



**MATEKING.HU**

**Feladatgyűjtemény**

**MATEMATIKA 3 OE tantárgy**

Kiadás dátuma: 2026. 04. 13.

# Tartalomjegyzék

Határozatlan integrálás, primitív függvény.....	2
Határozott integrálás.....	13
Differenciálegyenletek.....	17
Laplace transzformáció.....	23
Izoklinák.....	26
Fourier sorok.....	27
Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok.....	29
Kétváltozós függvények.....	39
Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság.....	44
Kettős és hármas integrál.....	49

## Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a)  $f(x) = 2x$       $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b)  $f(x) = x^2$       $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c)  $\int_0^1 x^2 dx = ?$

d)  $\int_0^1 e^x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{1}{x^3} dx = ?$

b)  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

c)  $\int \frac{1}{4x+5} dx = ?$

d)  $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

e)  $\int (3x + 7)^{10} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int (4x - 10)^6 dx = ?$

b)  $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}} dx = ?$

c)  $\int \frac{1}{5x-4} dx = ?$

d)  $\int e^{4x-6} dx = ?$

e)  $\int 5^{-2x+4} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\cos \frac{x}{4} dx = ?$

b)  $\sin \frac{2x-3}{5} dx = ?$

c)  $\frac{1}{\cos^2(5x+6)} dx = ?$

d)  $\frac{1}{\sin^2(5-4x)} dx = ?$

e)  $\frac{1}{1+(6-5x)^2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int 42 \cdot x^3 dx = ?$

b)  $\int \frac{x^4}{100} dx = ?$

c)  $\int x^5 + \frac{1}{x} dx = ?$

d)  $\int (x^2 + \sqrt{x}) \cdot x dx = ?$

e)  $\int (x^5 + x^4) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int (x^4 + x)^6 \cdot (4x^3 + 1) dx = ?$

b)  $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3) dx = ?$

c)  $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x} dx = ?$

d)  $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int (e^{4x} + x^4)^{100} \cdot (4e^{4x} + 4x^3) dx = ?$

b)  $\int (x^2 + 3) \cdot 12x dx = ?$

c)  $\int (4x^2 + 5)^6 \cdot x dx = ?$

d)  $\int (2x^2 + 7)^5 \cdot 3x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \sqrt[5]{(x^4 + 2x^2)^7} \cdot (x^3 + x) dx = ?$

b)  $\int (x^4 + x^3)^8 \cdot (16x^3 + 12x^2) dx = ?$

c)  $\int \frac{5x^4+6}{(x^5+6x)^8} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8} dx = ?$

b)  $\int \frac{4x^3+5}{\sqrt[3]{(x^4+5x)^8}} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^{2x}+x}{(\sqrt[5]{x^2+e^{2x}})^4} dx = ?$

d)  $\int \frac{3x^3+9}{\sqrt[3]{(x^4+12x)^7}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} dx = ?$$

$$b) \int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} dx = ?$$

$$c) \int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} dx = ?$$

$$d) \int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} dx = ?$$

$$b) \int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} dx = ?$$

$$c) \int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int x \cdot e^x dx = ?$$

$$b) \int x^2 \cdot e^x dx = ?$$

$$c) \int x \cdot \ln x dx = ?$$

$$d) \int \ln x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int \frac{\ln x}{x^5} dx = ?$$

$$b) \int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$$

$$c) \int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2} dx = ?$

b)  $\int (4x^2 - 5x) \cdot \cosh(2x + 1) dx = ?$

c)  $\int \arctan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

b)  $\int \cos(x^2 + 1) \cdot 2x dx = ?$

c)  $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x dx = ?$

d)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int e^{x^4+12x} \cdot (x^3 + 3) dx = ?$

b)  $\int \frac{5^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = ?$

c)  $\int \frac{x}{e^{x^2}} dx = ?$

d)  $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

b)  $\int \frac{5^x}{1+25^x} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = ?$

