



**MATEKING.HU**

**Feladatgyűjtemény**

**MATEMATIKA 2 GTK tantárgy**

Kiadás dátuma: 2026. 04. 14.

# Tartalomjegyzék

Deriválás.....	2
Függvények érintőjének egyenlete.....	7
Függvényvizsgálat, gazdasági feladatok.....	9
Parciális deriválás, kétváltozós függvények.....	13
Határozatlan és határozott integrálás.....	18
Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény.....	26
Várható érték és szórás.....	29
Markov és Csebisev egyenlőtlenségek.....	31
Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások.....	32

## Deriválás

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a)  $(5 \cdot x^3)' = ?$

b)  $\left(\frac{x^5}{7}\right)' = ?$

c)  $(x^2 + \ln x)' = ?$

d)  $(x^3 \cdot \ln x)' = ?$

e)  $\left(\frac{x^2}{\ln x}\right)' = ?$

f)  $\left(\frac{5}{x^3+2}\right)' = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a)  $(\sin(x^6 + x^2))' = ?$

b)  $((3^x + \ln x)^4)' = ?$

c)  $(5^{x^3+x})' = ?$

d)  $(\ln(x^4 + x^2))' = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a)  $f(x) = x^x$

b)  $f(x) = (\cos x)^{\sin x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a)  $\cosh x$

b)  $\sinh x$

c)  $\tanh x$

d)  $\operatorname{arcosh} x$

e)  $\operatorname{arsinh} x$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi implicit függvényeket.

a)  $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$

b)  $y \cdot \cos x + \ln(2x + y) = \sin y$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a)  $f(x) = x^{100} + x^7 + 7^x + \sqrt{42}$

b)  $f(x) = \frac{x^6 - 4x^4 + 7^x}{42}$

c)  $f(x) = \sqrt[5]{x} + x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$

d)  $f(x) = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[5]{x^3}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = e^x + e \cdot x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[4]{e^x} + \sqrt[3]{e^x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln(x^6 - x^2 + 6)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\ln x - 3^x}{\sqrt[5]{x^4 + x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{3x}{(4-x)^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{e^x + 1}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\lg 3x + e^2}{\sqrt[3]{4-x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - \sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x) + 7}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (x^5 - 4^x) \left( \ln x - \sqrt[6]{x^7} \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^3 x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = 5^{x^3 + 5x^4} - 7x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

---

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \frac{x^5 - 2^x}{\sqrt[4]{x-6} + e^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \sqrt[3]{\frac{x^4 - e^x}{5^{2x-4} - \ln \pi}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - \sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x) + 7}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \left( \frac{5^x + \ln x}{\sqrt{1-x} + x^6} \right)^4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[5]{\left( \ln x - 5^{6-2x} + (4x + 5)^3 - x \right)^4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\left( x^5 - \ln(x^3 + x) - 6^{3-x} + \sqrt{\pi} \right)^7}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{6x^5 - \lg(3-2x) - 2^{4-x}}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \lg \frac{7x^4 + 2^x}{\sqrt{3} + \sqrt[4]{x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{7^{2x+3} - 4x^3}{5 \ln x + \sqrt[4]{x^7} + x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\log_{\sqrt{3}} x + e^{8-5x}}{7 + \sqrt[3]{1+2x^4} + x^8}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (5^x + \lg(9x^2 - 1)) \left( \sqrt[5]{(6-x)^2} + 4e^x \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt{\frac{6^x + \lg x}{\ln 2 + 3x^8}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[7]{5-3x} \cdot (e^{x^2+x} + 4 \lg x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Függvények érintőjének egyenlete

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az  $f(x) = 2x^3 + 1$  függvényt az  $y_0 = 55$  pontban érinti.
- b) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az  $f(x) = x^2 - x + 4$  függvényt egy olyan pontban érinti, aminek  $x$  koordinátája negatív,  $y$  koordinátája 24.
- c) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, amely érinti az  $f(x) = x^4 + 5x + 12$  függvényt és párhuzamos az  $y = -27x + 1$  egyenessel.
- d) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az  $f(x) = 2e^{x-4} + 5$  függvényt az  $y_0 = 7$  pontban érinti.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Van itt ez a függvény:  $f(x) = \sqrt[3]{\ln x + x^2}$ , és keressük az érintő egyenletét az  $x_0 = 1$  pontban.
- b) Van itt ez a függvény:  $f(x) = \sin(\ln x) + x$ , és keressük az érintő egyenletét az  $x_0 = 1$  pontban.
- c) Van itt ez a függvény:  $f(x) = \ln(\cos x) + e^{4x}$ , és keressük az érintő egyenletét az  $x_0 = 0$  pontban.
- d) Van itt ez a függvény:  $f(x) = \arctan x + e^x$ , és keressük az érintő egyenletét az  $x_0 = 0$  pontban.
- e) Van itt ez a függvény:  $f(x) = \arctan(\ln x)$ , és keressük az érintő egyenletét az  $x_0 = 1$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mely pontban, vagy pontokban párhuzamos egymással az  $f(x) = (x - 3)^2 + 7$  és a  $g(x) = 3 \ln x$  függvények érintője?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $f(x) = (x + 2)e^x$  függvény esetén az alábbiakat:

