MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MŰSZAKI MATEMATIKA 2 tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 13.

Tartalomjegyzék

Komplex számok **2**
Határozatlan integrálás, primitív függvény **7**
Határozott integrálás **19**
Mátrixok, vektorok, vektorterek **23**
Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei **29**
Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok inverze **32**
Determináns, sajátérték, sajátvektor, leképezések **37**
Gram-Schmidt ortogonalizáció, LU és QR felbontás, pszeudoinverz **44**
Kétváltozós függvények **46**
Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság **51**
Kettős és hármas integrál **56**
Differenciálegyenletek **63**
Izoklinák **69**
Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok **70**
Fourier sorok **80**
Laplace transzformáció **82**
Paraméteres görbék **85**
Vektormezők, görbementi és felületi integrálok **89**
Divergencia és rotáció **91**
Valszám alapok, Kombinatorika **93**
Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel **96**
Geometriai valószínűség, Binomiális tétel **100**
Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény **101**
Várható érték és szórás **103**
Markov és Csebisev egyenlőtlenségek **105**
Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások **107**

Becslések.. **115**

Hipotézisvizsgálat... **119**

Regressziószámítás... **127**

Komplex számok

Van itt két komplex szám: $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = 1 + 2i$.

$\cdot z_1 + z_2 = ? \qquad z_1 \cdot z_2 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két komplex szám: $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - 2i$.

$\cdot z_1 + z_2 = ? \qquad z_1 - z_2 = ? \qquad z_1 \cdot z_2 = ? \qquad \frac{z_1}{z_2} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Alakítsuk szorzattá az alábbi polinomokat.

a) $x^2 - 9$

b) $x^2 + 4$

c) $x^4 - 81$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi másodokú egyenletet.

$x^2 + 6x + 13 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hol helyezkednek el a komplex számsíkon azok a komplex számok, amelyekre

a) $|z - 4i| \leq |z + 2|$

b) $|z - 3 + i| > 2$

c) $|z + 6 + 3i| > |2z|$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $(1 + i)^6 = ?$

b) $\left(1 - \sqrt{3}i\right)^3 (-1 + i)^2 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a $z = 1 + \sqrt{3i}$ komplex szám ötödik gyökét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a 8-adik egységgyököket

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$z = 1 + i \qquad z^4 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vonjunk a $z = 1 - \sqrt{3}i$ komplex számból harmadik gyököt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi lesz az n-edik egységgyökök szorzata és összege?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\sqrt[5]{\frac{-2+6i}{1+2i}}$

b) $(1+i)^4 \left(\sqrt{3}+i\right)^5$

c) $\frac{i}{1+\sqrt{3}i}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $(6-i)^2 z + 9 + 2i^3 = \frac{-34i}{5-3i}$

b) $4z^2 + 4z + 17 = 0$

c) $z^2 + 6i = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\left(\frac{-9+13i}{4-3i}\right)^{10}$

b) $\sqrt[4]{\frac{16}{2-2i} \cdot (-1-i)^3}$

c) $2i \cdot (\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ) \cdot \left(\sqrt{5} - i\sqrt{15}\right)^{10}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $\left(z^4 - i\right) \cdot \left(z^2 + 7\right) = 0$

b) $\left(2 + \sqrt{3}i\right) \cdot z^5 + 2 - \sqrt{3}i = -3$

c) $2z^6 + 4\sqrt{2}z^3 + 8 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg exponenciális alakba: $-\sqrt{3} + i$

b) Határozzuk meg az alábbi komplex szám valós és képzetes részének összegét.

$(1+i)^{12} + \frac{\sqrt{3}+i}{(1-i)(\sqrt{3}-i)}$

c) Adjuk meg a $\left(\sqrt{2}\frac{i}{1+i}\right)^{999}$ komplex számot kanonikus alakban!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy a komplex számsíkon elhelyezkedő szabályos háromszög középpontja az origó, egyik csúcsa $z_1 = 1 + i$. Adjuk meg a további csúcsait!

b) Írjuk fel a komplex síkon annak a szabályos háromszögnek a csúcsait algebrai alakban, amelynek középpontja az origó, és egyik csúcsa a $z_1 = 1 + 2i$ pont!

c) Adjuk meg az összes olyan komplex számot, amelynek az egyik hetedik gyöke megegyezik az egyik harmadik gyökével!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $iz^3 = \frac{1}{2} \cdot (1-i)^8$

b) $(1 + i^{1001} + i \cdot z + z)(z^2 + 2z + 10) = 0$

c) $z^6 - \frac{3-i}{2+i}z^2 = 0$

d) $z^6 + 7z^3 - 8 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $z - |z| = 1 + i$

b) $|z| + z = 2 + i$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a $z_1 \cdot z_2 \cdot z^3 - (z_1 + z_2) = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán, ahol $z_1 = -4 - 4i$ és $z_2 = 8(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = 4\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$, és $z_3 = 1 + i$ komplex számok. Végezzük el a következő műveletet.

$$\sqrt{\frac{z_2}{z_3}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = 4\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$, és $z_3 = 1 + i$ komplex számok. Végezzük el a következő műveletet.

$$3z_1 - \overline{z_2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $iz^3 = \frac{1}{2} \cdot (1 - i)^8$

b) $(1 + i^{1001} + i \cdot z + z)(z^2 + 2z + 10) = 0$

c) $z^6 - \frac{3-i}{2+i} z^2 = 0$

d) $z^6 + 7z^3 - 8 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $z - |z| = 1 + i$

b) $|z| + z = 2 + i$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a $z_1 \cdot z_2 \cdot z^3 - (z_1 + z_2) = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán, ahol $z_1 = -4 - 4i$ és $z_2 = 8(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = 4\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$, és $z_3 = 1 + i$ komplex számok. Végezzük el a következő műveletet.

$$\sqrt{\frac{z_2}{z_3}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = 4\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$, és $z_3 = 1 + i$ komplex számok. Végezzük el a következő műveletet.

$$3z_1 - \overline{z_2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

b) $f(x) = x^2 \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2\,dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5}\,dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5}\,dx = ?$

e) $\int (3x+7)^{10}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x-10)^6\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4}\,dx = ?$

d) $\int e^{4x-6}\,dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos\frac{x}{4}\,dx=?$

b) $\sin\frac{2x-3}{5}\,dx=?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)}\,dx=?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)}\,dx=?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2}\,dx=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42\cdot x^3\,dx=?$

b) $\int \frac{x^4}{100}\,dx=?$

c) $\int x^5+\frac{1}{x}\,dx=?$

d) $\int \left(x^2+\sqrt{x}\right)\cdot x\,dx=?$

e) $\int \left(x^5+x^4\right)\cdot\left(x+\frac{1}{x^6}\right)\,dx=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(x^4+x\right)^6\cdot\left(4x^3+1\right)\,dx=?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2+3x}\right)^8\cdot(2x+3)\,dx=?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x}\cdot\frac{1}{x}\,dx=?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x}\cdot\cos x\,dx=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(e^{4x}+x^4\right)^{100} \cdot \left(4e^{4x}+4x^3\right)\; dx = ?$

b) $\int \left(x^2+3\right) \cdot 12x\; dx = ?$

c) $\int \left(4x^2+5\right)^{6} \cdot x\; dx = ?$

d) $\int \left(2x^2+7\right)^{5} \cdot 3x\; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{\left(x^4+2x^2\right)^{7}} \cdot \left(x^3+x\right)\; dx = ?$

b) $\int \left(x^4+x^3\right)^{8} \cdot \left(16x^3+12x^2\right)\; dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4+6}{\left(x^5+6x\right)^{8}}\; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^{8}}\; dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3+5}{\sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^{8}}}\; dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}+x}{\left(\sqrt[5]{x^2+e^{2x}}\right)^{4}}\; dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3+9}{\sqrt[3]{\left(x^4+12x\right)^{7}}}\; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7}\,dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5}\,dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}}\,dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x\,dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x\,dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x\,dx = ?$

d) $\int \ln x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5}\,dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}}\,dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2}\, dx = ?$

b) $\int \left(4x^2 - 5x\right) \cdot \cosh\left(2x+1\right)\, dx = ?$

c) $\int \arctan x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x\, dx = ?$

b) $\int \cos\left(x^2+1\right) \cdot 2x\, dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x\, dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot \left(x^3+3\right)\, dx = ?$

b) $\int \frac{5^{7\tan x}}{\cos^2 x}\, dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}\, dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x}\, dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100}+4x^5+6x+1}{x}\,dx = ?$

b) $\int \frac{x\cdot\sqrt[3]{x}+4\cdot\sqrt[6]{x^5}+\sqrt{x^3}+1}{\sqrt{x^5}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x}+x^4}{e^{-x}\cdot x^4}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2}\,dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3}\,dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}}\,dx = ?$

d) $\int \tan^2 x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5}\,dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2)\arctan x}\,dx = ?$

d) $\int \tan x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}}\,dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}\cdot e^{\sqrt{x}}+\sqrt{x}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4}\,dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4}\,dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}\ dx} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}\ dx} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x}\cdot(x+1)}\, dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1}\, dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x}\cdot(x+1)}\, dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1}\, dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}\, dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}\, dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4\cdot\sqrt{x^6-1}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}\, dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}\, dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4\cdot\sqrt{x^6-1}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x}\ dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3}\ dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2}\ dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}}\ dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4}\ dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15}\ dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x}\, dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x\, dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x\, dx = ?$

c) $\int \sin^4 x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \cos x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^4 \cdot \ln x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int (3x+2) \cdot e^{3x^2+4x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \left(3x^2+1\right) \cdot \cos\left(x^3+x\right)\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x^2+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int xe^{1+x^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{7-6x}{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x\cdot(x^2+1)}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^3 \left(2x^4+4\right)^3 dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{5x^3}{x^4+2}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x\cdot(x^2+1)}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2\,dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0,6]$ intervallumon.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha x irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$-nál húzható érintője által határolt területet.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\int_1^{\infty} \frac{5}{x^4}\,dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^{1} e^{2x-2}\,dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x^3}{(x^4+1)^4}\,dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x}\,dx$

b) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^2}\, dx$

b) $\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20)\, dx = 0$ teljesüljön!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függény grafikonja az x tengellyel bezár.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x - 12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F. Számítsuk ki ezt az integrált:

$I = \int_0^a f(x)\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2}\, dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}}\, dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x}\, dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x\, dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 6x - x^2 \qquad g(x) = x^2 - 2x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_0^2 \frac{1}{2-x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_2^\infty \frac{4}{x^3}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^2 \frac{x-1}{\ln x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mátrixok, vektorok, vektorterek

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$E = < 2\ 5\ 7 >$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C^*$

d) $\underline{b^*} \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d^*}$

f) A^2

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(7,8,9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk föl a $P(3,5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3,5,7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorteret alkotnak-e?

a) Komplex számok

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetlenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetlenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\underline{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen R^3-ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen R^3-ban
1		
2		
3		
4		
5		

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in R^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}, \underline{c}-\underline{a}$ is lineárisan független.

d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ is lineárisan független.

e) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.

f) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^3-nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \middle| \, \begin{matrix} a, b, c, d \in R \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{matrix} \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ R^n-beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V-ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi bázist alakítsuk át ortogonális bázissá a Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével.

$$\underline{b_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

Milyen hosszú az $\underline{a} = (2,4)$ vektor?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg x értékét úgy, hogy az $\underline{a} = (x,3)$ és $\underline{b} = (5,2)$ vektorok egymásra merőlegesek legyenek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $\underline{a} = (3,2)$ vektor +90°-os és -90°-os elforgatottját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(7,8,9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk föl a $P(3,5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3,5,7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$e_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-4}{3}$

$e_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{3}$

b) Adjuk meg a $7x - 4y + 2z = 7$ és a $16 - 7y + z = 21$ egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $2x + y - 3z = 2$ egyenletű S_1 és az $x + 7y + 3z = 21$ egyenletű S_2 síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5;1;3)$ pont az S_1 és az S_2 metszésvonalán,