d)  $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{x^{100} + 4x^5 + 6x + 1}{x} dx = ?$

b)  $\int \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + 4 \cdot \sqrt[6]{x^5} + \sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x^5}} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^{-x} + x^4}{e^{-x} \cdot x^4} dx = ?$

d)  $\int \frac{x+3}{x-2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{3x+4}{x-2} dx = ?$

b)  $\int \frac{8x+5}{2x+3} dx = ?$

c)  $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

d)  $\int \tan^2 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{2x}{x^2+9} dx = ?$

b)  $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x} dx = ?$

c)  $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = ?$

d)  $\int \frac{x}{2x^2+5} dx = ?$

e)  $\int \frac{6x}{x^2+7} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{5x}{4x^2+9} dx = ?$

b)  $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

c)  $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx = ?$

d)  $\int \tan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

b)  $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4} dx = ?$

b)  $\int e^{\sqrt{x}} dx = ?$

c)  $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x+1)} dx = ?$

b)  $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx = ?$

b)  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx = ?$

c)  $\int \frac{1}{x^4 \cdot \sqrt{x^6-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x} dx = ?$

b)  $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3} dx = ?$

c)  $\int 4xe^{x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int 4xe^{x^2+2} dx = ?$

b)  $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}} dx = ?$

c)  $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{12}{3x+4} dx = ?$

b)  $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15} dx = ?$

c)  $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{1}{\sin x} dx = ?$

b)  $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx = ?$

b)  $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x dx = ?$

c)  $\int \sin^4 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \cos x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^4 \cdot \ln x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x + 2) \cdot e^{3x^2 + 4x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int (3x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + x) dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int 18x \cdot e^{3x^2+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int 6x \cdot 5^{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int x e^{1+x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int \frac{7-6x}{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int x^3 (2x^4 + 4)^3 dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int \frac{5x^3}{x^4+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int e^x \cdot \sin x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a)  $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az  $f(x) = x^2 - 4x$  függvény és az  $x$  tengely között van a  $[0, 6]$  intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \text{ irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a területet, ami az  $f(x) = x^2$  és  $g(x) = -x^2 + 4x + 16$  függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az  $f(x) = x^2 - 6x + 10$  és  $g(x) = 2x + 10$  függvények között van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x) = -x^2 + 3x + 4$  függvény  $x = 3$ -nál húzható érintője által határolt területet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a)  $\int_1^\infty \frac{5}{x^4} dx = ?$

b)  $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2} dx = ?$

c)  $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4} dx = ?$

d)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a)  $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

b)  $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a)  $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

b)  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

c)  $\int_0^1 \frac{x}{\tan x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f(x) = x^3$  függvényt megforgatjuk az  $x$  tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f(x) = x^3$  függvényt megforgatjuk az  $y$  tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg a  $p > 0$  paraméter értékét úgy, hogy  $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20) dx = 0$  teljesüljön!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = (x - 1)^2 \quad g(x) = 2 - (x - 1)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az  $f(x) = \sqrt{x + 5}$  függvény grafikonja, az  $x = -1$  pontban húzott érintő és az  $x$  tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az  $f(x) = -x^2 - 6x - 5$  függvény grafikonja az  $x$  tengellyel bezár.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az  $f(x) = \ln x$  függvény grafikonja, az  $x_0 = e$  abszcisszájú pontjában húzott érintő és az  $x$  tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az  $f(x) = x^2 - 7x + 14$  függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az  $x_0 = 4$  abszcisszájú pontjában húzott érintő és az  $y$  tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora az a terület, amit az  $f$  függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az  $f(x) = \sqrt{x+2}$  és  $g(x) = \sqrt{3x-12}$  függvények grafikonjai és az  $x$  tengely határol.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f$  integrálható függvény a  $[0, a]$  intervallumon, és primitív függvénye  $F$ . Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a)  $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b)  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