- a) paritását
- b) érintő egyenes egyenletét  $x_0 = -3$  helyen.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a függvény:  $f(x) = 2x \cdot \ln x$

És keressük az érintő egyenletét az  $x_0 = \sqrt{e}$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a függvény:  $f(x) = (x - 2)e^{2x-4}$

És adjuk meg az érintő egyenletét a függvény zérushelyén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Függvényvizsgálat, gazdasági feladatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Határozzuk meg az  $a, b, c$  valós paramétereket úgy, hogy az  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28$  függvénynek  $x = 2$ -ben zérushelye,  $x = -4$ -ben lokális maximumhelye,  $x = -1$ -ben pedig inflexiós pontja legyen!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Egy vasúti alagút építése során minél mélyebbre helyezik a nyomvonalat, annál hosszabb alagutat kell fúrni és maga az építkezés is egyre drágább lesz. Az eredetileg kijelölt nyomvonal 340 méteres tengerszintfeletti magasságban halad és az építési költség 5,6 milliárd svájci frank. A nyomvonal  $x$  méterrel mélyebbre helyezése az eredeti költséget ennyivel növeli:  $a(x) = 40x^4 + 160x^3$  frank.

A mélyebben futó nyomvonalnak az előnye, hogy az áthaladó vonatoknak a hegységben történő átkelés során kisebb szintkülönbséget kell megtenniük. Ennek évenkénti gazdasági haszna:  $p(x) = 80x^3$  frank.

Hogyha az alagút átadását követő 40 éves periódust vizsgálunk, hány méterrel lenne érdemes mélyebbre helyezni a nyomvonalat, hogy a lehető legnagyobb legyen a megtérülés?

b) Egy termék árbevétel függvénye  $R(x) = 12400x^2 - 4000x^3$ , a költségfüggvénye pedig  $C(x) = 400x^2 + 2000$ , ahol  $x$  a termék ára dollárban. Milyen egységár esetén maximális a profit és mekkora ez a profit?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 20000x^2 - 1000x^3 - 72000x$$

ahol  $x$  a termék árát jelöli euróban.

- Milyen ár esetén maximális az árbevétel?
- Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 5 eurós ár esetén?

Egy másik termék keresleti függvénye

$$f(x) = 260x^3 - 11x^4$$

ahol  $x$  a termék árát jelöli euróban.

A termék fajlagos költsége (tehát az egy termékre jutó költség) 12 euró.

- Milyen ár esetén lesz maximális a profit?
- Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 16 eurós és 21 eurós ár mellett?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 33x18 cm-es kartonlapból téglatest alakú dobozt készítünk. A doboz kiterített hálója és méretei itt láthatóak.

- Mekkora a doboz térfogata, ha  $a = 7$  cm?
- Hogyan kell megválasztani az  $a, b, c$  élek hosszát ahhoz, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 17$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2x^6 - 6x^4 + \sqrt{37}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sorsjegyből havonta átlagosan 5000 darabot értékesítenek. Egy darab sorsjegy ára 500 Ft, de ezt csökkenteni szeretnék. A sorsjegy ára 10 Ft-os lépésekben csökkenthető. Ha az ár  $n$ -szer 10 Ft-tal alacsonyabb lesz, akkor havonta  $10n^2$ -tel több sorsjegyet tudnak eladni ( $n \in \mathbb{N}^+$ ). Mi az az  $n$  érték, amelyre a sorsjegyek eladásából származó havi bevétel maximális?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény monotonitását. Adjuk meg, hol vannak a függvénynek lokális szélsőérték pontjai.

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 4x + \frac{2}{3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = e^x \cdot (x^2 - 3x + 2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg a  $g(x) = x^4 + 6x^3 - 60x^2 + 15x - 22$  függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{9x^2}{2} - 6x + \frac{1}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 2x + \pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 12x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = -x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Parciális deriválás, kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a)  $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b)  $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

a)  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b)  $f(x, y) = e^{x-2} - x + \ln(y^2 + 1)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = xy + 12$ , a feltétel:  $x^2 + y^2 = 8$

b)  $f(x, y) = 12 - x^2 - y^2$ , a feltétel:  $x - y - 4 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4 \rightarrow \min.$ , a feltétel:  $3x - y = 2$

b)  $f(x, y) = x + y + 4 \rightarrow \min.$ , a feltétel:  $x^2 + y^2 = 8$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$ , adjuk meg a szintvonalakat  $c = 0$ ,  $c = 5$ ,  $c = 10$  és  $c = 15$  esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = 5x^2 + 5y^2 \rightarrow \min.$ , a feltétel:  $x - y = 2$