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Átmegy-e az origón az S sík, amely tartalmazza a $P(2;-1;4)$ pontot és az $\frac{x-1}{4} = \frac{1-y}{5} = \frac{z-3}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tartalmazza-e az $R(1;3;4)$ pontot az a sík, amelyet a $P(1;7;-1)$ és a $Q(11;9;-5)$ pontokat összekötő egyenes a P-ben merőlegesen döf?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen döfi az $x + 2y + 3z = 6$ egyenletű síkot az $(1;1;1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmegy az $(5;2;-1)$ ponton és a $(13;4;-5)$ ponton. Döntsük el, hogy e-nek és f-nek van-e közös pontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van-e az $A(-1;-2;1)$, $B(3;1;3)$, és $C(7;6;3)$ pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az y-tengelyre esik? Ha igen, melyik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenes egyenletrendszere $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, az f egyenes egyenletrendszere pedig $\frac{x}{-2} = \frac{3-y}{6} = \frac{2-z}{10}$. Döntsük el, hogy e és f párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az $x-4=\frac{y+5}{4}=\frac{2-z}{3}$ egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P-t a $Q(7;12;4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e-re.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2;3;3)$, $B(3;4;1)$, $C(4;6;2)$, és $D(p;2;5)$ pontok?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Párhuzamos-e az $\frac{5x+3}{10}=\frac{4-y}{5}=\frac{5-2z}{2}$ egyenletrendszerű egyenes a $6x+y+7z=91$, illetve az $5x+2y=79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12;1;7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x-3=\frac{y-2}{3}=\frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik átmegy az AC szakasz felezőpontján, és merőleges az ABC síkra, hogyha adott $A(1,0,7), B(2,-4,4)$ és $C(3,-2,-1)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az $A(1,-2,3)$ és $B(4,1,0)$ pontok által adott szakasz felezőpontján átmenő és az $\underline{a}=(-1,2,4)$ vektorral párhuzamos egyenes egyenletét. Adjuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\underline{a}$ vektor szögét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok inverze

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$
$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$
$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$
$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$
$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$
$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$
$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$
$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Determináns, sajátérték, sajátvektor, leképezések

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Sajátvektora-e az A mátrixnak az $\underline{u}$ és a $\underline{v}$ vektor?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\5&4\end{pmatrix}\qquad \underline{u}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}\quad \underline{v}=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}\quad \underline{w}=\begin{pmatrix}4\\10\end{pmatrix}$$

És a feladatunk az, hogy derítsük ki, ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektora az A mátrixnak. A sajátvektorhoz pedig számoljuk majd ki a sajátértékeket is.

b) Számoljuk ki az A mátrix sajátértékeit.

$$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&4&3\\1&3&4\end{pmatrix}$$

c)

Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&4&3\\1&3&4\end{pmatrix}\qquad \underline{u}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\quad \underline{v}=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\quad \underline{w}=\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$$

Nézzük meg, hogy ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektor, és a sajátvektorokhoz számoljuk ki a hozzájuk tartozó sajátértékeket is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\8&1\end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&2&1\\1&1&2\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A bázis transzformáció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki, hogy mennyi A^{10}.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a mátrixok, döntsük el, hogy milyen definitek.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrixhoz és $\underline{x}$ vektorhoz tartozó kvadratikus alakokat.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

c) Adott a $Q(\underline{x})$ kvadratikus alak, határozzuk meg ebből az A mátrixot.

$$Q(\underline{x}) = 5x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_1x_2 + 7x_1x_3 - 6x_2x_3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el az alábbi kvadratikus alakok definitségét.

a) $Q(\underline{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3$

b) $Q(\underline{x}) = -5x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az x tengelyre való tükrözés mátrixát R^2-ben.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tükrözzük az x tengelyre a $\underline{v}$ vektort, ha

a) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

a) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 \\ b \end{pmatrix} \qquad a,b \in R$

b) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ 0 \end{pmatrix} \qquad a,b \in R$

c) $R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ a \cdot b \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját:

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát, adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-c \\ c-a \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a R^2-ben az x tengelyre tükrözés, az origó középpontú α-szögű forgatás, és az origóra tükrözés mátrixait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sík transzformációi közül melyek dimenzió tartó transzformációk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi mátrixok közül melyek hasonlóak.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Gram-Schmidt ortogonalizáció, LU és QR felbontás, pszeudoinverz

a) Itt egy ortogonális bázis:

$$\underline{b}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \underline{b}_3 = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Meg itt van ez a vektor:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki a $\underline{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3$ bázis szerinti Fourier-együtthatókat.

b) Az ortonormált bázis:

$$\underline{b}_1 = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \quad \underline{b}_2 = \begin{pmatrix} -1/3 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{pmatrix} \quad \underline{b}_3 = \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}$$

Itt ez a vektor:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki a Fourier-együtthatókat.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi bázist alakítsuk át ortogonális bázissá a Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével.

$$\underline{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az optimális megoldásait ennek az egyenletrendszernek:

$$2x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$-2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az optimális megoldásait ennek az egyenletrendszernek:

$-2x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$

$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 5$

$-x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 1$

b) Keressük meg azt a megoldást, amire teljesül, hogy $|\underline{x}|$ minimális.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x,y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x,y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x,y) = e^{x-2} - x + \ln\left(y^2 + 1\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y) = xy + 12$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

b) $f(x,y) = 12 - x^2 - y^2$, a feltétel: $x - y - 4 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4 \to \text{min.}$, a feltétel: $3x - y = 2$

b) $f(x,y) = x + y + 4 \to \text{min.}$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x,y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$, adjuk meg a szintvonalakat $c = 0$, $c = 5$, $c = 10$ és $c = 15$ esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y)=5x^2+5y^2 \to \min.$, a feltétel: $x-y=2$

b) $f(x,y)=10xy \to \max.$, a feltétel: $x+y=2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $f(x,y)=x^3-x^2y^4+4y^3$ függvény $(2,1)$ pontbeli értintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0,1,1)$ pontban az $f(x,y)=\ln\left(\alpha\cdot x+y^2\right)+ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1,0,1)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=x^4-x^2y^3+\ln x$ iránymenti deriváltját a $\underline{v}=(3,4)$ irány szerint az $(1,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $e^x+y^2=x^3+\ln y$ implicit függvény deriváltját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az A típusú eladási ára $x a B típusúé $y, akkor az alkalmazott áraktól függően az A típusból $f(x,y)=29-3x+y$, a B típusból pedig $g(x,y)=16+x-4y$, az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az A típusú termék előállítási költése $2/darab míg a B típusúé $1/darab?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y)=-x^3+30xy-30y^2+10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y)=2x^2y+2xy-3y^2+10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y)=x^3+2xy-4x^2-y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = xy^2 - y^2 - 2\ln(xy)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = -8x + y + \frac{1}{x^2 y}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = \left(x^2 - 6x\right) \cdot \left(y^2 - 4y\right) \qquad x, y > 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(2,5,f(2,5))$ pontban!

$$f(x,y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(1,-1,f(1,-1))$ pontban!

$$f(x,y)=6xy-3x^2y-y^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos a $z=3x+2y-7$ síkkal és az $f(x)=2x^3y-y^2+3x$ függvényt érinti!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0,2,1)$ pontban, az $f(x,y)=e^{\alpha\cdot x}+y\cdot\ln\left(xy^2+1\right)$ függvényhez húzott érintő az $R(1,3,1)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(1,0,f(1,0))$ pontban, az $f(x,y)=\alpha\cdot x^2\cdot e^y+y\cdot\ln\left(xy^2+\alpha\right)$ függvényhez húzott érintő az $R(0,1,2)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x,y)=2x\ln\left(x^2-xy^2-4\right)$ függvény totális deriváltját a $P(5,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=yx^5-2xy^3+4x-5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=x^3-3xy^2-5y+e^{2x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\arctan\left(y^x\right)$ gradiensét a $P_0(1,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\sin\left(\ln\left(y^x\right)\right)$ gradiensét a $P_0(3,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\cos\ln\left(x^y\right)$ gradiensét a $P_0(7,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$g(x,y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) Itt van ez a függvény

$f(x,y)=3x+4y$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(2,1)} 3x+4y=10$$

b) Itt van ez a függvény

$f(x,y)=x^2+x+y^2+7$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^2+x+y^2+7=13$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x+5y}{x-3y}=?$$

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4xy}{2x^2+xy+y^2}=?$$

c)

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2+(y-2)^2}=?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4xy^2}{x^2+y^2} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{12xy}{x^2+y^4} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{12xy}{x^4+y^4} = ?$$

d)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^6+y^6} = ?$$

e)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{x^4+y^4} = ?$$

f)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^2+x^2y^4} = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

Adjuk meg az x és y szerinti parciális deriváltjait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 + 3y^2$

Differenciálható-e az $R(1,2)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x \cdot \cos y$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} x \cdot \cos y = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x-y}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2-y^2}{x-y} = 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 + 3y^2 + 5$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^2 + 3y^2 + 5 = 18$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = \frac{x^2 y}{x^2+y^2}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y)=\frac{x^4+y^4}{x^2+y^2}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2}=0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y)=x^2+y^2$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(3,4)} x^2+y^2=25$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y)=4x^2+y^2$

Differenciálható-e az $R(1,2)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y)=x^2y$

Differenciálható-e az $R(2,3)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y)=xy^2$

Differenciálható-e az $R(1,0)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = xy^2$

Differenciálható-e az $R(2,1)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kettős és hármas integrál

Határozzuk meg az alábbi kettős integrál értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dx dy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dy dx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dy dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dy dx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dx dy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 xe^{xy}\, dxdy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2\, dydx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5-x^2-y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a $D: x^2+y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2} + 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2+y^2}$ és a $z = 6-x^2-y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x+y+z)\, dxdydz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1\, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^{2} 1 \, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk az origó középpontú $R = 5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$f(x, y, z) = z\left(x^2 + y^2\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$

$D : \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x, y, z) = z\left(x^2 + y^2\right)$

$D : \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} 3x - 2y^3 + 2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 2)^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(y+e^{3x}-1\right)\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{\left(2x+3y^2+1\right)^2}\, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(x^2-1\right)\cdot e^{-3y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x+y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx dy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dx dy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad 0 \leq x \quad 0 \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy \cdot \sqrt{x^2+y^2}$

$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad 3x^2 \leq y^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy$

$D: x^2 - 4x + y^2 \leq 21$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2+y^2}$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}} \, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: \sqrt{x^2+y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z \cdot \sqrt{x^2+y^2}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} \; dxdy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$f(x,y) = 2x\cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$f(x,y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \left\{ (x,y) \in R^2 \;\mid\; 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx \right\}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az $f(x,y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az x tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' = 2xy - x^2y'$

b) $y' + y^2 = e^x\left(1 + y^2\right) - 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(x^2 + y^2\right) dx = xydy$

b) $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c) $\left(x^4 + 5y^4\right) dx = 4xy^3dy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(4x^3y^3 + e^x\right) dx + \left(3x^4y^2 + 3y^2\right) dy = 0$

b) $\left(2xe^y + 4x^3\right) dx + \left(x^2e^y - \sin y\right) dy = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(3xy + 2)dx + x^2dy = 0$

b) $\left(y^3 - x\right) dx + 3y^2dy = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(y+\cos^3 x\right) dx+\sin x \cos x dy=0$

b) $\left(y \frac{1}{\cos^2 x}+\cos x\right) dx+\frac{\sin x}{\cos x} dy=0$

c) $4xydx+\left(x^2+1\right) dy=0$

d) $4xy^{\frac{1}{2}} dx+\left(x^2+1\right) y^{-\frac{1}{2}} dy=0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'+y \tan x=e^x \cos x$

b) $xy'+y=x^3$

c) $y'+4x^3 y=x^3 e^{x^4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$\cos^8 x \cdot y'+\frac{\cos^9 x}{\sin x} y=1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'+4y=\cos x$

b) $y'+2y=4x^2+12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'-2y=\cos 4x+e^{3x}$

b) $y'-4x=x+e^{3x}+e^{4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b) $y'' - 12y' + 36y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b) $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'(e^x + 1) = e^x y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - 5y' + 6y = 2\sin(2x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y''(x^2 + 1) = 2xy'$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 6y' + 9y = 2\cosh(3x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az $y' = z$ helyettesítéssel.

$$y''(e^x + 1) = e^x y'$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + \frac{2}{x} y = 3x^2 \quad y(1) = 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y' - 6y = 4\cosh(3x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y+1)^6 \ln 3x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x \left(x^2 + x^3\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4\cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' \left(x^2 + 1\right) = 2xy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Izoklinák

a) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

b) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 4$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és nézzük meg, hogy a $(4, 0)$ pontjában, van-e a megoldásfüggvénynek szélsőértéke.

b) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és vizsgáljuk meg a $(2, -2)$ pontjának lokális tulajdonságait.

c) Adott a következő differenciálegyenlet

$$y' = xy^3 - y^2 + 2$$

Van-e lokális szélsőértéke a megoldásgörbéjének az $(1, -1)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5\left(\frac{3}{4}\right)^n \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} 4\frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \frac{5}{4^{n+1}} \cdot 3^{n-1} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n + 5^n}{6^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+\sqrt{n}}{n^4-n^3+\sqrt[3]{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+16n+15}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x) = \cos x$ függvény $a = 0$ pontban felírt Taylor polinomját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk fel az $f(x) = e^x$ Taylor sorát $x = 0$-nál.

b) Írjuk fel az $f(x) = \ln x$ Taylor sorát $x = 1$-nél.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a) $f(x) = e^{x-3}$

b) $f(x) = \sin(x+4)$

c) $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d) $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e) $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f) $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi $\sqrt{2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \frac{1}{4+5x^4}$

b) $f(x) = \frac{x^4}{3+4x^3}$

c) $f(x) = \frac{4}{x^2+6x+7}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \arctan(4x)$

b) $f(x) = \ln(x+2)$

c) Adjuk meg az $f(x) = \ln(2x+5)$ $x_0 = 2$ középű és $x_0 = -3$ középű hatványsorát!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \arctan(x+1)$

b) $g(x) = \ln(x+4)$

c) $h(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \frac{1}{x+4}$

b) $g(x) = \frac{x+6}{x+4}$

c) $h(x) = \frac{3x^4}{x+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi függvények hatványsorát!

a) $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$

b) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{9x^4 - 5x^6}$

d) $f(x) = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{16-3x^6}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n}+1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^10} \qquad \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sqrt[n]{10}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^n}{(2n)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n! n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-100)^n}{n!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\ln n}{\ln n^2} \right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n x^n}{n+2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+4}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2+1)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-\pi)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{(n+3)^{n^2}} x^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left((n+3)^n \cdot x\right)^n}{(n+5)^{n^2}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sin 1)^{2n}}$ $\quad$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1} \cdot n^{n+1}}$ $\quad$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{9 \cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens-e a következő végtelen sor.

