás eredménye 1, akkor Béla fizet $(n - 80)$ forintot Andinak, ha pedig a dobás eredménye 2, akkor is Béla fizet Andinak $2(n - 80)$ forintot. Mennyit fizet Béla Andinak az 1-es dobása esetén, ha ez a játék igazságos, azaz mindkét játékos nyereményének várható értéke 0?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Markov és Csebisev egyenlőtlenségek

Ha egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, mekkora a valószínűsége, hogy az egyik órában

a) legalább 250-et ad el?

b) 200-nál kevesebbet ad el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, a szórás pedig 8 darab. Adjunk becslét annak valószínűségére, hogy az újságos által eladott lapok száma 50 darab és 78 darab közé esik.

b) Egy üzemben 150 mm hosszú csavarokat gyártanak 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha 146 mm-nél rövidebb vagy 154 mm-nél hosszabb. Adjunk becslést a selejtarányra.

c) Egy bankba óránként általában 120 ügyfél érkezik, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában 100 és 150 közé esik az ügyfelek száma.

d) Egy sí üdülőhelyen a téli szezonban hetente átlag 300 cm hó esik, a szórás 60 cm. Ha 50 cm-nél kevesebb hó esik, akkor a túl kevés hó miatt le kell zárni egy bizonyos pályát. Ugyanezt a pályát 480 cm feletti hóesésnél lavinaveszély miatt kell lezárni. Adjunk becslést a pálya lezárásának valószínűségére.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Hányszor kel dobnunk a kockával ahhoz, hogy a hatos dobás valószínűségét a relatív gyakoriság 0,1-nél jobban megközelítse az esetek 95%-ában?

b) Hányszor kell feldobnunk egy érmét ahhoz, hogy a fej dobások valószínűségét a relatív gyakoriság 0,05-nél jobban megközelítse legalább 0,9 valószínűséggel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy könyvárus óránként átlag 8 könyvet tud eladni. Mekkora a valószínűsége, hogy 5 óra alatt elad legalább 50 darabot? Adjunk erre becslést a Markov-egyenlőtlenséggel.

b) Az X valószínűségi változó várható értéke 20. Adjunk becslést a $P(X < 80)$ valószínűségre a Markov-egyenlőtlenséggel.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy csavargyárban 10 cm hosszú csavarokat gyártanak, 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha a hossza 9,5 cm-nél kisebb vagy 10,5 cm-nél nagyobb. Adjunk becslést a selejtarányra.

b) Egy mozi előadásainak átlagos nézőszáma 120 fő, a szórás 16. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy előadáson a nézők száma 100 és 140 közé esik.

c) Az X valószínűsége változó várható értéke 20, szórása 4. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy X 15 és 28 közé esik.

d) Egy üzletben óránként átlag 80-an vásárolnak, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában a vevőszám 60 és 90 közé esik.

e) Egy üzletben óránként átlag 12-en vásárolnak. A vásárlók száma Poisson-eloszlású. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy 3 órás időtartamban a vevőszám 25 és 45 közé esik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Az X valószínűségi változó várható értéke 20, annak valószínűsége, hogy X 15 és 25 közé esik a Csebisev-egyenlőtlenség alapján legalább 0,96. Legfeljebb mekkora valószínűséggel esik X a várhatótól legalább 4-nél távolabb?

b) Az X valószínűségi változó várható értéke 40, annak valószínűsége, hogy X a várható értéktől legalább 6-tal eltér legfeljebb 0,25. Legalább mekkora valószínűséggel esik X 30 és 52 közé?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások

a) Egy úton 30 nap alatt 12 napon történt baleset. Ebből a 30 napból kiválasztunk egy hetet, mi a valószínűsége, hogy ezen a héten 2 balesetes nap van?

b) Egy úton 30 napból átlag 12 balesetes nap van. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 balesetes nap van?

c) Egy úton 30 nap alatt átlag 12 baleset történik. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 baleset van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik.

a) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt éppen 2-en érkeznek?

b) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt legfeljebb 2-en érkeznek?