b)  $f(x, y) = 10xy \rightarrow \max.$ , a feltétel:  $x + y = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$  függvény  $(2, 1)$  pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(0, 1, 1)$  pontban az  $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$  függvényhez húzott érintő az  $R(1, 0, 1)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$  iránymenti deriváltját a  $\underline{v} = (3, 4)$  irány szerint az  $(1, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$  implicit függvény deriváltját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az  $A$  típusú eladási ára  $\$x$  a  $B$  típusúé  $\$y$ , akkor az alkalmazott áráktól függően az  $A$  típusból  $f(x, y) = 29 - 3x + y$ , a  $B$  típusból pedig  $g(x, y) = 16 + x - 4y$ , az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az  $A$  típusú termék előállításának költsége  $\$2$ /darab míg a  $B$  típusúé  $\$1$ /darab?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = xy^2 - y^2 - 2 \ln(xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = (x^2 - 6x) \cdot (y^2 - 4y) \quad x, y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk föl az érintősík egyenletét a  $P(2, 5, f(2, 5))$  pontban!

$$f(x, y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk föl az érintősík egyenletét a  $P(1, -1, f(1, -1))$  pontban!

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos a  $z = 3x + 2y - 7$  síkkal és az  $f(x, y) = 2x^3y - y^2 + 3x$  függvényt érinti!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(0, 2, 1)$  pontban, az  $f(x, y) = e^{\alpha x} + y \cdot \ln(xy^2 + 1)$  függvényhez húzott érintő az  $R(1, 3, 1)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(1, 0, f(1, 0))$  pontban, az  $f(x, y) = \alpha \cdot x^2 \cdot e^y + y \cdot \ln(xy^2 + \alpha)$  függvényhez húzott érintő az  $R(0, 1, 2)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az  $f(x, y) = 2x \ln(x^2 - xy^2 - 4)$  függvény totális deriváltját a  $P(5, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = yx^5 - 2xy^3 + 4x - 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5y + e^{2x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \arctan(y^x)$  gradiensét a  $P_0(1, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \sin(\ln(y^x))$  gradiensét a  $P_0(3, 1)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \cos \ln(x^y)$  gradiensét a  $P_0(7, 1)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$g(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Határozatlan és határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a)  $f(x) = 2x$       $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b)  $f(x) = x^2$       $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c)  $\int_0^1 x^2 dx = ?$

d)  $\int_0^1 e^x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{1}{x^3} dx = ?$

b)  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

c)  $\int \frac{1}{4x+5} dx = ?$

d)  $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

e)  $\int (3x + 7)^{10} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int (4x - 10)^6 dx = ?$

b)  $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}} dx = ?$

c)  $\int \frac{1}{5x-4} dx = ?$

d)  $\int e^{4x-6} dx = ?$

e)  $\int 5^{-2x+4} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\cos \frac{x}{4} dx = ?$

b)  $\sin \frac{2x-3}{5} dx = ?$

c)  $\frac{1}{\cos^2(5x+6)} dx = ?$

d)  $\frac{1}{\sin^2(5-4x)} dx = ?$

e)  $\frac{1}{1+(6-5x)^2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int 42 \cdot x^3 dx = ?$

b)  $\int \frac{x^4}{100} dx = ?$

c)  $\int x^5 + \frac{1}{x} dx = ?$

d)  $\int (x^2 + \sqrt{x}) \cdot x dx = ?$

e)  $\int (x^5 + x^4) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int (x^4 + x)^6 \cdot (4x^3 + 1) dx = ?$

b)  $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3) dx = ?$

c)  $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x} dx = ?$

d)  $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int (e^{4x} + x^4)^{100} \cdot (4e^{4x} + 4x^3) dx = ?$

b)  $\int (x^2 + 3) \cdot 12x dx = ?$

c)  $\int (4x^2 + 5)^6 \cdot x dx = ?$

d)  $\int (2x^2 + 7)^5 \cdot 3x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \sqrt[5]{(x^4 + 2x^2)^7} \cdot (x^3 + x) dx = ?$

b)  $\int (x^4 + x^3)^8 \cdot (16x^3 + 12x^2) dx = ?$

c)  $\int \frac{5x^4 + 6}{(x^5 + 6x)^8} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8} dx = ?$

b)  $\int \frac{4x^3 + 5}{\sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8}} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^{2x} + x}{(\sqrt[5]{x^2 + e^{2x}})^4} dx = ?$

d)  $\int \frac{3x^3 + 9}{\sqrt[3]{(x^4 + 12x)^7}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} dx = ?$$