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \frac{\sin^n (2n^2)}{n^3}$ $\quad$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^n$ $\quad$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{4^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = 1$ helyen.

$f(x) = \frac{4}{3x+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = \frac{1}{4}$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{2-4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az $x_0 = 3$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az $f^{100}(0)$ deriváltat.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fourier sorok

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } -\pi<x\le 0\\ 4, & \text{ha } 0<x\le\pi\end{cases} \qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=x,\ \text{ha } -\pi<x\le\pi \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=|x|,\ \text{ha } -\pi<x\le\pi \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2}<x\le 0\\ 4, & \text{ha } 0<x\le\frac{\pi}{2}\end{cases} \qquad f(x)=f(x+\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } 0<x\le\pi\\ 4, & \text{ha } \pi<x\le 2\pi\end{cases} \qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } -\pi<x\le -\frac{\pi}{2}\\ 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2}<x\le\frac{\pi}{2}\\ 4, & \text{ha } \frac{\pi}{2}<x\le\pi\end{cases} \qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}x, & \text{ha } 0<x\le\pi\\ 4, & \text{ha } \pi<x\le 2\pi\end{cases} \qquad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$f(x) = x^2 \quad f(x) = f(x + 2\pi)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a) $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b) $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d) $g(x) = 2x\cos x\,(\sin x + 5)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehettek az eredeti függvények?

a) $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b) $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c) $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d) $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y' + y = 12\cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$

$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$

$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' - 7y' + 12y = 2\sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$

$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = -8y \quad x(0) = 1$

$y' = 2x \quad y(0) = -2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$

$y' = -x + y \quad y(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = -8y \quad x(0) = 1$

$y' = 2x \quad y(0) = -2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű Laplace transzformáció segítségével.

$y'' + y' - 2y = 30\cos x \qquad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y' - y = 5\sin 2x \qquad y(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \qquad y(0) = 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Paraméteres görbék

Adjuk meg az Arkhimédészi spirál paraméteres görbe képletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a ciklois paraméteres görbe képletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=\cos^3 t \quad y=\sin^3 t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a paraméteres görbék. Ábrázoljuk őket koordinátarendszerben és találjuk ki, hogy így melyik függvény grafikonját kaptuk.

a)

$$x(t)=t+3 \qquad t\in[0,+\infty)$$

$$y(t)=\sqrt{t}$$

b)

$$x(t)=e^t+1 \qquad t\in[0,+\infty)$$

$$y(t)=e^{2t}-2$$

c)

$$x(t)=3+\cos t \qquad t\in[0,2\pi)$$

$$y(t)=2+\sin t$$

d)

$$x(t)=3\cos t \qquad t\in[0,2\pi)$$

$$y(t)=2\sin t$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék görbületét.

a)

$$x(t) = 6 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 2 \cdot \sin t$$

b)

$$x(t) = 4 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 3 \cdot \sin t$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $y = x^2$ parabola simulókörét az origóban.

b) Adjuk meg a koszinusz függvény simulókörét az origóban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi görbe kísérő triéderét.

$$r(t) = (2\cos t, 2\sin t, t)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi görbe görbületét és torzióját.

$$r(t) = (2\cos t, 2\sin t, t)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi görbe síkgörbe, adjuk meg a görbe síkjának normálvektorát és számoljuk ki a görbületet.

$$r(t) = (\sin t, \cos t, \sin t)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t)=t-2 \qquad t\in[0,+\infty)$$
$$y(t)=\sqrt{t}+1$$

b)

$$x(t)=t-1 \qquad t\in[0,+\infty)$$
$$y(t)=t^2-2$$

c)

$$x(t)=t+1 \qquad t\in[0,+\infty)$$
$$y(t)=t^3-1$$

d)

$$x(t)=1+\cos t \qquad t\in[0,2\pi)$$
$$y(t)=1+\sin t$$

e)

$$x(t)=3+\cos t \qquad t\in[0,2\pi)$$
$$y(t)=2+\sin t$$

f)

$$x(t)=-2+\cos t \qquad t\in[0,\pi)$$
$$y(t)=1+\sin t$$

g)

$$x(t)=3+2\cos t \qquad t\in[0,2\pi)$$
$$y(t)=1+2\sin t$$

h)

$$x(t)=2+3\cos t \qquad t\in[0,\pi)$$
$$y(t)=1+2\sin t$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi ellipszisek paraméteres egyenleteit, majd ábrázoljuk is őket.

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

b) $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$x(t)=\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=\sinh t$

b)

$x(t)=3\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=2\sinh t$

c)

$x(t)=-2\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=2\sinh t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=R(t-\sin t) \quad y=R(1-\cos t)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=\cos^3 t \quad y=\sin^3 t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,3]$ intervallumon.

$x=t^3 \quad y=6t^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektormezők, görbementi és felületi integrálok

Számoljuk ki a görbe menti integrált erre a görbére:

$$r(t) = (1 + 3\cos t, 3\sin t) \qquad \frac{\pi}{3} \le t \le \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 + 5x, y^4 + 3xy\right)$$

És számítsuk ki az integrálját ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t) \qquad 0 \le t \le \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mekkora lesz a fluxus a vikingeknél, ha a szél a vektormező minden pontjában egyenletesen fúj, és a vitorla sarkai: $A(10,-4,1), B(10,4,1), C(10,4,9), D(10,-4,9)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 + y^2, x + y^3\right)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = \left(3t, t^2\right) \qquad 0 \le t \le 2$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2 + xy^2, x^2 + y^2, x + y\right)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, t) \qquad 0 \le t \le 6\pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 - z, x^2 + y, x + 2z\right)$$

És integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \qquad -2 \leq x \leq 2 \quad -1 \leq y \leq 1$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 - z, x^2 + y, x + 2z\right)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = \left(3t, t^3 + t, t^2 - t\right) \qquad 0 \leq t \leq 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2 + yz\right)\underline{i} + \left(2x^2 - y^2\right)\underline{j} + \left(-x^2 + z^2\right)\underline{k}$$

és integráljuk az AB szakasz mentén, ha $A = (1,1,0), B = (5,7,-4)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^3 - xz, x^2 + y^3, z + y^2\right)$$

és integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \qquad -1 \leq x \leq 1 \quad -2 \leq y \leq 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Divergencia és rotáció

Itt egy $R^2 \to R^2$ vektormező:

$$v(x,y) = \left(x^2 + y^2, 2xy\right)$$

Számoljuk ki a divergenciát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy $R^2 \to R^2$ vektormező:

$$v(x,y) = \left(y^2, x^2\right)$$

Számoljuk ki a rotációt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt egy $R^3 \to R^3$ vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^4 + ye^z, y^2 + z^2, x^2e^{yz}\right)$$

Számoljuk ki a divergenciát és a rotációt.

b) Forrásmentes-e és örvénymentes-e a következő vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2 + 2yz, y^2 + 2xz, z^2 + 2xy\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy $v(x,y,z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x,y,z)$ függvény.

$$F(x,y,z) = x^5 + e^x y^3 + y^4 + z^4$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját és rotációját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(4x^3 - 4yz, e^y + 1 - 4xz, -4xy + 3z^2\right)$$

Mi a potenciálfüggvénye?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy $v(x,y,z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x,y,z)$ függvény.

$$F(x,y,z) = x^4 + y^2z^2 + xy^3$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját, rotációját és integráljuk az $r(t) = \left(3t, t^2, t\right)$ görbén $t=0$ és $t=2$ között.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(x^2+z^2, x+y^3, z+x^4\right)$$

Integráljuk a vektormezőt egy 2 élű kockának a felületén.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(xz^2, x+y, yz\right)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt egy vektormező:

$$v(x,y,z) = \left(xz^2, x+y, yz\right)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Valszám alapok, Kombinatorika

Legyen az A esemény, hogy páros számot dobunk, a B esemény pedig, hogy 2-nél nagyobb számot dobunk dobókockával.

Adjuk meg az alábbi események valószínűségeit.

$$A,\ B,\ A \cup B,\ A \cap B,\ A \setminus B,\ \overline{A}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Legyen az A esemény, hogy egy dobókockával párosat dobunk, a B esemény pedig az, hogy 2-nél nagyobbat. Függetlenek-e ezek az események? Kizáróak-e?

b) Egy biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása, 60%-ának lakásbiztosítása és 90%-uknak a kettő közül legalább az egyik. Legyen az A esemény, hogy egy ügyfélnek van autóbiztosítása, a B esemény pedig, hogy van lakásbiztosítása. Független-e a két esemény?

c) Egy másik biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása és az ügyfelek 20%-a rendelkezik lakásbiztosítással úgy, hogy autóbiztosítása nincsen. Hány százalékuknak van lakásbiztosítása, ha az autó és lakásbiztosítás egymástól független?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy városban 1000 emberből átlag 350-en dohányoznak, 120-an rendelkeznek valamilyen keringési problémával és 400-an vannak, akik a kettő közül legalább az egyik csoportba tartoznak. Ha egy lakosnak keringési problémái vannak, mekkora a valószínűsége, hogy dohányzik?

b) A reggeli és esti hírműsorok közül legalább az egyiket egy felmérés szerint a TV nézők 90%-a megnézi. Aki az esti hírműsort nézi 20% eséllyel már reggel is nézett hírműsort. A reggeli hírműsorokat az összes TV néző 30%-a nézi. Mi a valószínűsége, hogy ha valaki reggel néz hírműsort akkor este is?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy az első és a harmadik lap ász lesz?

b) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy csak az első és a harmadik lap ász?

c) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy a lapok közt két ász lesz?

d) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mekkora a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos egyszerre van a pályán?

e) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mia valószínűsége, hogy a két legjobb játékos közül csak az egyik van a pályán?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Lili együtt megy moziba, és öt egymás melletti helyre vesznek jegyet.
a) Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?
b) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen középen szeretne ülni?
c) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen a szélén szeretne ülni?
d) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Mira és Lili mindenképpen egymás mellé szeretne ülni?
e) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Hanna és Luca biztosan nem akar egymás mellé ülni?

Hányféleképpen rakhatunk egymás mellé egy polcra hat könyvet, ha a piros és a kék könyvet nem szeretnénk egymás mellé rakni. Ezek a könyvek: Rózsaszín, sárga, piros, lila, kék, zöld

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hat darab számkártyánk van: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

Hat darab számkártyánk van: 7, 7, 8, 8, 8, 8. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

12 darab virágot szeretnénk sorban egymás mellé ültetni. Van köztük 5 piros, 4 sárga és 3 lila. Hányféle lehetőség van?

Ezeknek a számkártyáknak a segítségével nyolcjegyű számokat készítünk: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7
a) Összesen hány nyolcjegyű szám készíthető?
b) Hányféle páros nyolcjegyű szám készíthető?

