

## Determináns, adjungált, kvadratikus alakok

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrix](#) determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az alábbi mátrixnak milyen  $p$  paraméter esetén létezik inverze, milyen  $p$  paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen  $p$  paraméterre lesz az  $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$  egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrixok](#) adjungáltjait.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrix](#) inverzét az adjungált segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert az adjungált segítségével.

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk az alábbi determinánsokat.

$$\text{a) } \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 25 \\ 1 & 27 & 8 & 125 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & 1 & -8 & 27 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vannak itt ezek a [mátrixok](#), döntsük el, hogy milyen definitiek.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $A$  mátrixhoz és  $\underline{x}$  vektorhoz tartozó kvadratikus alakokat.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

c) Adott a  $Q(\underline{x})$  kvadratikus alak, határozzuk meg ebből az  $A$  mátrixot.

$$Q(\underline{x}) = 5x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_1x_2 + 7x_1x_3 - 6x_2x_3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el az alábbi kvadratikus alakok definittségét.

a)  $Q(\underline{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3$

b)  $Q(\underline{x}) = -5x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---