$$b) \int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} dx = ?$$

$$c) \int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} dx = ?$$

$$d) \int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} dx = ?$$

$$b) \int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} dx = ?$$

$$c) \int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$$

$$b) \int \cos(x^2 + 1) \cdot 2x dx = ?$$

$$c) \int 5^{4x^2+11} \cdot 8x dx = ?$$

$$d) \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

$$a) \int e^{x^4+12x} \cdot (x^3 + 3) dx = ?$$

$$b) \int \frac{5^{7 \tan x}}{\cos^2 x} dx = ?$$

$$c) \int \frac{x}{e^{x^2}} dx = ?$$

$$d) \int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

b)  $\int \frac{5^x}{1+25^x} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = ?$

d)  $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{x^{100}+4x^5+6x+1}{x} dx = ?$

b)  $\int \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + 4 \cdot \sqrt[6]{x^5} + \sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x^5}} dx = ?$

c)  $\int \frac{e^{-x}+x^4}{e^{-x} \cdot x^4} dx = ?$

d)  $\int \frac{x+3}{x-2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{3x+4}{x-2} dx = ?$

b)  $\int \frac{8x+5}{2x+3} dx = ?$

c)  $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

d)  $\int \tan^2 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{2x}{x^2+9} dx = ?$

b)  $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x} dx = ?$

c)  $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = ?$

d)  $\int \frac{x}{2x^2+5} dx = ?$

e)  $\int \frac{6x}{x^2+7} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a)  $\int \frac{5x}{4x^2+9} dx = ?$

b)  $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

c)  $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx = ?$

d)  $\int \tan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a)  $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az  $f(x) = x^2 - 4x$  függvény és az  $x$  tengely között van a  $[0, 6]$  intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a)  $\int_1^\infty \frac{5}{x^4} dx = ?$

b)  $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2} dx = ?$

c)  $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4} dx = ?$

d)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a)  $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

b)  $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg a  $p > 0$  paraméter értékét úgy, hogy  $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20) dx = 0$  teljesüljön!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora az a terület, amit az  $f$  függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f$  integrálható függvény a  $[0, a]$  intervallumon, és primitív függvénye  $F$ . Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_0^2 \frac{1}{2-x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_2^\infty \frac{4}{x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény

Egy céltábla sugara 50 cm. Azt a távolságot, hogy ilyen távol lövünk a céltábla középpontjától, jelöljük  $X$ -szel. Tegyük föl, hogy a céltáblát biztosan eltaláljuk.

a)  $P(X < 10) = ?$

b)  $P(X < 20) = ?$

c)  $P(X < x) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Lehet-e  $X$  [valószínűségi változó](#) sűrűségfüggvénye az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x < 0 \\ 1 - x, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

b) Milyen  $A$  paraméter esetén lesz  $f(x)$  [sűrűségfüggvény](#)?

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x}, & \text{ha } x < 0 \\ Ax^2, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Csináljunk  $F(x)$ -ből  $f(x)$ -et.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}e^{2x-4}, & \text{ha } x < 2 \\ 1 - \frac{1}{x^2}, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adott az  $X$  [valószínűségi változó](#) eloszlásfüggvénye, állítsuk elő a sűrűségfüggvényt.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{2x}, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{2} + x - \frac{x^2}{2}, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

b) Itt volna a [sűrűségfüggvény](#) és állítsuk elő az eloszlásfüggvényt!

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{ha } x \leq 0 \\ 1 - x, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$F(x)$  egy [eloszlásfüggvény](#).

$$F(x) = \begin{cases} A + 2^{x-2}, & \text{ha } x < 1 \\ B - \frac{1}{x^2+1}, & \text{ha } 1 \leq x \end{cases}$$

$$A = ? \quad B = ? \quad P(0 < X < 2) = ? \quad f(x) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{3x-6}, & \text{ha } x < 2 \\ 0, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ? \quad P(1 < X < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{x+1}}, & \text{ha } 0 < x \leq 8 \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$F(x) = ? \quad P(0 < X < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sorsjegy ára 200 forint és minden ötödik sorsjegy nyer. Pista bácsinak 800 forintja van és addig veszi a sorsjegyeket, amíg nem nyer - vagy amíg el nem fogy a pénze. Jelentse  $X$  a vásárolt sorsjegyek számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy repülőtéren a leszálló gépeknek néha várakozniuk kell, hogy legyen szabad leszállópálya. A várakozási idő legfeljebb egy óra lehet, a várakozási időt az  $X$  [valószínűségi változó](#) írja le órában kifejezve, melynek sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{ha } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban cédulákat helyezünk el. Egy darab 1-es, két darab 2-es és három darab 3-as feliratút. A dobozokból két cédulát húzunk és jelentse  $X$  a húzott cédulákon szereplő számok összegét. Adjuk meg az eloszlást és az eloszlásfüggvényt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{Ax}{\sqrt{x^2+16}}, & \text{ha } 0 < x < 3 \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^4}, & \text{ha } x < -1 \\ x + 1, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ e^{-6x}, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

$$F(x) = ? \quad P(X < 4) = ? \quad P(|X - 5| < 3) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} Ax \cdot e^{-3x^2}, & \text{ha } 0 > x \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ? \quad P(X < 4) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x)$  egy [sűrűségfüggvény](#).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A \ln x}{x}, & \text{ha } 1 < x < e \\ 0, & \text{máshol} \end{cases}$$

$$A = ? \quad F(x) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobozban van 2 piros, 3 sárga és 1 kék labda. Kiveszünk három darabot visszatevés nélkül. Jelentse  $X$  a húzott piros labdák számát. Adjuk meg az eloszlást, eloszlásfüggvényt, várható értéket és szórást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