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
a) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
b) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet többször is használhatunk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy telefon biztonsági kódja 6 számjegyből áll és minden számjegy 0-9 bármi lehet. Mi a valószínűsége, hogy ha nem ismerjük a kódot, akkor elsőre kitaláljuk? A kódok hány százalékában szerepel az 1,2,3,4,5,6 számjegyek közül mindegyik?

b) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két dobókockával egyszerre dobunk. Mi a valószínűsége, hogy

a) mindkét dobás páros?

b) legfeljebb az egyik dobás páros?

c) a dobott pontok szorzata páros?

d) a dobott pontok összege páros?

e) a dobott pontok összege legalább 10?

f) a dobott pontok szorzata 6?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt dobás 1-es?

b) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel nem lesz egyik dobás sem 1-es?

c) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy dobás 1-es?

d) Egy városban 0,2 a valószínűsége annak, hogy egyik nap esik az eső. Mekkora a valószínűsége, hogy egy héten minden nap esik?

e) Egy vizsga 100 vizsgázóból átlag 26-nak nem sikerül. Egyik nap 12-en vizsgáznak. Mi a valószínűsége, hogy legalább egy vizsgázónak nem sikerül a vizsga?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Útközben szeretnének beszélgetni, ezért két egymás melletti négyes blokkba szeretnének ülni, ahol asztal is van.

a) Hányféleképpen tudnak leülni egy kocsin belül?

b) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymással szemben és ablak mellé üljenek?

c) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymás mellett, és Anna ablak mellett üljön?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van öt különböző színű dobókockánk, egy sárga, egy piros, egy kék, egy zöld és egy rózsaszín. Sorban egymás után mindegyik dobókockával egyet dobunk.

a) Hányféle sorrendben tudunk dobni a kockákkal úgy, hogy nem a piros kockával kezdünk?

b) Hányféle olyan dobás lehetséges, hogy nem a piros kocka az első és a sárga az utolsó?

c) Hányféle olyan dobás lehetséges, ahol a dobott pontokat is figyelembe vesszük, az első dobás 4-es, az utolsó dobás pedig a piros kockával történik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel

a) Egy király úgy szeretné izgalmasabbá tenni az elítéltjeinek kivégzését, hogy három ládikába helyez 25 arany és 25 ezüst érmét. A kivégzésre szánt rabnak bekötött szemmel húznia kell valamelyik ládából egy érmét. Ha aranyat húz, akkor nem végzik ki, de ha ezüstöt, akkor igen. A király a nagyobb izgalom kedvéért mindig máshogy osztja szét az érméket a ládákban. Egyik alkalommal éppen így:

A kérdés, hogy mekkora esélye van az elítéltnek a megmenkülésre.

b) Egy zöldséges három helyről szerez be almákat. Az első helyről a készlet 20%-át szerzi be, ezek mind jók. A második helyről a 30%-át és itt 5% romlott, de nem baj mert ezt is el tudja adni néhány vak öregasszonynak. A harmadik helyről a maradék 50%-ot szerzi be, és itt 15% romlott. Kiválasztunk egy almát, amiről kiderül, hogy romlott. Mekkora valószínűséggel származik a hármas termelőtől?

c) Egy alkatrészt három különböző helyről szerzünk be. Az első helyről, ahol a selejtek aránya 3% 12 darab származik. A második helyről 5 darab, és itt 4% selejt, míg a harmadik helyről 3 darab és itt 95% nem selejt. Kiválasztunk egy alkatrészt.

Mi a valószínűsége, hogy selejtes?

Ha selejtes, mekkora valószínűséggel származik az első helyről?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

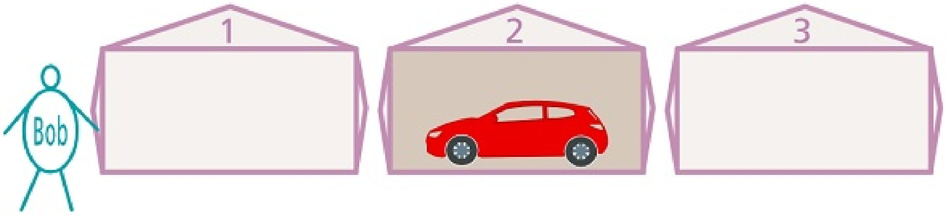
a) Egy TV-s vetélkedőben a játékosnak három színpad közül kell választania egyet. Az egyik színpad nyer, és ebben egy autó van a másik kettő üres.

A játékos egy kis gondolkodás után az 1-es színpadot választja.

Aztán az őrületes izgalmak fokozása érdekében megmutatnak egyet a két üres színpad közül. A játékvezető megmutatja, hogy a 3-as színpad üres.

Végül megkérdezi a játékost, hogy marad-e az 1-es színpadnál, vagy inkább váltana-e a 2-esre.

Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 2-es színpad lesz a nyerő?



b) Egy biztosító kétféle autóbiztosítást forgalmaz, normált és sportautóra köthetőt. Normál biztosítást négyszer annyian kötnek, mint sportautóra köthetőt. A normál biztosítást kötők 2%-a balesetezik egy éven belül, míg a sportautósoknál 97% nem balesetezik.

Egy biztosítottat kiválasztva mekkora a valószínűsége, hogy balesetezik?

Ha belesetezik, mekkora a valószínűsége, hogy sportautóra kötött biztosítása volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy betegség kimutatásához szűrővizsgálatot végeznek. A vizsgálat a betegséget az esetek 90%-ában képes kimutatni. Ugyanakkor megesik, hogy tévesen betegnek diagnosztizál olyanokat is, aki egészséges. Ez az esetek 3%-ban fordul elő. A betegség a lakosság 35%-át érinti. Egy lakosról a teszt elvégzése során kiderül, hogy egészséges. Mi a valószínűsége, hogy valóban az?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy kereskedő 3 termelőtől szerez be almákat. A vásárolt mennyiség 45%-a az első termelőtől származik, ennek fele első osztályú. A második termelőtől az összes mennyiség 35%-át szerzi be, ennek 70%-a első osztályú, míg a harmadik termelő csak első osztályú árút szállított.

Kiválasztunk egy almát és az nem első osztályú. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a második termelőtől származik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy biztosító három irodájában autóbiztosítással rendelkező ügyfelek száma 100, 150 és 250, közülük rendre 70%, 60% és 55% a következő évre megújítja biztosítását.

a) Egy ügyfelet véletlenszerűen kiválasztva mekkora valószínűséggel újítja meg a biztosítást?

b) Ha egy ügyfél megújítja a biztosítását mekkroa valószínűséggel tartozik az első irodához?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 2%-a selejtes. A második helyről kétszer annyi terméket szállítanak, mint az elsőtől. A selejtarány az első helyről származóknál 4%, a másodiknál 2%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes. Egy terméket véletlenszerűen kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy azt a harmadik helyről szállították?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben három műszakban állítanak elő egy terméket aminek a 2%-a selejtes. Az első műszak kétszer annyi terméket állít elő, mint a második. A selejtek aránya az első műszakban 2%, a másodiknál 4%, míg a harmadiknál 1%.

Egy terméket kiválasztva mekkora valószínűséggel készítette a harmadik műszak?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A következő táblázat az autóvezetők életkor szerinti éves baleseti statisztikáit tartalmazza. Ha egy adott évben az autóvezető nem okozott balesetet mekkora a valószínűsége, hogy 50 évnél idősebb?

életkor	baleset okozás valószínűsége	%-os megoszlás az összes autóvezető közül
-30	0,06	20%
31-50	0,02	45%
51-	0,04	35%

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben három műszakban folyik a termelés. A reggeli műszak 4.00-tól 12.00-ig tart és itt 4% esély van a gépsor meghibásodására. A délutáni műszakban, ami 12.00-tól 18.00-ig tart 5% eséllyel történik meghibásodás, míg az esti műszakban, ami 18.00-tól éjfélig tart a meghibásodás esélye 7%. Mekkora a valószínűsége, hogy ha egy nap pontosan egy meghibásodás történik, akkor az a délelőtti műszakban van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alkatrészt száz darabos tételekben szállítanak. Az egyes tételekben azonos arányban fordul elő három, kettő és egy hibás alkatrészt tartalmazó. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy tételből 2 alkatrészt véletlenszerűen kiválasztva mindkettő hibátlan lesz?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vizsgán a hallgatók 60%-a első éves, 30%-uk másodéves, a többiek felsőbb évesek. Annak a valószínűsége, hogy egy hallgató vizsgán elért eredménye legalább közepes, rendre 6/25, 9/20, és 3/5. Ha egy találomra kiválasztott hallgató eredménye közepesnél gyengébb, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető első éves?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy terméket 50 darabos csomagolásban szállítanak. Ismert, hogy a csomagok egynegyede egy hibásat, másik negyede két hibásat tartalmaz, míg a többiben nincs hibás. Egy találomra kiválasztott csomagból kiveszünk 2 terméket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő hibátlan?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlannak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választottunk, amelyben 2 hibás volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Geometriai valószínűség, Binomiális tétel

a) Anna minden reggel 6 és fél 7 között véletlenszerűen érkezik a buszmegállóba. Kétféle buszjárat jó neki, az egyik 15, a másik 20 percenként indul reggel 6 órától kezdve. Mennyi a valószínűsége, hogy Annának nem kell 5 percnél többet várnia a buszmegállóban?

b) Két webáruházból is házhozszállítással rendeltünk. A szállítandó árut mindkét áruházból délután 5 és 6 óra közötti idősávba rendeltük, hogy ne kelljen feleslegesen sokat várakozni. Az áru kipakolása mindkét esetben 10 percet vesz igénybe. Mekkora a valószínűsége, hogy a futárok éppen egy időben fognak érkezni, vagyis az egyik futár még ott lesz, amikor a másik érkezik?

c) Egy raktárhoz 24 órás időtartamon belül véletlen időpontokban két kamion érkezik. Az előbb érkező kamion rögtön megkezdi a rakodást. A rakodás az egyik kamionnál 1, a másiknál 2 órát vesz igénybe. Ha a második kamion akkor érkezik, amikor az elsőre még rakodnak, akkor várakoznia kell a rakodás befejezéséig. Mekkora a valószínűsége, hogy a két kamion közül valamelyiknek várakoznia kell?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy kör alakú céltáblára lövés érkezik. Mi a valószínűsége, hogy a lövés helye közelebb lesz a kör középpontjához, mint a határvonalához, feltéve, hogy minden lövésünk eltalálja a céltáblát?

b) Egy 10x10 cm-es négyzetre leejtünk három darab 1 cm sugarú érmét. Mennyi a valószínűsége, hogy mindhárom érme a négyzet valamelyik csúcsát le fogja fedni? (Az érméket egymás után dobjuk el.)

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Mennyi $(a+b)^7$-nél az a^2b^5-es tag együtthatója?

b) Mennyi $(a+2)^7$-nél az a^2-es tag együtthatója?

c) Mennyi $(x+3)^8$-nál az x^6-os tag együtthatója?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) A (0,5) intervallumot felosztjuk (0,2) és (2,5) részekre. Egymás után véletlenszerűen kiválasztunk két pontot, mekkora valószínűséggel esnek különböző részekbe?

b) Egy 10x10 cm-es négyzetre leejtünk három darab 2 cm sugarú érmét. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább két érme nem fogja érinteni a négyzet egyik szélét sem, tehát teljesen a belsejében landol? (Az érméket egymás után dobjuk el.)

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) A (0,1) intervallumban véletlenszerűen kiválasztunk két számot. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyik szám több lesz, mint a másik kétszerese?

b) A (0,3), (0,5) szakaszokon véletlenszerűen választunk egy-egy pontot, jelölje x és y . Mennyi a valószínűsége, hogy az x, y, és 2 hosszúságú szakaszokból szerkeszthető háromszög?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény

Egy céltábla sugara 50 cm. Azt a távolságot, hogy ilyen távol lövünk a céltábla középpontjától, jelöljük X-szel. Tegyük föl, hogy a céltáblát biztosan eltaláljuk.

a) $P(X<10)=?$

b) $P(X<20)=?$

c) $P(X<x)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Lehet-e X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x<0 \\ 1-x, & \text{ha } 0\leq x\leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

b) Milyen A paraméter esetén lesz $f(x)$ sűrűségfüggvény?

$$f(x)=\begin{cases} e^{3x}, & \text{ha } x<0 \\ Ax^2, & \text{ha } 0\leq x\leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Csináljunk $F(x)$-ből $f(x)$-et.

$$F(x)=\begin{cases} \frac{3}{4}e^{2x-4}, & \text{ha } x<2 \\ 1-\frac{1}{x^2}, & \text{ha } 2\leq x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adott az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye, álltsuk elő a sűrűségfüggvényt.

$$F(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{2x}, & \text{ha } x\leq 0 \\ \frac{1}{2}+x-\frac{x^2}{2}, & \text{ha } 0<x\leq 1 \\ 1, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

b) Itt volna a sűrűségfüggvény és állítsuk elő az eloszlásfüggvényt!

