# Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2\,dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0,6]$ intervallumon.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha x irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$-nál húzható érintője által határolt területet.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4}\,dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2}\,dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4}\,dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x}\,dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^2}\,dx$

b) $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20)\,dx = 0$ teljesüljön!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számoljuk ki az $f$ és $g$ függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számoljuk ki az $f$ és $g$ függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számoljuk ki az $f$ és $g$ függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az $x$ tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függény grafikonja az $x$ tengellyel bezár.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az $x$ tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az $y$ tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Mekkora az a terület, amit az $f$ függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x-12}$ függvények grafikonjai és az $x$ tengely határol.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Az $f$ integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye $F$. Számítsuk ki ezt az integrált:

$I = \int_0^a f(x)\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2}\, dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}}\, dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x}\, dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x\, dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számoljuk ki az $f$ és $g$ függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 6x - x^2 \qquad g(x) = x^2 - 2x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_0^2 \frac{1}{2-x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_2^\infty \frac{4}{x^3}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^2 \frac{x^{-1}}{\ln x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---