

## Könnyű függvényvizsgálat és szélsőértékfeladatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Határozzuk meg az  $a, b, c$  valós paramétereket úgy, hogy az  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28$  függvénynek  $x = 2$ -ben zérushelye,  $x = -4$ -ben lokális maximumhelye,  $x = -1$ -ben pedig inflexiós pontja legyen!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Egy vasúti alagút építése során minél mélyebbre helyezik a nyomvonalat, annál hosszabb alagutat kell fúrni és maga az építkezés is egyre drágább lesz. Az eredetileg kijelölt nyomvonal 340 méteres tengerszintfeletti magasságban halad és az építési költség 5,6 milliárd svájci frank. A nyomvonal  $x$  méterrel mélyebbre helyezése az eredeti költséget ennyivel növeli:  $a(x) = 40x^4 + 160x^3$  frank.

A mélyebben futó nyomvonalnak az előnye, hogy az áthaladó vonatoknak a hegységben történő átkelés során kisebb szintkülönbséget kell megtenniük. Ennek évenkénti gazdasági haszna:  $p(x) = 80x^3$  frank.

Hogyha az alagút átadását követő 40 éves periódust vizsgálunk, hány méterrel lenne érdemes mélyebbre helyezni a nyomvonalat, hogy a lehető legnagyobb legyen a megtérülés?

b) Egy termék árbevétel függvénye  $R(x) = 12400x^2 - 4000x^3$ , a költségfüggvénye pedig  $C(x) = 400x^2 + 2000$ , ahol  $x$  a termék ára dollárban. Milyen egységár esetén maximális a profit és mekkora ez a profit?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 20000x^2 - 1000x^3 - 72000x$$

ahol  $x$  a termék árát jelöli euróban.

- Milyen ár esetén maximális az árbevétel?
- Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 5 eurós ár esetén?

Egy másik termék keresleti függvénye

$$f(x) = 260x^3 - 11x^4$$

ahol  $x$  a termék árát jelöli euróban.

A termék fajlagos költsége (tehát az egy termékre jutó költség) 12 euró.

- Milyen ár esetén lesz maximális a profit?
- Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 16 eurós és 21 eurós ár mellett?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy 33x18 cm-es kartonlapból téglatest alakú dobozt készítünk. A doboz kiterített hálója és méretei itt láthatóak.

- Mekkora a doboz térfogata, ha  $a = 7$  cm?
- Hogyan kell megválasztani az  $a, b, c$  élek hosszát ahhoz, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 17$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2x^6 - 6x^4 + \sqrt{37}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Egy sorsjegyből havonta átlagosan 5000 darabot értékesítenek. Egy darab sorsjegy ára 500 Ft, de ezt csökkenteni szeretnék. A sorsjegy ára 10 Ft-os lépésekben csökkenthető. Ha az ár  $n$ -szer 10 Ft-tal alacsonyabb lesz, akkor havonta  $10n^2$ -tel több sorsjegyet tudnak eladni ( $n \in \mathbb{N}^+$ ). Mi az az  $n$  érték, amelyre a sorsjegyek eladásából származó havi bevétel maximális?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény monotonitását. Adjuk meg, hol vannak a függvénynek lokális szélsőérték pontjai.

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 4x + \frac{2}{3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = e^x \cdot (x^2 - 3x + 2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Vizsgáljuk meg a  $g(x) = x^4 + 6x^3 - 60x^2 + 15x - 22$  függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{9x^2}{2} - 6x + \frac{1}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 2x + \pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 12x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = -x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---