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x\leq 0 \\ 1-x, & \text{ha } 0<x\leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1<x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$F(x)$ egy eloszlásfüggvény.

$$F(x)=\begin{cases} A+2^{x-2}, & \text{ha } x<1 \\ B-\frac{1}{x^2+1}, & \text{ha } 1\le x \end{cases}$$

$A=?\qquad B=?\qquad P(0<X<2)=?\qquad f(x)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases} Ae^{3x-6}, & \text{ha } x<2 \\ 0, & \text{ha } 2\le x \end{cases}$$

$A=?\qquad F(x)=?\qquad P(1<X<3)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x)$ egy sűrűségfüggvény.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{4}\frac{1}{\sqrt{x+1}}, & \text{ha } 0<x\le 8 \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$F(x)=?\qquad P(0<X<3)=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy sorsjegy ára 200 forint és minden ötödik sorsjegy nyer. Pista bácsinak 800 forintja van és addig veszi a sorsjegyeket, amíg nem nyer - vagy amíg el nem fogy a pénze. Jelentse X a vásárolt sorsjegyek számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy dobozban van 2 piros, 3 sárga és 1 kék labda. Kiveszünk három darabot visszatevés nélkül. Jelentse X a húzott piros labdák számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy dobozban cédulákat helyezünk el. Egy darab 1-es, két darab 2-es és három darab 3-as feliratút. A dobozokból két cédulát húzunk és jelentse X a húzott cédulákon szereplő számok összegét. Adjuk meg az eloszlást és az eloszlásfüggvényt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Várható érték és szórás

3 darab 10 dollárossal befektetési terveink vannak, egy rulett segítségével. A terv a következő: felteszünk 10 dollárt a pirosra. Ha nyer, akkor megdupláztuk a 10 dollárt és abbahagyjuk a játékot. Namost, ha veszít, akkor újabb 10 dollárt teszünk a pirosra, és ha ezúttal nyerünk, akkor szintén abbahagyjuk a játékot. Ha másodszorra sem nyerünk, akkor az utolsó 10 dollárt is felrakjuk a pirosra. A kérdés az, várhatóan mennyi pénzünk lesz a tranzakció végén.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a várható értékét és szórását:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x^4}, & \text{ha } x \leq -1 \\ -x^2-2x, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki, hogy hány esős napra számítsunk egy nyaralóhelyen, hogyha öt napig vagyunk ott és ezek a kilátások...

3% az esélye annak, hogy mindegyik nap esni fog. Aztán 9% az esélye, hogy csak 4 nap fog esni, 24%, hogy 3 nap fog esni, 40%, hogy 2 nap fog esni, 16%, hogy 1 nap fog esni, és 8%, hogy egyik nap sem fog esni.

b) Egy vadrezervátumban 3 hím oroszlán él. Az illegális vadászat miatt 40% eséllyel 5 éven belül mindegyik elpusztul, 30% eséllyel 2 oroszlán pusztul el és 20% eséllyel egy. Ha átköltöztetik az oroszlánokat egy biztonságosabb területre, akkor a tapasztalatok szerint az állatok harmada pusztul el a költöztetés miatt, a többiek életben maradnak. Átköltöztessük-e az oroszlánokat, ha azt szeretnénk, hogy 5 év múlva a lehető legtöbben legyenek életben?

c) Négy dobókockával dobunk. Ha az első kockával 1-est dobunk, akkor nyerünk nyerünk 10 dollárt. Ha a dobás nem 1-es, akkor dobhatunk a második kockával. Ha a második kockával 1-est dobunk, a nyeremény 20 dollár. Hogyha azzal sem 1-est dobunk, akkor jöhet a harmadik kocka. Ha a harmadik kockával 1-est dobunk, a nyeremény 30 dollár. De ha azzal se, akkor dobhatunk a negyedik kockával is. Hogyha ez végre 1-es, a nyeremény 40 dollár. Ha ez sem egyes, akkor vége a játéknak és nem nyertünk semmit. Ha 8 dollárba kerül, hogy játszhassunk egy ilyen játékot, megéri-e játszani?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok várható értéke és szórása?

b) Két dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok összegének várható értéke és szórása?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Elemér és Huba egy dobókocka játékot játszanak. Huba annyi dollárt ad Elemérnek, amennyi a dobott szám kétszerese, Elemér pedig annyit ad Hubának, amennyi a dobott szám négyzete. Melyikünk kedvez a játék?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az ötös lottón, egy hasábon 5 számot kell beikszelnünk 1-től 90-ig. Ha nulla vagy egy számot találunk el, akkor nem nyerünk semmit. Két találat esetén a nyeremény 700 Ft, hármas találatnál 10 ezer Ft, négyes esetén 789 ezer Ft, az ötös pedig 535 millió Ft-ot fizet. Mennyi a nyereményünk várható értéke?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két kockával dobva mennyi a dobott számok nem nagyobbikának várható értéke?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy magasugró versenyen a versenyzők 0,8 valószínűséggel ugorják át a lécet. Minden versenyző háromszor próbálkozhat. Mivel könnyen megeshet, hogy nem rajongunk a magasugró versenyekért, így nem teljesen alaptalan az a kérdés, hogy 12 versenyző esetén várhatóan hány ugrást kell megtekintenünk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adott az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye.

a) Mekkora a várható értéke?

b) Mekkora a szórás?

c) Mekkora az $Y = 3 - 2X$ várható értéke és szórása?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Markov és Csebisev egyenlőtlenségek

Ha egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, mekkora a valószínűsége, hogy az egyik órában

a) legalább 250-et ad el?

b) 200-nál kevesebbet ad el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, a szórás pedig 8 darab. Adjunk becslét annak valószínűségére, hogy az újságos által eladott lapok száma 50 darab és 78 darab közé esik.

b) Egy üzemben 150 mm hosszú csavarokat gyártanak 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha 146 mm-nél rövidebb vagy 154 mm-nél hosszabb. Adjunk becslést a selejtarányra.

c) Egy bankba óránként általában 120 ügyfél érkezik, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában 100 és 150 közé esik az ügyfelek száma.

d) Egy sí üdülőhelyen a téli szezonban hetente átlag 300 cm hó esik, a szórás 60 cm. Ha 50 cm-nél kevesebb hó esik, akkor a túl kevés hó miatt le kell zárni egy bizonyos pályát. Ugyanezt a pályát 480 cm feletti hóesésnél lavinaveszély miatt kell lezárni. Adjunk becslést a pálya lezárásának valószínűségére.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Hányszor kel dobnunk a kockával ahhoz, hogy a hatos dobás valószínűségét a relatív gyakoriság 0,1-nél jobban megközelítse az esetek 95%-ában?

b) Hányszor kell feldobnunk egy érmét ahhoz, hogy a fej dobások valószínűségét a relatív gyakoriság 0,05-nél jobban megközelítse legalább 0,9 valószínűséggel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy könyvárus óránként átlag 8 könyvet tud eladni. Mekkora a valószínűsége, hogy 5 óra alatt elad legalább 50 darabot? Adjunk erre becslést a Markov-egyenlőtlenséggel.

b) Az X valószínűségi változó várható értéke 20. Adjunk becslést a $P(X<80)$ valószínűségre a Markov-egyenlőtlenséggel.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy csavargyárban 10 cm hosszú csavarokat gyártanak, 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha a hossza 9,5 cm-nél kisebb vagy 10,5 cm-nél nagyobb. Adjunk becslést a selejtarányra.

b) Egy mozi előadásainak átlagos nézőszáma 120 fő, a szórás 16. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy előadáson a nézők száma 100 és 140 közé esik.

c) Az X valószínűsége változó várható értéke 20, szórása 4. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy X 15 és 28 közé esik.

d) Egy üzletben óránként átlag 80-an vásárolnak, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában a vevőszám 60 és 90 közé esik.

e) Egy üzletben óránként átlag 12-en vásárolnak. A vásárlók száma Poisson-eloszlású. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy 3 órás időtartamban a vevőszám 25 és 45 közé esik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Az X valószínűségi változó várható értéke 20, annak valószínűsége, hogy X 15 és 25 közé esik a Csebisev-egyenlőtlenség alapján legalább 0,96. Legfeljebb mekkora valószínűséggel esik X a várhatótól legalább 4-nél távolabb?

b) Az X valószínűségi változó várható értéke 40, annak valószínűsége, hogy X a várható értéktől legalább 6-tal eltér legfeljebb 0,25. Legalább mekkora valószínűséggel esik X 30 és 52 közé?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások

a) Egy úton 30 nap alatt 12 napon történt baleset. Ebből a 30 napból kiválasztunk egy hetet, mi a valószínűsége, hogy ezen a héten 2 balesetes nap van?

b) Egy úton 30 napból átlag 12 balesetes nap van. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 balesetes nap van?

c) Egy úton 30 nap alatt átlag 12 baleset történik. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 baleset van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik.

a) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt éppen 2-en érkeznek?

b) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt legfeljebb 2-en érkeznek?

c) Mi a valószínűsége, hogy 5 perc alatt legalább 2-en érkeznek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Valaki egy telefonhívást vár, ami 2 óra és 7 óra között érkezik, minden időpontban ugyanakkora valószínűséggel. Mekkora a valószínűsége, hogy 4-ig hívják?

b) Egy bankba általában 12 ügyfél érkezik óránként. Mekkora valószínűséggel telik el 10 perc úgy, hogy nem jön senki?

c) Egy bankban az ügyfelek napi száma normális eloszlású, 560 fő várható értékkel és 40 fő szórással. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az ügyfelek száma egy adott napon 616-nál kevesebb?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy benzinkúthoz óránként átlag 12 autó érkezik. Mekkora a valószínűsége, hogy 10 perc alatt három autó érkezik? Mekkora a valószínűsége, hogy két autó érkezése közt legalább 10 perc telik el?

b) Egy földterületen átlagosan 16 havonta van a Richter-skála szerinti 5-ösnél erősebb földrengés. Mi a valószínűsége, hogy egy év alatt két ilyen földrengés is van? Mi a valószínűsége, hogy két ilyen földrengés közt legalább három év telik el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 5 év szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legfeljebb 8 évig működik?

b) Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik. Mi a valószínűsége, hogy 20 percig nem jön senki? Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?

c) Egy üzletben 10 perc alatt átlagosan 5 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó. 10.00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10.12 és 10.15 között érkezik?

d) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó, annak valószínűsége, hogy legalább 6 évig működik e^{-2}. Hány éves legyen a garancia idő, ha a termékek legfeljebb 20%-a hibásodhat meg a garanciaidőn belül?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy üzlet napi forgalma közelítőleg normális eloszlásúvalószínűségi változó. A vásárlók átlagos száma 568 fő, a szórás 16 fő. Mekkora valószínűséggel lesz egy adott napon a vevők száma legfeljebb 600 fő?

b) Egy határátkelőhelyen a várakozási idő normális eloszlásúvalószínűségi változó, 18 perc váható értékkel. Annak valószínűsége, hogy az átkelésig legfeljebb 6 percet kell várni $1-\Phi(2,4)$. Mekkora a valószínűséggel tart legalább 20 percig a várakozás? Mekkora a valószínűsége, hogy 10 percnél több, de 20 percnél kevesebb ideig kell várni?

c) Egy palackozó üzemben 1 literes ásványvizeket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött víz a várhatótól legfeljebb 25 milliliterrel eltér $2\Phi(2)-1$. Mekkora a szórás?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 3 évig működik?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 évnél tovább, de 5 évnél kevesebb ideig működik?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 3 éve működik, a következő 2 évben elromlik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy biztosítónál naponta átlagosan 5 kárbejelentés érkezik lakásbiztosítással kapcsolatban.

a) Mi a valószínűsége, hogy egy nap a várhatónál kevesebb érkezik?

b) Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap lesz a várhatónál kevesebb bejelentés?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankba az esetek 0,3%-ában nem érkezik ügyfél egy óra alatt. Az ügyfelek száma Poisson eloszlású.

a) Mekkora az ügyfelek várható száma óránként?

b) $P(E(X) - D(X) < 2X < E(X) + D(X)) =$?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy újságárus óránként 48 darab újságot szokott eladni, amiből átlag 36 napilap. Mi a valószínűsége, hogy

a) 10 perc alatt legfeljebb 2 napilapot ad el?

b) 5 perc alatt éppen 7 újságot ad el?

c) a 7 eladott újságból 4 napilap?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Annak a valószínűsége, hogy egy hírlapárus negyedóra alatt egyetlen lapot sem tud eladni e^{-6}.

a) Mennyit szokott eladni átlagosan óránként?

b) Mekkora valószínűséggel ad el félóra alatt 10 darabot?

c) Legfeljebb milyen hosszú ideig nem tud eladni egyetlen lapot sem legalább 0,6 valószínűséggel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy könyvben 100 oldalon átlag 80 nyomdahiba található. Mi a valószínűsége, hogy 10 egymást követő oldalon 7 hiba lesz?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

a) legfeljebb 2-en mennek át?

b) legalább 2-en mennek át?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 10, szórása $\sqrt{3}$. Mekkora a $P(X < 9)$, a $P(X > 12)$ és a $P(10 < X < 15)$ valószínűség?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy tűzoltóságra átlagosan kétóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?

b) egy 8:00-kor érkező riasztás után a következő 9:30 és 10:00 között érkezik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy ügyfélszolgálatra érkező segélyhívások száma Poisson-eloszlású, a köztük eltelt idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó, annak valószínűsége, hogy 5 perc alatt érkezik hívás $1-e^{-2}$.

a) Hány hívás érkezik átlagosan óránként?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy fél óra alatt legalább három hívás érkezik?

c) Mekkora a valószínűsége, hogy két hívás közt legalább 10 perc telik el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy este átlagosan óránként 10 hullócsillagot látni. Ha a hullócsillagok számaPoisson-eloszlást követ, mekkora a valószínűsége, hogy negyed óra alatt,

a) kettőt látni?

b) legfeljebb kettőt látni?

c) legalább kettőt látni?

d) legfeljebb milyen hosszú ideig nem látni egyetlen hullócsillagot sem legalább 0,7 valószínűséggel?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy szövet anyagában átlag 10 méterenként van apró hiba.

a) Mi a valószínűsége, hogy egy 6 méteres darab hibátlan?

b) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágnak, akkor pontosan két hibás darab lesz?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágnak, akkor mind hibátlan lesz?

d) Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 5 méteres darabokra vágnak, akkor mind hibátlan lesz?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 20, szórása $\sqrt{12}$.