## Várható érték és szórás

3 darab 10 dollárossal befektetési terveink vannak, egy rulett segítségével. A terv a következő: felteszünk 10 dollárt a pirosra. Ha nyer, akkor megdupláztuk a 10 dollárt és abbahagyjuk a játékot. Namost, ha veszít, akkor újabb 10 dollárt teszünk a pirosra, és ha ezúttal nyerünk, akkor szintén abbahagyjuk a játékot. Ha másodszorra sem nyerünk, akkor az utolsó 10 dollárt is felrakjuk a pirosra. A kérdés az, várhatóan mennyi pénzünk lesz a tranzakció végén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a várható értékét és szórását:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^4}, & \text{ha } x \leq -1 \\ -x^2 - 2x, & \text{ha } -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{ha } 0 < x \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki, hogy hány esős napra számítsunk egy nyaralóhelyen, hogyha öt napig vagyunk ott és ezek a kilátások...

3% az esélye annak, hogy mindegyik nap esni fog. Aztán 9% az esélye, hogy csak 4 nap fog esni, 24%, hogy 3 nap fog esni, 40%, hogy 2 nap fog esni, 16%, hogy 1 nap fog esni, és 8%, hogy egyik nap sem fog esni.

b) Egy vadrezervátumban 3 hím oroszlán él. Az illegális vadászat miatt 40% eséllyel 5 éven belül mindegyik elpusztul, 30% eséllyel 2 oroszlán pusztul el és 20% eséllyel egy. Ha átköltöztetik az oroszlánokat egy biztonságosabb területre, akkor a tapasztalatok szerint az állatok harmada pusztul el a költöztetés miatt, a többiek életben maradnak. Átköltöztessük-e az oroszlánokat, ha azt szeretnénk, hogy 5 év múlva a lehető legtöbben legyenek életben?

c) Négy dobókockával dobunk. Ha az első kockával 1-est dobunk, akkor nyerünk 10 dollárt. Ha a dobás nem 1-es, akkor dobhatunk a második kockával. Ha a második kockával 1-est dobunk, a nyeremény 20 dollár. Hogyha azzal sem 1-est dobunk, akkor jöhet a harmadik kocka. Ha a harmadik kockával 1-est dobunk, a nyeremény 30 dollár. De ha azzal se, akkor dobhatunk a negyedik kockával is. Hogyha ez végre 1-es, a nyeremény 40 dollár. Ha ez sem egyes, akkor vége a játéknak és nem nyertünk semmit. Ha 8 dollárba kerül, hogy játszassunk egy ilyen játékot, megéri-e játszani?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok várható értéke és szórása?

b) Két dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok összegének várható értéke és szórása?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Elemér és Huba egy dobókocka játékot játszanak. Huba annyi dollárt ad Elemérnek, amennyi a dobott szám kétszerese, Elemér pedig annyit ad Hubának, amennyi a dobott szám négyzete. Melyikünk kedvez a játék?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ötös lottón, egy hasábon 5 számot kell beikszelnünk 1-től 90-ig. Ha nulla vagy egy számot találunk el, akkor nem nyerünk semmit. Két találat esetén a nyeremény 700 Ft, hármas találatnál 10 ezer Ft, négyes esetén 789 ezer Ft, az ötös pedig 535 millió Ft-ot fizet. Mennyi a nyereményünk várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Két kockával dobva mennyi a dobott számok nem nagyobbikának várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy magasugró versenyen a versenyzők 0,8 valószínűséggel ugorják át a léceket. Minden versenyző háromszor próbálkozhat. Mivel könnyen megeshet, hogy nem rajongunk a magasugró versenyekért, így nem teljesen alaptalan az a kérdés, hogy 12 versenyző esetén várhatóan hány ugrást kell megtekintenünk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adott az  $X$  [valószínűségi változó](#) sűrűségfüggvénye.