c) Mi a valószínűsége, hogy 5 perc alatt legalább 2-en érkeznek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Valaki egy telefonhívást vár, ami 2 óra és 7 óra között érkezik, minden időpontban ugyanakkora valószínűséggel. Mekkora a valószínűsége, hogy 4-ig hívják?

b) Egy bankba általában 12 ügyfél érkezik óránként. Mekkora valószínűséggel telik el 10 perc úgy, hogy nem jön senki?

c) Egy bankban az ügyfelek napi száma normális eloszlású, 560 fő várható értékkel és 40 fő szórással. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az ügyfelek száma egy adott napon 616-nál kevesebb?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy benzinkúthoz óránként átlag 12 autó érkezik. Mekkora a valószínűsége, hogy 10 perc alatt három autó érkezik? Mekkora a valószínűsége, hogy két autó érkezése közt legalább 10 perc telik el?

b) Egy földterületen átlagosan 16 havonta van a Richter-skála szerinti 5-ösnél erősebb földrengés. Mi a valószínűsége, hogy egy év alatt két ilyen földrengés is van? Mi a valószínűsége, hogy két ilyen földrengés közt legalább három év telik el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 5 év szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legfeljebb 8 évig működik?

b) Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik. Mi a valószínűsége, hogy 20 percig nem jön senki? Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?

c) Egy üzletben 10 perc alatt átlagosan 5 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó. 10.00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10.12 és 10.15 között érkezik?

d) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó, annak valószínűsége, hogy legalább 6 évig működik e^{-2}. Hány éves legyen a garancia idő, ha a termékek legfeljebb 20%-a hibásodhat meg a garanciaidőn belül?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy üzlet napi forgalma közelítőleg normális eloszlásúvalószínűségi változó. A vásárlók átlagos száma 568 fő, a szórás 16 fő. Mekkora valószínűséggel lesz egy adott napon a vevők száma legfeljebb 600 fő?

b) Egy határátkelőhelyen a várakozási idő normális eloszlásúvalószínűségi változó, 18 perc váható értékkel. Annak valószínűsége, hogy az átkelésig legfeljebb 6 percet kell várni $1-\Phi(2,4)$. Mekkora a valószínűséggel tart legalább 20 percig a várakozás? Mekkora a valószínűsége, hogy 10 percnél több, de 20 percnél kevesebb ideig kell várni?

c) Egy palackozó üzemben 1 literes ásványvizeket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött víz a várhatótól legfeljebb 25 milliliterrel eltér $2\Phi(2)-1$. Mekkora a szórás?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 3 évig működik?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 évnél tovább, de 5 évnél kevesebb ideig működik?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 3 éve működik, a következő 2 évben elromlik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy biztosítónál naponta átlagosan 5 kárbejelentés érkezik lakásbiztosítással kapcsolatban.

a) Mi a valószínűsége, hogy egy nap a várhatónál kevesebb érkezik?

b) Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap lesz a várhatónál kevesebb bejelentés?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankba az esetek 0,3%-ában nem érkezik ügyfél egy óra alatt. Az ügyfelek száma Poisson eloszlású.

a) Mekkora az ügyfelek várható száma óránként?

b) $P(E(X)-D(X)<2X<E(X)+D(X))=$?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy újságárus óránként 48 darab újságot szokott eladni, amiből átlag 36 napilap. Mi a valószínűsége, hogy

a) 10 perc alatt legfeljebb 2 napilapot ad el?

b) 5 perc alatt éppen 7 újságot ad el?

c) a 7 eladott újságból 4 napilap?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Annak a valószínűsége, hogy egy hírlapárus negyedóra alatt egyetlen lapot sem tud eladni e^{-6}.

a) Mennyit szokott eladni átlagosan óránként?

b) Mekkora valószínűséggel ad el félóra alatt 10 darabot?

c) Legfeljebb milyen hosszú ideig nem tud eladni egyetlen lapot sem legalább 0,6 valószínűséggel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy könyvben 100 oldalon átlag 80 nyomdahiba található. Mi a valószínűsége, hogy 10 egymást követő oldalon 7 hiba lesz?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

a) legfeljebb 2-en mennek át?