Mekkora a $P(X<9)$, a $P(X>12)$ valószínűsége?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 8 évig működik?

b) Mekkora a valószínűsége, hogy 8 évnél tovább, de 10-nél kevesebb ideig működik?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 8 évig működik, a következő 2 évben elromlik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy termék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 4 év szórással.

a) Mekkora valószínűséggel hibásodik meg a gyártástól számított 12 éven belül?

b) Legfeljebb mekkora lehet a garanciaidő, ha a termékeknek legfeljebb 10%-át szeretnék garanciálisan javítani, vagy cserélni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy tűzoltóságra átlagosan négyóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?

b) egy 10:00-kor érkező riasztás után a következő 11:00 és 12:00 között érkezik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik. Mi a valószínűsége, hogy

a) 10 perc alatt legalább ketten érkeznek, ha az ügyfelek számaPoisson eloszlást követ?

b) két ügyfél érkezése között 5 perc is eltelik, ha az eltelt idő exponenciális eloszlású?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik.

a) Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?

b) Mi a valószínűsége, hogy két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzletben két óra alatt átlagosan 30 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó.

a) 10:00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10:12 és 10:15 között érkezik?

b) Ha a 10:00-kor érkező vevő után már 12 perce nem érkezett újabb vevő, mi a valószínűsége, hogy 10:15-ig érkezni fog?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 5 percen belül nem követ másik.

a) Egy óra alatt hány ügyfél érkezik?

b) Mi a valószínűsége, hogy egy 10:00-kor érkező ügyfél után 10:12 és 10:17 között érkezik ügyfél?

c) Mi a valószínűsége, hogy ha két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik, akkor 20 percnél kevesebb telik el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vonatra való várakozási idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó, óránként átlagosan 12 járat érkezik. Ha már 5 perce nem jött, mekkora valószínűséggel kell még legalább további 4 percet várni?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó, száz ilyen készülékből átlagosan 55 hibásodik 400 üzemórán belül.

a) Mekkora a készülék várható élettartama?

b) Mekkora valószínűséggel lesz 10 készülékből 6 olyan, ami a várható élettartamnál tovább működik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy ügyfélszolgálatra óránként átlag 18 hívás fut be. Mi a valószínűsége, hogy

a) 10 perc alatt legalább két hívás érkezik, ha a hívások száma Poisson-eloszlású?

b) két hívás között 5 perc is eltelik, ha a hívások közt eltelt idő exponenciális eloszlású?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó várható értéke 20, szórása 4. Lehet-e Poisson, illetve binomiális eloszlású?

Ha igen, mekkora a $P(X=20)$ valószínűsége?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó várható értéke 49, szórása 7. Lehet-e Poisson, illetve binomiális eloszlású?

Ha igen, mekkora a $P(X=18)$ valószínűsége?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy kamionsofőr az esetek 36,8%-ában legalább két órát várakozik a határállomáson, a várakozási idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó.

a) Mekkora az átlagos várakozási idő?

b) Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott esetben egy óránál kevesebbet kell várakoznia?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy készülök élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 5 év szórással.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legalább 8 évig működik?

b) Ha egy ilyen készülék már legalább 8 éve működik, milyen valószínűséggel működik további legalább 3 évet?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy úton 500 méterenként átlag 25 kátyú van. Mekkora a valószínűsége, hogy

a) Egy 100 méteres szakasz hibátlan?

b) Egy 100 méteres szakaszon legalább két kátyú van?

c) Két kátyú távolsága legalább 250 méter, de legfeljebb 500 méter?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy iskolában a tanulók magasságának eloszlása normális, 12 cm szórással. Annak a valószínűsége, hogy egy tanuló 144 cm-nél alacsonyabb 0,159. Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanuló legalább 180 cm?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy teszt megírására 90 perc áll rendelkezésre, a megírási idő normális eloszlásúvalószínűségi változó 65 perc várható értékkel és 10 perc szórással. Mekkora valószínűséggel végez valaki kevesebb, mint háromnegyed óra alatt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy palackozó üzemben 1 literes gyümölcsleveket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött gyümölcslé a várhatótól legalább 25 milliliterrel eltér 0,0456. Mekkora a szórás?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy méteráru kiskereskedés által naponta eladott szövet hossza normális eloszlásúvalószínűségi változó 45m várható értékkel és 5m szórással. Mi a valószínűsége, hogy valamely nyitvatartási napon az eladott szövet hossza a 40 métertől 10 méternél nagyobb mértékben tér el?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy repülőtér átlagos napi forgalma 124 000 utas, a szórás 10 000, és a forgalom normális eloszlásúnak tekinthető.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy az utasok száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb a szórás kétszeresével tér el?

b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy áruház átlagos havi forgalma 100 000 vevő, a szórás 10 000, és a vevők száma normális eloszlásúnak tekinthető.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy a vevők száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb 20%-kal tér el?

b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy csomagoló üzemben 900g-os üvegekbe töltenek mézeket.

a) Legfeljebb mekkora szórást engedhetünk meg, ha az üvegekbe töltött méz mennyisége normális eloszlású valószínűségi változó és annak valószínűsége, hogy egy üvegben a méz mennyisége nem 890g és 910g közé esik legfeljebb 0,1096 valószínűségű lehet?

b) Adjunk becslést a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üvegbe töltött folyadék mennyisége normális eloszlásúvalószínűségi változó 1 liter várható értékkel.

a) Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a folyadék mennyisége 990ml-nél kevesebb$1-\Phi(2)$?

b) Mi a valószínűsége, hogy egy 12 üveget tartalmazó csomagban legalább 2 üveg tartalma legfeljebb 990ml?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy csomagolóüzemben 500g-os konzerveket töltenek 2g szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy 20 darabos csomagban legalább 18 konzerv 494 és 506 gramm közé esik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Valamely üzletben a vásárlók száma jó közelítéssel normális eloszlásúvalószínűségi változó. Öt nyitvatartási napból átlagosan egyszer szokott előfordulni, hogy a vásárlók száma kevesebb, mint 40. Mekkora a vásárlók átlagos száma, ha a szórás 12?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy palackozó üzemben 1,5 literes ásványvizeket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött ásványvíz a várhatótól legfeljebb 24 millliterrel tér el $2\Phi(3)-1$. Mekkora a szórás?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Becslések

Egy 500 fős felméréssel szeretnénk 95%-os megbízhatósággal megállapítani, hogy az emberek naponta átlagosan hány percet nézik egy TV csatorna műsorait. Az 500 fős minta átlaga 80 perc. A tényleges átlag 95%-os konfidencia szinten milyen értékek között mozog?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy napilapkiadó egy új bulvár lap beindításával kívánja szélesíteni olvasóinak látókörét, ezért felmérést készíttet, hogy a jelenleg kapható hasonló kiadványokra naponta átlagosan mennyit költenek az újságolvasók. Az új lap megjelenése akkor érné meg, ha ez az összeg havi szinten átlagosan legalább 760 forint lenne. A kérdés az, hogy mi mondható 90%-os illetve 95%-os konfidencia szinten erről az átlagról.

400 embert kérdeztek meg, akik havonta átlag 780 forintot fordítanak pletykalapok vásárlására. A kérdés az, hogy milyen becslést tudunk adni a sokasági átlagra, ha ismert, hogy a sokasági szórás $\sigma = 250$ forint.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy napilapot átlag 10 ezren olvasnak. Egy 500 elemű minta alapján az olvasók életkor szerinti megoszlása:

életkor	látogatók száma
20-39	57
40-59	318
60-79	125
össz.	500

Adjunk becslést 95%-os konfedenciaszinten a napilapot vásárlók átlagéletkorára, illetve a 40 év alatti vásárlók arányára.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy város három kerületében 250 000, 320 000 és 180 000 lakos él. Adjunk becslést 90%-os konfidenciaszinten a naponta átlagosan utazással töltött időre az alábbi rétegzett mint alapján:

kerület	minta rétegek elemszáma	átlag (perc)	szórás (perc)	KERÜLETEK NÉPESSÉGE
1.	180	75	28	250 000
2.	220	54	19	320 000
3.	100	43	10	180 000

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben több gépen töltenek 75 ml-es tubusokba fogkrémet, a tubusokba töltött fogkrém mennyisége normális eloszlású, a gép szórása feltehetően egyforma.

Mit állíthatunk 90%-os konfidencia szinten a két gép töltési tömegének átlagáról, ha a két gépről az alábbi 12 elemű minták állnak rendelkezésre?

Egyik gép	76	71	75	74	76	76	74	75	77	75	75	75
Másik gép	75	75	74	77	73	73	76	77	76	73	75	74

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A teljes sokaság az

1; 2; 3

A minták alapján adjunk becslést az 1; 2; 3 számok átlagára, maximumára és értékösszegére.

minta	átlag	max	Értékösszeg
(1;1)	1	1	2
(1;2)	1,5	2	3
(1;3)	2	3	4
(2;1)	1,5	2	3
(2;2)	2	2	4
(2;3)	2,5	3	5
(3;1)	2	3	4
(3;2)	2,5	3	5
(3;3)	3	3	6

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy vasúttársaság nagysebességű járatain az utasok száma lényegében normális eloszlásúnak tekinthető. Adjunk becslést az utasok átlagos számára 90%-os konfedencia szinten, ha 10 megvizsgált járaton az utasok száma: 360; 453; 467; 451; 487; 491; 390; 512; 488; 495.

A vonaton 480 ülőhely van. Adjunk becslést arra, hogy az esetek hány százalékában fordul elő, hogy van ülőhely nélküli utas. (a konfidenciaszint legyen 90%)

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy bankfiókban a sorra kerülésig eltelt idő lényegében normális eloszlású. Adjunk becslést az átlagos várakozási időre 95%-os konfedenciaszinten az alábbi minta alapján: 5; 12; 4; 7; 6; 8; 4; 3; 2; 5.