- a) Mekkora a várható értéke?
- b) Mekkora a szórás?
- c) Mekkora az  $Y = 3 - 2X$  várható értéke és szórása?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Markov és Csebisev egyenlőtlenségek

Ha egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, mekkora a valószínűsége, hogy az egyik órában

- a) legalább 250-et ad el?
- b) 200-nál kevesebbet ad el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy újságárus óránként 64 darab újságot szokott eladni, a szórás pedig 8 darab. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy az újságos által eladott lapok száma 50 darab és 78 darab közé esik.
- b) Egy üzemben 150 mm hosszú csavarokat gyártanak 2 mm szórással. Egy csavar selejtes, ha 146 mm-nél rövidebb vagy 154 mm-nél hosszabb. Adjunk becslést a selejtarányra.
- c) Egy bankba óránként általában 120 ügyfél érkezik, a szórás 10. Adjunk becslést annak valószínűségére, hogy egy adott órában 100 és 150 közé esik az ügyfelek száma.
- d) Egy sí üdülőhelyen a téli szezonban hetente átlag 300 cm hó esik, a szórás 60 cm. Ha 50 cm-nél kevesebb hó esik, akkor a túl kevés hó miatt le kell zárni egy bizonyos pályát. Ugyanezt a pályát 480 cm feletti hóesésnél lavinaveszély miatt kell lezárni. Adjunk becslést a pálya lezárásának valószínűségére.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Hányszor kel dobnunk a kockával ahhoz, hogy a hatos dobás valószínűségét a relatív gyakoriság 0,1-nél jobban megközelítse az esetek 95%-ában?
- b) Hányszor kell feldobnunk egy érmét ahhoz, hogy a fej dobások valószínűségét a relatív gyakoriság 0,05-nél jobban megközelítse legalább 0,9 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

## Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások

- a) Egy úton 30 nap alatt 12 napon történt baleset. Ebből a 30 napból kiválasztunk egy hetet, mi a valószínűsége, hogy ezen a héten 2 balesetes nap van?
- b) Egy úton 30 napból átlag 12 balesetes nap van. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 balesetes nap van?
- c) Egy úton 30 nap alatt átlag 12 baleset történik. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 baleset van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik.

- a) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt éppen 2-en érkeznek?
- b) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt legfeljebb 2-en érkeznek?
- c) Mi a valószínűsége, hogy 5 perc alatt legalább 2-en érkeznek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Valaki egy telefonhívást vár, ami 2 óra és 7 óra között érkezik, minden időpontban ugyanakkora valószínűséggel. Mekkora a valószínűsége, hogy 4-ig hívják?
- b) Egy bankba általában 12 ügyfél érkezik óránként. Mekkora valószínűséggel telik el 10 perc úgy, hogy nem jön senki?
- c) Egy bankban az ügyfelek napi száma normális eloszlású, 560 fő várható értékkel és 40 fő szórással. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az ügyfelek száma egy adott napon 616-nál kevesebb?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy benzinkúthoz óránként átlag 12 autó érkezik. Mekkora a valószínűsége, hogy 10 perc alatt három autó érkezik? Mekkora a valószínűsége, hogy két autó érkezése közt legalább 10 perc telik el?
- b) Egy földterületen átlagosan 16 havonta van a Richter-skála szerinti 5-ösnél erősebb földrengés. Mi a valószínűsége, hogy egy év alatt két ilyen földrengés is van? Mi a valószínűsége, hogy két ilyen földrengés közt legalább három év telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

- a) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 5 év szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legfeljebb 8 évig működik?
- b) Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percn belül nem követ másik. Mi a valószínűsége, hogy 20 percig nem jön senki? Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?
- c) Egy üzletben 10 perc alatt átlagosan 5 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#). 10.00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10.12 és 10.15 között érkezik?
- d) Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), annak valószínűsége, hogy legalább 6 évig működik  $e^{-2}$ . Hány éves legyen a garancia idő, ha a termékek legfeljebb 20%-a hibásodhat meg a garanciaidőn belül?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy üzlet napi forgalma közelítőleg normális eloszlású [valószínűségi változó](#). A vásárlók átlagos száma 568 fő, a szórás 16 fő. Mekkora valószínűséggel lesz egy adott napon a vevők száma legfeljebb 600 fő?
- b) Egy határátkelőhelyen a várakozási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#), 18 perc várható értékkel. Annak valószínűsége, hogy az átkelésig legfeljebb 6 percet kell várni  $1 - \Phi(2, 4)$ . Mekkora a valószínűséggel tart legalább 20 percig a várakozás? Mekkora a valószínűsége, hogy 10 percnél több, de 20 percnél kevesebb ideig kell várni?
- c) Egy palackozó üzemben 1 literes ásványvizet töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött víz a várhatótól legfeljebb 25 milliliterrel eltér  $2\Phi(2) - 1$ . Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 3 évig működik?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 évnél tovább, de 5 évnél kevesebb ideig működik?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 3 éve működik, a következő 2 évben elromlik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankba az esetek 0,3%-ában nem érkezik ügyfél egy óra alatt. Az ügyfelek száma [Poisson](#) eloszlású.

- a) Mekkora az ügyfelek várható száma óránként?
- b)  $P(E(X) - D(X) < 2X < E(X) + D(X)) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy újságárus óránként 48 darab újságot szokott eladni, amiből átlag 36 napilap. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 10 perc alatt legfeljebb 2 napilapot ad el?
- b) 5 perc alatt éppen 7 újságot ad el?
- c) a 7 eladott újságból 4 napilap?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Annak a valószínűsége, hogy egy hírlapárus negyedóra alatt egyetlen lapot sem tud eladni  $e^{-6}$ .

- a) Mennyit szokott eladni átlagosan óránként?
- b) Mekkora valószínűséggel ad el félóra alatt 10 darabot?
- c) Legfeljebb milyen hosszú ideig nem tud eladni egyetlen lapot sem legalább 0,6 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy könyvben 100 oldalon átlag 80 nyomdahiba található. Mi a valószínűsége, hogy 10 egymást követő oldalon 7 hiba lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

- a) legfeljebb 2-en mennek át?
- b) legalább 2-en mennek át?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Az  $X$  valószínűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 10, szórása  $\sqrt{3}$ . Mekkora a  $P(X < 9)$ , a  $P(X > 12)$  és a  $P(10 < X < 15)$  valószínűség?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy tűzoltóságra átlagosan kétóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?
- b) egy 8:00-kor érkező riasztás után a következő 9:30 és 10:00 között érkezik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy ügyfélszolgálatra érkező segélyhívások száma [Poisson](#)-eloszlású, a köztük eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), annak valószínűsége, hogy 5 perc alatt érkezik hívás  $1 - e^{-2}$ .

- Hány hívás érkezik átlagosan óránként?
- Mekkora a valószínűsége, hogy fél óra alatt legalább három hívás érkezik?
- Mekkora a valószínűsége, hogy két hívás közt legalább 10 perc telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy este átlagosan óránként 10 hullócsillagot látni. Ha a hullócsillagok száma [Poisson](#)-eloszlást követ, mekkora a valószínűsége, hogy negyed óra alatt,

- kettőt látni?
- legfeljebb kettőt látni?
- legalább kettőt látni?
- legfeljebb milyen hosszú ideig nem látni egyetlen hullócsillagot sem legalább 0,7 valószínűséggel?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy szövet anyagában átlag 10 méterenként van apró hiba.

- Mi a valószínűsége, hogy egy 6 méteres darab hibátlan?
- Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágunk, akkor pontosan két hibás darab lesz?
- Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 6 méteres darabokra vágunk, akkor mind hibátlan lesz?
- Mi a valószínűsége, hogy ha 30 méternyi szövetet 5 méteres darabokra vágunk, akkor mind hibátlan lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Az  $X$  valószínűségi változó egyenletes eloszlású, várható értéke 20, szórása  $\sqrt{12}$ .

Mekkora a  $P(X < 9)$ , a  $P(X > 12)$  valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy mobiltelefon élettartama exponenciális eloszlású, 4 év várható élettartammal.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 8 évig működik?
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy 8 évnél tovább, de 10-nél kevesebb ideig működik?
- c) Mi a valószínűsége, hogy ha már 8 évig működik, a következő 2 évben elromlik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy termék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 4 év szórással.

- a) Mekkora valószínűséggel hibásodik meg a gyártástól számított 12 éven belül?
- b) Legfeljebb mekkora lehet a garanciaidő, ha a termékeknek legfeljebb 10%-át szeretnék garanciálisan javítani, vagy cserélni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy tűzoltóságra átlagosan négyóránként érkezik riasztás. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 8 óra alatt legfeljebb 2 riasztás érkezik?
- b) egy 10:00-kor érkező riasztás után a következő 11:00 és 12:00 között érkezik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik. Mi a valószínűsége, hogy

- a) 10 perc alatt legalább ketten érkeznek, ha az ügyfelek száma [Poisson](#) eloszlást követ?
- b) két ügyfél érkezése között 5 perc is eltelik, ha az eltelt idő exponenciális eloszlású?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 10 percen belül nem követ másik.

- a) Egy óra alatt várhatóan hány ügyfél érkezik?
- b) Mi a valószínűsége, hogy két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy üzletben két óra alatt átlagosan 30 vevő fordul meg. A vevők érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#).

- a) 10:00-kor érkezik egy vevő. Mi a valószínűsége, hogy a következő vevő 10:12 és 10:15 között érkezik?
- b) Ha a 10:00-kor érkező vevő után már 12 perce nem érkezett újabb vevő, mi a valószínűsége, hogy 10:15-ig érkezni fog?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy bankban az esetek negyedében fordul elő, hogy egy ügyfelet 5 percen belül nem követ másik.

- Egy óra alatt hány ügyfél érkezik?
- Mi a valószínűsége, hogy egy 10:00-kor érkező ügyfél után 10:12 és 10:17 között érkezik ügyfél?
- Mi a valószínűsége, hogy ha két ügyfél érkezése közt 15 perc is eltelik, akkor 20 percnél kevesebb telik el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vonatra való várakozási idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), óránként átlagosan 12 járat érkezik. Ha már 5 perce nem jött, mekkora valószínűséggel kell még legalább további 4 percet várni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy készülék élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#), száz ilyen készülékből átlagosan 55 hibásodik 400 üzemórán belül.

- Mekkora a készülék várható élettartama?
- Mekkora valószínűséggel lesz 10 készülékből 6 olyan, ami a várható élettartamnál tovább működik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy ügyfélszolgálatra óránként átlag 18 hívás fut be. Mi a valószínűsége, hogy

- 10 perc alatt legalább két hívás érkezik, ha a hívások száma [Poisson](#)-eloszlású?
- két hívás között 5 perc is eltelik, ha a hívások közt eltelt idő exponenciális eloszlású?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $X$  [valószínűségi változó](#) várható értéke 20, szórása 4. Lehet-e [Poisson](#), illetve [binomiális](#) eloszlású?

Ha igen, mekkora a  $P(X = 20)$  valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $X$  [valószínűségi változó](#) várható értéke 49, szórása 7. Lehet-e [Poisson](#), illetve [binomiális](#) eloszlású?

Ha igen, mekkora a  $P(X = 18)$  valószínűsége?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy kamionsofőr az esetek 36,8%-ában legalább két órát várakozik a határállomáson, a várakozási idő exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#).

- Mekkora az átlagos várakozási idő?
- Mennyi a valószínűsége, hogy egy adott esetben egy óránál kevesebbet kell várakoznia?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy készülök élettartama exponenciális eloszlású [valószínűségi változó](#) 5 év szórással.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen készülék legalább 8 évig működik?
- b) Ha egy ilyen készülék már legalább 8 éve működik, milyen valószínűséggel működik további legalább 3 évet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy úton 500 méterenként átlag 25 kátyú van. Mekkora a valószínűsége, hogy

- a) Egy 100 méteres szakasz hibátlan?
- b) Egy 100 méteres szakaszon legalább két kátyú van?
- c) Két kátyú távolsága legalább 250 méter, de legfeljebb 500 méter?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy iskolában a tanulók magasságának eloszlása normális, 12 cm szórással. Annak a valószínűsége, hogy egy tanuló 144 cm-nél alacsonyabb 0,159. Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanuló legalább 180 cm?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy teszt megírására 90 perc áll rendelkezésre, a megírási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 65 perc várható értékkel és 10 perc szórással. Mekkora valószínűséggel végez valaki kevesebb, mint háromnegyed óra alatt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy palackozó üzemben 1 literes gyümölcsleveket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött gyümölcslé a várhatótól legalább 25 milliliterrel eltér 0,0456. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy méteráru kiskereskedés által naponta eladott szövet hossza normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 45m várható értékkel és 5m szórással. Mi a valószínűsége, hogy valamely nyitvatartási napon az eladott szövet hossza a 40 métertől 10 méternél nagyobb mértékben tér el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy repülőtér átlagos napi forgalma 124 000 utas, a szórás 10 000, és a forgalom normális eloszlásúnak tekinthető.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy az utasok száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb a szórás kétszeresével tér el?
- b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy áruház átlagos havi forgalma 100 000 vevő, a szórás 10 000, és a vevők száma normális eloszlásúnak tekinthető.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy a vevők száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb 20%-kal tér el?  
 b) Adjunk becslést erre a valószínűségekre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csomagoló üzemben 900g-os üvegekbe töltenek mézeket.

- a) Legfeljebb mekkora szórást engedhetünk meg, ha az üvegekbe töltött méz mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) és annak valószínűsége, hogy egy üvegben a méz mennyisége nem 890g és 910g közé esik legfeljebb 0,1096 valószínűségű lehet?  
 b) Adjunk becslést a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üvegbe töltött folyadék mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 1 liter várható értékkel.

- a) Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a folyadék mennyisége 990ml-nél kevesebb  $1 - \Phi(2)$ ?  
 b) Mi a valószínűsége, hogy egy 12 üveget tartalmazó csomagban legalább 2 üveg tartalma legfeljebb 990ml?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csomagolóüzemben 500g-os konzerveket töltenek 2g szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy 20 darabos csomagban legalább 18 konzerv 494 és 506 gramm közé esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Valamely üzletben a vásárlók száma jó közelítéssel normális eloszlású [valószínűségi változó](#). Öt nyitvatartási napból átlagosan egyszer szokott előfordulni, hogy a vásárlók száma kevesebb, mint 40. Mekkora a vásárlók átlagos száma, ha a szórás 12?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy palackozó üzemben 1,5 literes ásványvizet töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött ásványvíz a várhatótól legfeljebb 24 milliliterrel tér el  $2\Phi(3) - 1$ . Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)