b) legalább 2-en mennek át?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 10, szórása $\sqrt{3}$. Mekkora a $P(X<9)$, a $P(X>12)$ és a $P(10<X<15)$ valószínűség?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy tűzoltóságra átlagosan kétóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?

b) egy 8:00-kor érkező riasztás után a következő 9:30 és 10:00 között érkezik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy ügyfélszolgálatra érkező segélyhívások száma Poisson-eloszlású, a köztük eltelt idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó, annak valószínűsége, hogy 5 perc alatt érkezik hívás $1 - e^{-2}$.

a) Hány hívás érkezik átlagosan óránként?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy fél óra alatt legalább három hívás érkezik?

c) Mekkora a valószínűsége, hogy két hívás közt legalább 10 perc telik el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy este átlagosan óránként 10 hullócsillagot látni. Ha a hullócsillagok számaPoisson-eloszlást követ, mekkora a valószínűsége, hogy negyed óra alatt,

a) kettőt látni?

b) legfeljebb kettőt látni?

c) legalább kettőt látni?

d) legfeljebb milyen hosszú ideig nem látni egyetlen hullócsillagot sem legalább 0,7 valószínűséggel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy szövet anyagában átlag 10 méterenként van apró hiba.

a) Mi a valószínűsége, hogy egy 6 méteres darab hibátlan?

b) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágnak, akkor pontosan két hibás darab lesz?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágnak, akkor mind hibátlan lesz?

d) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 5 méteres darabokra vágnak, akkor mind hibátlan lesz?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 20, szórása $\sqrt{12}$.

Mekkora a $P(X < 9)$, a $P(X > 12)$ valószínűsége?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 8 évig működik?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy 8 évnél tovább, de 10-nél kevesebb ideig működik?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 8 évig működik, a következő 2 évben elromlik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy termék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 4 év szórással.

a) Mekkora valószínűséggel hibásodik meg a gyártástól számított 12 éven belül?

b) Legfeljebb mekkora lehet a garanciaidő, ha a termékeknek legfeljebb 10%-át szeretnék garanciálisan javítani, vagy cserélni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy tűzoltóságra átlagosan négyóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?

b) egy 10:00-kor érkező riasztás után a következő 11:00 és 12:00 között érkezik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik. Mi a valószínűsége, hogy

a) 10 perc alatt legalább ketten érkeznek, ha az ügyfelek számaPoisson eloszlást követ?

b) két ügyfél érkezése között 5 perc is eltelik, ha az eltelt idő exponenciális eloszlású?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik.

a) Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?

b) Mi a valószínűsége, hogy két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzletben két óra alatt átlagosan 30 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó.

a) 10:00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10:12 és 10:15 között érkezik?

b) Ha a 10:00-kor érkező vevő után már 12 perce nem érkezett újabb vevő, mi a valószínűsége, hogy 10:15-ig érkezni fog?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 5 percen belül nem követ másik.

a) Egy óra alatt hány ügyfél érkezik?

b) Mi a valószínűsége, hogy egy 10:00-kor érkező ügyfél után 10:12 és 10:17 között érkezik ügyfél?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik, akkor 20 percnél kevesebb telik el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vonatra való várakozási idő exponenciális eloszlásúvalószínűségi változó, óránként átlagosan 12 járat érkezik. Ha már 5 perce nem jött, mekkora valószínűséggel kell még legalább további 4 percet várni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó, száz ilyen készülékből átlagosan 55 hibásodik 400 üzemórán belül.

a) Mekkora a készülék várható élettartama?

b) Mekkora valószínűséggel lesz 10 készülékből 6 olyan, ami a várható élettartamnál tovább működik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy ügyfélszolgálatra óránként átlag 18 hívás fut be. Mi a valószínűsége, hogy

a) 10 perc alatt legalább két hívás érkezik, ha a hívások számaPoisson-eloszlású?

b) két hívás között 5 perc is eltelik, ha a hívások közt eltelt idő exponenciális eloszlású?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó várható értéke 20, szórása 4. Lehet-ePoisson, illetve binomiális eloszlású?

Ha igen, mekkora a $P(X = 20)$ valószínűsége?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó várható értéke 49, szórása 7. Lehet-ePoisson, illetve binomiális eloszlású?

Ha igen, mekkora a $P(X = 18)$ valószínűsége?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy kamionsofőr az esetek 36,8%-ában legalább két órát várakozik a határállomáson, a várakozási idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó.

a) Mekkora az átlagos várakozási idő?

b) Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott esetben egy óránál kevesebbet kell várakoznia?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy készülök élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 5 év szórással.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legalább 8 évig működik?

b) Ha egy ilyen készülék már legalább 8 éve működik, milyen valószínűséggel működik további legalább 3 évet?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy úton 500 méterenként átlag 25 kátyú van. Mekkora a valószínűsége, hogy

a) Egy 100 méteres szakasz hibátlan?

b) Egy 100 méteres szakaszon legalább két kátyú van?

c) Két kátyú távolsága legalább 250 méter, de legfeljebb 500 méter?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy iskolában a tanulók magasságának eloszlása normális, 12 cm szórással. Annak a valószínűsége, hogy egy tanuló 144 cm-nél alacsonyabb 0,159. Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanuló legalább 180 cm?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy teszt megírására 90 perc áll rendelkezésre, a megírási idő normális eloszlásúvalószínűségi változó 65 perc várható értékkel és 10 perc szórással. Mekkora valószínűséggel végez valaki kevesebb, mint háromnegyed óra alatt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy palackozó üzemben 1 literes gyümölcsleveket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött gyümölcslé a várhatótól legalább 25 milliliterrel eltér 0,0456. Mekkora a szórás?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy méteráru kiskereskedés által naponta eladott szövet hossza normális eloszlásúvalószínűségi változó 45m várható értékkel és 5m szórással. Mi a valószínűsége, hogy valamely nyitvatartási napon az eladott szövet hossza a 40 métertől 10 méternél nagyobb mértékben tér el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy repülőtér átlagos napi forgalma 124 000 utas, a szórás 10 000, és a forgalom normális eloszlásúnak tekinthető.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy az utasok száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb a szórás kétszeresével tér el?

b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy áruház átlagos havi forgalma 100 000 vevő, a szórás 10 000, és a vevők száma normális eloszlásúnak tekinthető.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy a vevők száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb 20%-kal tér el?

b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy csomagoló üzemben 900g-os üvegekbe töltenek mézeket.

a) Legfeljebb mekkora szórást engedhetünk meg, ha az üvegekbe töltött méz mennyisége normális eloszlású valószínűségi változó és annak valószínűsége, hogy egy üvegben a méz mennyisége nem 890g és 910g közé esik legfeljebb 0,1096 valószínűségű lehet?

b) Adjunk becslést a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üvegbe töltött folyadék mennyisége normális eloszlású valószínűségi változó 1 liter várható értékkel.

a) Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a folyadék mennyisége 990ml-nél kevesebb $1-\Phi(2)$?

b) Mi a valószínűsége, hogy egy 12 üveget tartalmazó csomagban legalább 2 üveg tartalma legfeljebb 990ml?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy csomagolóüzemben 500g-os konzerveket töltenek 2g szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy 20 darabos csomagban legalább 18 konzerv 494 és 506 gramm közé esik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Valamely üzletben a vásárlók száma jó közelítéssel normális eloszlású valószínűségi változó. Öt nyitvatartási napból átlagosan egyszer szokott előfordulni, hogy a vásárlók száma kevesebb, mint 40. Mekkora a vásárlók átlagos száma, ha a szórás 12?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy palackozó üzemben 1,5 literes ásványvizeket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött ásványvíz a várhatótól legfeljebb 24 milliliterrel tér el $2\Phi(3)-1$. Mekkora a szórás?

Megnézem a kapcsolódó epizódot