Az 5 percnél hosszabb várakozást a bank vezetősége nem díjazza, és ezt igyekszik alkalmazottjai tudomására hozni. A minta alapján adjunk becslést, hogy az ügyfelek hány százalékánál haladja meg a várakozási idő az 5 percet.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy múzeum látogatóinak átlagéletkorát szeretnénk megbecsülni. A megkérdezett 30 ember megoszlása:

életkor	látogatók száma
10-29	5
30-49	13
50-69	12
össz.	30

Adjunk becslést 0,95-ös konfedenciaszinten a múzeum látogatóinak átlagéletkorára és az 50 év alatti látogatók %-os arányára.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy étteremben felmérést készítettek arról, hogy a vendégek átlagosan mennyi időt töltenek náluk. A 40 megfigyelt vendég adatai:

Az étteremben eltöltött idő (perc)	vendégek száma
0-29	4
30-59	12
60-89	18
90-119	6
Össz.	40

Adjunk becslést 0,95-ös konfedenciaszinten az étteremben átlagosan eltöltött időre és a másfél óránál tovább maradók részarányára.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Korábbi felmérések alapján valamelyik egyetemi előadás átlagos látogatottsága 98 fő, a szórás pedig 34 fő. Egy új felmérés készítését tervezik, hogy kiderüljön, van-e olyan rossz az előadás, hogy elegendő legyen 100 fős előadóban tartani. Hány előadás létszámát kell megvizsgálni, hogy az átlagos létszám becslésének hibája 10 főnél kisebb legyen 90%-os konfidenciaszinten?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy utazási iroda opcionálisan meghirdetett városnéző túrája minimum 35 fő esetén indul el. A csoport 70 főből áll és 40-en már nyilatkoztak, közülük 28-an mutatnak hajlandóságot városnézésre. 90%-os konfidenciaszinten kijelenthetjük-e, hogy lesz csoportos városnézés?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy mozi felmérést készít látogatóinak életkorával kapcsolatban. A mozilátogatók életkora tekinthető normális eloszlásúnak. A 400 fős minta eredménye:

életkor	nézők száma
0-10	7
11-20	132
21-40	157
41-60	104
össz	400

Adjunk becslést 95%-os megbízhatósággal az átlagos életkorra, szórásra és a 20 évnél idősebb nézők részarányára. Hány embert kéne megkérdezni, ha ugyanekkora hibával, de 99%-os megbízhatósággal szeretnénk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A naponta átlagosan háztartási tevékenységgel töltött időt szeretnénk megbecsülni. A becsléshez rétegzett mintát vettünk, a rétegképző ismérv az volt, hogy a megkérdezett nő-e vagy férfi. A nők és férfiak részaránya egyezőnek tekinthető.

	megkérdezettek száma	átlag (perc)	szórás (perc)
nő	180	74	28
férfi	120	32	19

Adjunk 90%-os megbízhatósági becslést az átlagosan háztartási tevékenységgel töltött időre.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hipotézisvizsgálat

Egy fagyiárus 150 grammos gombócokban árulja a fagyit, ami normális eloszlású, 5 gramm szórással. A vásárlók többségének fogalma sincs róla, hogy mi az a normális eloszlás, abban viszont szinte biztosak, hogy a fagyis az utóbbi időben kisebb gombócokat ad.

Ellenőrizzük a hipotizést 5%-os szignifikanciaszinten egy 60 elemű minta alapján, ahol a gombócok átlagosan 149 grammosak voltak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy városban naponta átlag 12-en haláloznak el különböző légúti megbetegedésekben, számuk normális eloszlású. A város mellett épült szemétégető szerint ez a szám a baleset óta nem emelkedett.

Ellenőrizzük a hipotézist 5%-os szignifikanciaszinten, ha öt véletlen választott nap légúti megbetegedésekben elhalálozottak száma 10, 13, 19, 11, 8.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy koporsókészítő arra lett figyelmes, hogy az utóbbi időben több faanyagot kell használnia a koporsóihoz, kliensei túlsúlyának következtében. Mielőtt azonban emiatt árat emelne, meg akar győződni róla, hogy a korábban 85 kg-os átlag valóban megváltozott-e. Készít hát egy 100 elemből álló felmérést, aminek átlaga 86 kg, szórása pedig 12 kg.

Nullhipotézisnek azt választva, hogy az elhalálozottak 85 kilónál nem kövérebbek, mi mondható 5%-os szignifikanciaszinten?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy légitársaság a túlsúlyos utasok pótdíjbefizetését tervezi bevezetni. Más légitársaságoknál ugyanis az derült ki, hogy a légiutasok 60%-a 90 kg feletti. Akkor érdemes a pótdíjfizetéssel bajlódni, ha ez az arány náluk legalább 60%.

Vizsgáljuk meg a hipotézist 5%-os szignifikanciaszinten.

A vizsgálathoz egy véletlenszerűen választott járat 150 utasának adatai alapján végezzük, ahol ez az arány 52%.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gyógyszergyárban rendszeresen ellenőrzik, hogy a tablettákba kerülő 500 mg hatóanyag szórása a megengedett 6 mg-tól eltér-e. A hatóanyag mennyisége normális eloszlásnak tekinthető.

Egyik nap az öt megvizsgált tabletta hatóanyagtartalma 490, 501, 507, 496, 502.

10%-os szignifikanciaszinten megegyezik-e a szórás a megengedett 6 mg-mal?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A statisztika vizsgán maximum 100 pont érhető el. Az egyik vizsgán 80 hallgató vett részt, eredményeik:

pontszám	f_i
0-20	12
21-40	16
41-60	25
61-80	18
81-100	9

10%-os szignifikanciaszinten tekinthető-e a vizsgázók pontszáma egyenletes eloszlásúnak? Tekinthető-e normális eloszlásúnak?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy van-e szignifikáns kapcsolat egy ország lakosainak jövedelmi viszonyai és bevándorló-ellensége között az alábbi felmérés alapján:

Jövedelem	A bevándorlók			össz
	nem zavarják	közömbös	zavarják	
alacsony	18	35	37	90
közepes	32	48	30	110
magas	18	20	12	50
összesen	68	103	79	250

A szignifikanciaszint legyen 10%-os.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy szignifikánsan eltér-e a bevándorlókról való vélekedés az alacsony és a magas jövedelműek körében. Ehhez két sokaságban valamely változó eloszlásának egyezőségét kell megvizsgálnunk, amit homogenitásvizsgálatnak nevezünk.

Jövedelem	A bevándorlók			össz
	nem zavarják	közömbös	zavarják	
alacsony	17	35	38	90
közepes	33	48	29	110
magas	18	20	12	50
összesen	68	103	79	250

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ásványvizeket előállító cég a már meglévő mellett új kutat tervez megnyitni. Ismert, hogy a víz ásványianyag-tartalma normális eloszlású, a régi kút esetében 12 mg, míg az új, valamivel mélyebb kút esetében 7 mg szórással.

A régi kútból származó 10 elemű független egy literes minta átlagosan 678 mg ásványianyagot tartalmaz, az új kútból vett 10 elemű független minta pedig átlagosan 689 mg-ot. Vizsgáljuk meg, hogy szignifikánsan megegyezik-e a két kútból származó víz átlagos ásványianyag-tartalma. A szignifikanciaszint legyen 5%.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben több gépen töltenek 75 ml-es tubusokba fogkrémet, a tubusokba töltött fogkrém mennyisége normális eloszlású, a gépek szórása feltehetően egyforma.

Ellenőrizzük 10%-os szignifikanciaszinten, hogy az átlagosan a tubusokba töltött fogkrém mennyisége is egyforma, ha a két gépről az alábbi 12 elemű minták állnak rendelkezésre:

Egyik gép	76	71	75	74	76	76	74	75	77	75	75	75
Másik gép	75	75	74	77	73	73	76	77	76	73	75	74

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az ÖBB vasúttársaság vonalain közlekedő Railjet és Nightjet vonatok közlekedésének paramétereit hasonlították össze. Állapítsuk meg a megvizsgált 400 járat alapján, van-e szignifikáns eltérés a kétféle vonattípus 500 kilométerre eső átlagos késése között. Megalapozott-e az az állítás 5%-os szignifikanciaszinten, hogy a Nightjet vonatok 500 kilométeren átlagosan 15 perccel többet késnek?

Késés, perc (500 km távolságon)	Railjet	Nightjet
0-15	220	50
16-30	25	64
31-45	4	24
46-60	1	12
össz	250	150

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy párt népszerűségét két közvéleménykutató is felmérte. Az egyik 32%-os, a másik 36%-os támogatottságot mért, mindkettő 500 fős felmérés alapján. Szignifikánsan eltérnek-e az eredmények? A szignifikanciaszint legyen 5%.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gazdaságban kétféle paradicsomot termesztenek, mindkettő átmérője lényegében normális eloszlású. A génmódosított paradicsom átmérőjének szórása egy 10 elemű minta alapján 5 milliméter, míg a hagyományos paradicsom esetében egy 8 elemű minta alapján ez 12 milliméter.

Szignifikánsan eltérnek-e a szórások, ha a szignifikanciaszint 10%?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg 5%-os szignifikanciaszinten azt a hipotézist, hogy a különböző iskolai végzettséggel rendelkező emberek átlagosan ugyanannyi időt töltenek naponta TV-nézéssel.

Iskolai végzettség	TV-nézéssel töltött idő naponta (perc)	elemszám
8 általános	65; 43; 87; 105; 109; 56; 130; 88; 68; 70	11
középfokú	48; 68; 72; 55; 43; 92; 87; 93; 65	9
egyetemi	35; 65; 42; 54; 28; 73; 54	7
összesen		27

Megnézem a kapcsolódó epizódot

5%-os szignifikanciaszinten egyformának tekinthető-e a TV-nézéssel töltött idő szórása?

Iskolai végzettség	TV-nézéssel töltött idő naponta (perc)	elemszám
8 általános	65; 43; 87; 105; 109; 56; 130; 88; 68; 70	11
középfokú	48; 68; 72; 55; 43; 92; 87; 93; 65	9
egyetemi	35; 65; 42; 54; 28; 73; 54	7
összesen		27

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben 5 kg-os mosóporokat töltenek 21 gramm szórással és lényegében normális eloszlással. Az egyik gép által csomagolt mosóporok közül egy 41 elemű minta átlaga 4980 gramm, szórása 25 gramm. 5%-os szignifikanciaszinten megfelele-e a gép beállítása a szabványnak?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben literenként 300 mg C-vitamint adagolnak a dobozos narancslevekhez, közelítőleg normális eloszlással, 20 mg szórással. Egy szállítmányból vett 50 elemű minta átlagosan 310 mg C-vitamint tartalmazott, 22 mg szórással. 10%-os szignifikanciaszinten a szállítmány megfelelt-e a szabványnak?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy ásványvíz literenként 650 mg oldott ásványianyagot tartalmaz, 5 mg szórással. Az ásványianyag-tartalom eloszlása normálisnak tekinthető. Ellenőrizzük a megadott paraméterek helyességét 10%-os szignifikanciaszinten az alábbi 6 elemű, egyenként egy literes minta alapján: 648 mg, 658 mg, 642 mg, 643 mg, 654 mg, 661 mg.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Korábbi felmérések szerint, egy múzeum látogatóinak 65%-a nő. Egy véletlenszerűen választott nap 300 látogatója közül 207 nő volt. Ellenőrizzük a nők arányára vonatkozó állítást 10%-os szignifikancia szinten. Mekkora az a legkisebb szignifikanciaszint, amelyen nullhipotézis, vagy az, hogy a látogatók 65%-a nő, még éppen elvethető?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy légitársaság felmérést készít az utasok testsúlyával kapcsolatban. Korábbi évek adatai alapján az utasok testsúly szerinti eloszlása közelítőleg normális, 81 kg-os átlaggal és 16 kg szórással. Ellenőrizzük az eloszlásra és a paraméterekre vonatkozó hipotéziseket az alábbi 141 elemű minta segítségével 5%-os szignifikanciaszinten.

Testtömeg (kg)	Utasok száma
0-50	13
51-70	23
71-90	56
91-110	38
111-	11
összesen	141

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy felmérés során 400 férfit és 400 nőt vizsgáltak meg, hogy megállnak-e kocsijukkal a zebránál, ha a gyalogos a járdán várakozik. A férfiak közül 310-en, a nők közül 215-en álltak meg.

Független-e a nemtől a zebránál való megállás 5%-os szignifikanciaszinten? Ellenőrizzük a hipotizést, hogy a nők a zebránál kevésbé engedik át a gyalogosokat 5%-os szignifikanciaszinten.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy várostól északra és nyugatra lavinafogó véderdők találhatók. A faállomány állapotának felméréséhez mindkét véderdőben véletlenszerűen kiválasztottak 150 fenyőt, a minták eredményt tartalmazza az alábbi táblázat.

Fák életkora (év)	Északi véderdő	Nyugati véderdő
0-10	13	8
11-20	28	32
21-50	67	58
51-100	31	42
101-	11	10
összesen	150	150

Eltér-e szignifikánsan a két véderdőben a fák átlagos életkora? Szignifikánsan egyformának tekinthetők-e a két véderdő faállománya? A szignifikanciaszint legyen 5%.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A nem munkával töltött aktív tevékenység (kertészkedés, sportolás, stb.) megoszlása Magyarországon és Németországban egy-egy 100 elemű minta alapján:

Nem munkával töltött aktív tevékenység időtartama naponta (perc)	HU	DE
0-50	43	10
51-100	30	35
101-150	16	27
151-200	8	20
201-250	3	8

10%-os szignifikanciaszinten a minta alapján azonosak-e a szokások a két országban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy tehenészetben a tehenek tejének zsírtartalmát vizsgálták. A későbbi hasznosítás során nem kedvező, ha a zsírtartalom szórása 10%-nál nagyobb. Literenkénti 5 grammos átlagos zsírtartalommal számolva és feltételezve annak normális eloszlását, szignifikánsan eltér-e a tehenek tejének zsírtartalma a megengedett 10%-tól az alábbi 10 elemű minta alapján?