c)  $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}} dx$

d)  $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x} dx$

e)  $\int_0^1 x \cdot \ln x dx$

f)  $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 6x - x^2 \quad g(x) = x^2 - 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_0^2 \frac{1}{2-x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_2^\infty \frac{4}{x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^2 \frac{x^{-1}}{\ln x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' = 2xy - x^2y'$

b)  $y' + y^2 = e^x(1 + y^2) - 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(x^2 + y^2) dx = xy dy$

b)  $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c)  $(x^4 + 5y^4) dx = 4xy^3 dy$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(4x^3y^3 + e^x) dx + (3x^4y^2 + 3y^2) dy = 0$

b)  $(2xe^y + 4x^3) dx + (x^2e^y - \sin y) dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(3xy + 2) dx + x^2 dy = 0$

b)  $(y^3 - x) dx + 3y^2 dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $(y + \cos^3 x) dx + \sin x \cos x dy = 0$

b)  $\left(y \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x\right) dx + \frac{\sin x}{\cos x} dy = 0$

c)  $4xy dx + (x^2 + 1) dy = 0$

d)  $4xy^{\frac{1}{2}} dx + (x^2 + 1) y^{-\frac{1}{2}} dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' + y \tan x = e^x \cos x$

b)  $xy' + y = x^3$

c)  $y' + 4x^3 y = x^3 e^{x^4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' + 4y = \cos x$

b)  $y' + 2y = 4x^2 + 12$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y' - 2y = \cos 4x + e^{3x}$

b)  $y' - 4x = x + e^{3x} + e^{4x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b)  $y'' - 12y' + 36y = 0$

c)  $y'' - 4y' + 13y = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a)  $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b)  $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'(e^x + 1) = e^x y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 5y' + 6y = 2 \sin(2x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y''(x^2 + 1) = 2xy'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 6y' + 9y = 2 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az  $y' = z$  helyettesítéssel.

$$y''(e^x + 1) = e^x y'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + \frac{2}{x}y = 3x^2 \quad y(1) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y' - 6y = 4 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y + 1)^6 \ln 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x (x^2 + x^3)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4 \cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' (x^2 + 1) = 2xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a)  $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b)  $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c)  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d)  $g(x) = 2x \cos x (\sin x + 5)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehetnek az eredeti függvények?

a)  $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b)  $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c)  $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d)  $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + y = 12 \cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$$

$$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$$

$$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2 \sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$$

$$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$$

$$y' = -x + y \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + y' - 2y = 30 \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - y = 5 \sin 2x \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \quad y(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Izoklinák

a) Adjuk meg az  $y' = x^2 + y^2 - 8$  differenciálegyenlet  $K = 0$  izoklináját!

b) Adjuk meg az  $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$  [differenciálegyenlet](#)  $K = 0$  izoklináját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Adjuk meg az  $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 4$  differenciálegyenlet  $K = 0$  izoklináját és nézzük meg, hogy a  $(4, 0)$  pontjában, van-e a megoldásfüggvénynek szélsőértéke.

b) Adjuk meg az  $y' = x^2 + y^2 - 8$  differenciálegyenlet  $K = 0$  izoklináját és vizsgáljuk meg a  $(2, -2)$  pontjának lokális tulajdonságait.

c) Adott a következő [differenciálegyenlet](#)

$$y' = xy^3 - y^2 + 2$$

Van-e lokális szélsőértéke a megoldásgörbéjének az  $(1, -1)$  pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Fourier sorok

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = |x|, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad f(x) = f(x + \pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq -\frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 4, & \text{ha } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x^2 \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

c)  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5 \left(\frac{3}{4}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} 4 \frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \frac{5}{4^{n+1}} \cdot 3^{n-1} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n + 5^n}{6^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+3}{n+2} \right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + \sqrt{n}}{n^4 - n^3 + \sqrt[3]{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 16n + 15}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} (x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $f(x) = \cos x$  függvény  $a = 0$  pontban felírt Taylor polinomját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk fel az  $f(x) = e^x$  Taylor sorát  $x = 0$ -nál.

b) Írjuk fel az  $f(x) = \ln x$  Taylor sorát  $x = 1$ -nél.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a)  $f(x) = e^{x-3}$

b)  $f(x) = \sin(x+4)$

c)  $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d)  $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e)  $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f)  $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi  $\sqrt{2}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a)  $f(x) = \frac{1}{4+5x^4}$

b)  $f(x) = \frac{x^4}{3+4x^3}$

c)  $f(x) = \frac{4}{x^2+6x+7}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a)  $f(x) = \arctan(4x)$

b)  $f(x) = \ln(x+2)$

c) Adjuk meg az  $f(x) = \ln(2x+5)$   $x_0 = 2$  közepű és  $x_0 = -3$  közepű hatványsorát!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a)  $f(x) = \arctan(x+1)$

b)  $g(x) = \ln(x+4)$

c)  $h(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a)  $f(x) = \frac{1}{x+4}$

b)  $g(x) = \frac{x+6}{x+4}$

c)  $h(x) = \frac{3x^4}{x+4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi függvények hatványsorát!

a)  $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$

b)  $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$

c)  $f(x) = \sqrt{9x^4 - 5x^6}$

d)  $f(x) = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{16-3x^6}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n+1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^{10}} \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n+1}}{n+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{\sqrt{10}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^n}{(2n)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n! n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-100)^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\ln n}{\ln n^2} \right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2 + 4}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2 + 1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-\pi)^n}{\sqrt{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{(n+3)^{n^2}} x^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van egy [hatványsor](#), és derítsük ki, hogy mely  $x$ -ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+3)^n \cdot x)^n}{(n+5)^{n^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sin 1)^{2n}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1} \cdot n^{n+1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sor összegét.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{9 \cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2-1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \frac{\sin^n(2n^2)}{n^3} \quad \sum_{n \in \mathbb{N}} \left( \frac{n+2}{n+3} \right)^n \quad \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{4^n}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az  $x_0 = 1$  helyen.

$$f(x) = \frac{4}{3x+2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az  $x_0 = \frac{1}{4}$  helyen.

$$f(x) = \frac{1}{2-4x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az  $x_0 = 3$  helyen.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Határozzuk meg az alábbi függvény  $x_0 = 0$  körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az  $f^{100}(0)$  deriváltat.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a)  $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b)  $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

a)  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b)  $f(x, y) = e^{x-2} - x + \ln(y^2 + 1)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = xy + 12$ , a feltétel:  $x^2 + y^2 = 8$

b)  $f(x, y) = 12 - x^2 - y^2$ , a feltétel:  $x - y - 4 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4 \rightarrow \text{min.}$ , a feltétel:  $3x - y = 2$

b)  $f(x, y) = x + y + 4 \rightarrow \text{min.}$ , a feltétel:  $x^2 + y^2 = 8$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$ , adjuk meg a szintvonalakat  $c = 0$ ,  $c = 5$ ,  $c = 10$  és  $c = 15$  esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = 5x^2 + 5y^2 \rightarrow \min.$ , a feltétel:  $x - y = 2$

b)  $f(x, y) = 10xy \rightarrow \max.$ , a feltétel:  $x + y = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$  függvény  $(2, 1)$  pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(0, 1, 1)$  pontban az  $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$  függvényhez húzott érintő az  $R(1, 0, 1)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$  iránymenti deriváltját a  $\underline{v} = (3, 4)$  irány szerint az  $(1, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$  implicit függvény deriváltját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az  $A$  típusú eladási ára  $\$x$  a  $B$  típusúé  $\$y$ , akkor az alkalmazott áráktól függően az  $A$  típusból  $f(x, y) = 29 - 3x + y$ , a  $B$  típusból pedig  $g(x, y) = 16 + x - 4y$ , az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az  $A$  típusú termék előállításának költsége  $\$2$ /darab míg a  $B$  típusúé  $\$1$ /darab?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = xy^2 - y^2 - 2 \ln(xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = (x^2 - 6x) \cdot (y^2 - 4y) \quad x, y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk föl az érintősík egyenletét a  $P(2, 5, f(2, 5))$  pontban!

$$f(x, y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk föl az érintősík egyenletét a  $P(1, -1, f(1, -1))$  pontban!

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos a  $z = 3x + 2y - 7$  síkkal és az  $f(x, y) = 2x^3y - y^2 + 3x$  függvényt érinti!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(0, 2, 1)$  pontban, az  $f(x, y) = e^{\alpha x} + y \cdot \ln(xy^2 + 1)$  függvényhez húzott érintő az  $R(1, 3, 1)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(1, 0, f(1, 0))$  pontban, az  $f(x, y) = \alpha \cdot x^2 \cdot e^y + y \cdot \ln(xy^2 + \alpha)$  függvényhez húzott érintő az  $R(0, 1, 2)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $f(x, y) = 2x \ln(x^2 - xy^2 - 4)$  függvény totális deriváltját a  $P(5, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = yx^5 - 2xy^3 + 4x - 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5y + e^{2x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \arctan(y^x)$  gradiensét a  $P_0(1, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \sin(\ln(y^x))$  gradiensét a  $P_0(3, 1)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \cos \ln(x^y)$  gradiensét a  $P_0(7, 1)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$g(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 3x + 4y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} 3x + 4y = 10$$

b) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + x + y^2 + 7$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + x + y^2 + 7 = 13$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x + 5y}{x - 3y} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy}{2x^2 + xy + y^2} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2 + (y-2)^2} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy^2}{x^2 + y^2} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^2 + y^4} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^4 + y^4} = ?$$

d)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^6 + y^6} = ?$$

e)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4} = ?$$

f)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + x^2y^4} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$$

Adjuk meg az x és y szerinti parciális deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2$$

Differenciálható-e az  $R(1, 2)$  pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x \cdot \cos y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \cdot \cos y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - y^2}{x - y} = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 5$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + 3y^2 + 5 = 18$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (3,4)} x^2 + y^2 = 25$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 4x^2 + y^2$$

Differenciálható-e az  $R(1, 2)$  pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 y$$

Differenciálható-e az  $R(2, 3)$  pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az  $R(1, 0)$  pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az  $R(2, 1)$  pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Kettős és hármas integrál

Határozzuk meg az alábbi [kettős integrál](#) értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dx dy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az  $y = 2 - x$  egyenes és a koordinát tengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az  $y = 2 - x$  és  $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$  által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dy dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az  $y = \sqrt{x}$  és  $y = x^2$  által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dy dx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az  $y = \sqrt{x}$  és  $y = x^2$  által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 x e^{xy} dx dy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2 dy dx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3} dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5 - x^2 - y^2 dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D : x^2 + y^2 \leq 9$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  és a  $z = 6 - x^2 - y^2$  felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x + y + z) dx dy dz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1 dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^2 1 \, dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk az origó középpontú  $R = 5$  sugarú gömbön ezt a függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

$$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 3x - 2y^3 + 2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 2)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (y + e^{3x} - 1) \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{(2x + 3y^2 + 1)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (x^2 - 1) \cdot e^{-3y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x + y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 0 \leq x \quad 0 \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 3x^2 \leq y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy$$

$$D: x^2 - 4x + y^2 \leq 21$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  és a  $z = 2 - x^2 - y^2$  felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a  $D$  tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$$f(x, y) = 2x \cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$$f(x, y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az  $f(x, y) = e^y + x$  kettős integrálját azon a tartományon, melyet az  $x$  tengely, az  $x = 4$  egyenes és az  $y = \ln x$  függvények határolnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---