A szignifikanciaszint legyen 5%.

A tehén sorszáma	Zsírtartalom (gramm/liter)
17.	4,7
19.	4,9
34.	5,6
36.	4,3
37.	5,1
38.	5,4
57.	6,1
58.	5,8
63.	4,2
64.	4,2

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy elsőosztályú almaszállítmányban az almák tömegének átlaga 110 gramm, megengedett szórása 20 gramm lehet. Ellenőrizzük 85 elemű minta alapján, hogy egy adott szállítmány megfelel-e az előírásoknak. Az almák méretének eloszlását nem ismerjük, a szignifikanciaszint legyen 10%.

alma tömege (gramm)	f_i
50-69	12
70-89	16
90-109	25
110-129	24
130-159	8

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A naponta utazással eltöltött időt vizsgálták középiskolásak és egyetemisták körében. A középiskolások utazással töltött ideje egy 60 elemű minta alapján naponta átlag 83 perc, a szórás 17 perc. Ugyanez az egyetemistáknál a következőképpen alakult:

Utazással töltött idő (perc)	Válaszolók száma
-50	12
51-100	36
101-200	24
201-	8

5%-os szignifikanciaszinten megegyezik-e a két csoportban a naponta utazással töltött idő átlaga és szórása? Szignifikánsan eltér-e az utazással eltöltött idő a két csoportban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

200 fő részvételével tesztelték egy vitaminkészítmény hatékonyságát. 100-an rendszeresen szedték a készítményt, míg a másik 100 résztvevő egyáltalán nem szedett semmit, vagy másfajta vitaminokat szedett. Az évente betegség miatt kieső munkanapok számát hasonlították össze a két csoportban, ezek eloszlását normális eloszlásúnak tekinthetjük. 5%-os szignifikanciaszinten mi mondható az alábbi állításokról?

csoportok	Betegség miatt kieső munkanapok	
	átlaga	szórása
Szedték a készítményt	7,2	3,7
Nem szedték a készítményt	7,8	3,4

Megegyezik-e a két csoportban a kieső munkanapok átlaga és szórása?

Szignifikánsan eltér-e a betegség miatt kieső munkanapok száma a két csoportban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gyártósor gumicukrokat tölt zacskóba. A zacskóknak azonos arányban kell tartalmaznia kék, piros, zöld, sárga és fehér színű gumicukrokat. Ellenőrizzük a 4 zacskó megvizsgálásával egy 80 elemű minta alapján, hogy 5%-os szignifikanciaszinten, hogy a gép megfelel-e a szabványnak.

szín	db
Kék	24
Piros	16
Zöld	12
Sárga	18
Fehér	10

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Regressziószámítás

Nézzük meg, hogy Európa néhány országában az egy főre jutó GDP hogyan befolyásolja a gépjárművek számát, adjuk meg a lineáris regresszió egyenletét.

ország		X	Y
		GDP/fő (EUR)	Gépjárművek (db / 10 000 fő)
Ausztria	AT	50 380	5500
Belgium	BE	46 237	5030
Csehország	CZ	23 539	5020
Franciaország	FR	41 897	4790
Görögország	GR	19 570	4790
Hollandia	NL	52 646	4810
Lengyelország	PL	15 601	5710
Magyarország	HU	16 470	3380
Németország	DE	46 473	5550
Svájc	CH	82 484	5390

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy statisztika vizsgára történő készülésnél a tanulók saját tapasztalatain alapuló felmérés szerint a tanulással töltött órák száma és az elért pontszám között az alábbi összefüggéseket lehet kimutatni.

Tanulással töltött órák x	Pontszám (max 100) y
3	5
4	6
5	8
6	9
9	16
10	20
12	24
16	56
20	81
24	96

Adjuk meg a lineáris, a hatványkitevős, és azexponenciális regresszió egyenletét,és döntsük el, hogy melyik regresszió illeszkedik-e jobban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az egy főre jutó GDP és az egymilló lakosra jutó orvosok számának kapcsolatát vizsgáljuk.

ország	X	Y
	GDP/fő (USD)	Egymillió lakosra jutó orvosok száma
Ausztria	50 380	5183
Belgium	46 237	3083
Dánia	59 770	3998
Franciaország	41 897	3158
Norvégia	75 294	4659
Hollandia	52 646	3583
Svédország	51 404	4117
Olaszország	33 159	3990
Németország	46 473	4249
Svájc	82 484	4298

Számoljuk ki az elaszticitást 50 ezer dolláros és 60 ezer dolláros egy főre jutó GDP-nél.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi táblázat néhány ország egy főre jutó GDP-jét és a nők életkorát tartalmazza első házasságkötésük idején. Készítsünk lineáris regressziót, ahol a magyarázó változó az egy főre jutó GDP. Értelmezzük a modell paramétereit, készítsünk variancianalízis táblázatot, adjuk meg a modell magyarázó erejét!

ország		X	Y
		GPD/fő (EUR)	Nők életkora házasságkötéskor
Ausztria	AT	28 978	26,6
Belgium	BE	30 349	29,8
Csehország	CZ	15 216	28,9
Franciaország	FR	26 656	31,6
Görögország	GR	17 941	26,9
Hollandia	NL	28 669	26,9
Lengyelország	PL	10 135	25,3
Magyarország	HU	13 767	29,7
Németország	DE	28 232	31
Svájc	CH	31 987	29,4

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hőmérséklet (°C)	Kőolaj hordonkénti ára (USD)	Hétvége van?	Eladott gombócok száma
25	100	Igen	760
28.	96	Nem	746
32	98	Nem	796
12	100	Igen	658
7	102	Igen	466
16	96	Igen	642
24	92	Nem	724
5	94	Igen	412
31	98	Nem	756
27	104	Nem	710
25	108	Igen	678
18	110	Nem	655

Készítsünk lineáris regressziót, majd értelmezzük a modell paramétereit. Számítsuk ki akorreláció-mátrixát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hőmérséklet (°C)	Átlagos levegőminőség (%)	Front van?	Halálozások száma
8	100	Nem	50
12.	64	Nem	43
16	56	Nem	38
25	38	Nem	36
28	85	Igen	42
30	96	Igen	50
5	120	Nem	56
16	68	Nem	40
26	93	Nem	46
27	104	Nem	52
30	24	Igen	48
8	35	Igen	41

Készítsünk lineáris regressziót, majd értelmezzük a modell paramétereit. Végezzük el aregresszió becsléseit.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy városban a naponta elhalálozottak száma és különböző meteorológiai hatások közötti összefüggést szeretnénk felderíteni, ezért 12 napon vizsgáljuk a hőmérsékletet, a levegőminőséget, valamint, hogy érkezik-e front.

Hőmérséklet (°C)	Átlagos levegőminőség (%)	Front van?	Halálozások száma
8	100	Nem	50
12.	64	Nem	43
16	56	Nem	38
25	38	Nem	36
28	85	Igen	42
30	96	Igen	50
5	120	Nem	56
16	68	Nem	40
26	93	Nem	46
27	104	Nem	52
30	24	Igen	48
8	35	Igen	41

Készítsünk lineáris regressziót, majd értelmezzük a modell paramétereit. Elemezzük a regressziós modellt hipotézisvizsgálatokkal, készítsünk varianciaanalízis táblázatot.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Napi középhőmérséklet (°C)	Víz hőmérséklete (°C)	Strand napi forgalma
22	21	765
23	21	1572
18	18	510
25	20	1967
22	21	1142
16	19	576
24	22	986
20	21	1216
24	22	1267
26	24	1686
19	19	981
20	21	1412

Készítsünk lineáris regressziót, majd értelmezzük a modell paramétereit. Vizsgáljuk a multkollinearitást és autokorrelációt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Néhány ország középfokú iskolai képzésének egy diákra jutó oktatási ráfordítása illetve az éves egy főre jutó GDP adatai láthatóak az alábbi táblázatban. Adjuk meg a lineáris regresszió modellt, a reziduális szórást, határozzuk meg a modell magyarázó erejét.

ország		X	Y
		GDP/fő (EUR)	Oktatási ráfordítás (középfokú képzés; diák/EUR)
Ausztria	AT	28 978	76 900
Belgium	BE	30 349	61 000
Csehország	CZ	15 216	33 800
Franciaország	FR	26 656	57 600
Görögország	GR	17 941	59 200
Hollandia	NL	28 669	61 500
Lengyelország	PL	10 135	30 700
Magyarország	HU	13 767	33 000
Németország	DE	28 232	65 300
Svájc	CH	31 987	60 400

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy strand forgalmának alakulása a napi középhőmérséklettől függően 12 megfigyelt nap alapján az alábbi volt:

nap	napi középhőmérséklet (C°)	forgalom (fő)
1.	22	765
2.	23	1572
3.	18	510
4.	25	1967
5.	22	1142
6.	16	576
7.	24	986
8.	20	1216
9.	24	1267
10.	26	1686
11.	19	981
12.	20	1412

Adjuk meg a lineáris regresszió egyenletét, adjuk meg a korrelációs és a determinációs együtthatót és döntsük el, hogy a lineáris vagy a hatványkitevős regresszió illeszkedik-e jobban, ha ismeretes, hogy

$$\sum d^2x = 100,91 \quad \sum d^2y = 2155847 \quad \sum dx \cdot dy = 10894,67 \quad \hat{y} = 1,43 \cdot x^{2,17}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi táblázat néhány ország egy főre jutó GDP-jét és a nők életkorát tartalmazza első házasságkötésük idején. Készítsünk lineáris regressziót, ahol a magyarázó változó az egy főre jutó GDP. Értelmezzük a modell paramétereit, készítsünk variancianalízis táblázatot, adjuk meg a modell magyarázó erejét!

ország		X	Y
		GPD/fő (EUR)	Nők életkora házasságkötéskor
Ausztria	AT	28 978	26,6
Belgium	BE	30 349	29,8
Csehország	CZ	15 216	28,9
Franciaország	FR	26 656	31,6
Görögország	GR	17 941	26,9
Hollandia	NL	28 669	26,9
Lengyelország	PL	10 135	25,3
Magyarország	HU	13 767	29,7
Németország	DE	28 232	31
Svájc	CH	31 987	29,4

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Néhány ország adatai alapján vizsgáljuk meg az átlagos iskolázottsági szint és a születéskor várható élettertam közti kapcsolatot. Adjuk meg a lineáris és az exponenciális regressziós modellt, amiben magyarázó változó az átlagos iskolázottsági szint. Melyik modell illeszkedik jobban?

	Átlagos iskolázottsági szint (év)	Születéskor várható élettartam (év)
1.	12,6	81,1
2.	12,4	78,5
3.	11,6	75,4
4.	10,4	74
5.	4,4	65,4
átlag	10,3	74,9

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy cégnél 30 alkalmazottat vizsgáltak meg, hogy miként magyarázza az életkor, illetve az, hogy az illető férfi-e vagy nő (férfi=0, nő=1) a fizetés nagyságát. A kapott regressziós modell a havi fizetés nagyságát ezer forintban adja meg, ahol x_1 jelenti az életkort és x_2 jelenti azt, hogy az illető férfi-e vagy nő.

$$\hat{y} = 64 + 7,6x_1 - 16,7x_2 \quad s_{\hat{\beta}_1} = 4,2 \quad s_{\hat{\beta}_2} = 10,83 \quad SSE = 81,2 \quad SST = 105,7$$

Adjuk meg a modell paramétereinek jelentését. Szignifikánsnak tekinthető-e a modell alapján az életkor, illetve a nem, az alkalmazott fizetése szempontjából 10%-os szignifikanciaszinten? Teszteljük teljes modellt 10%-os szignifikanciaszint mellett.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy strand forgalmának modellezésére két magyarázó változót használunk, a napi középhőmérsékletet (x_1) illetve azt, hogy hétvége van vagy sem ($x_2 = 0$ ha nincs hétvége és $x_2 = 1$ ha igen).

Egy 12 megfigyelés alapján készített modellről az alábbiakat tudjuk:

$$\hat{y} = 396 + 12,6x_1 + 18x_2 \qquad s_{\hat{\beta}_1} = 2,19 \qquad s_{\hat{\beta}_2} = 38,15$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0,92 & 1 & \\ -0,57 & -0,67 & 1 \end{pmatrix}$$

Adjuk meg a lineáris regressziós modell paramétereinek jelentését. Szignifikánsnak tekinthető-e a modell alapján a napi középhőmérséklet a strand forgalmának szempontjából 10%-os szignifikanciaszinten? Adjuk meg a fogalom és a hőmérséklet kapcsolatát leíró parciális korrelációs együttható értékét. Adjuk meg a többszörös determinációs hányados értékét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot