Hatványozás, logaritmus, exponenciális és logaritmusos egyenletek

Végezzük el ezeket a műveleteket a hatványazonosságok segítségével.

a) $\left(\frac{\left(u^4 \cdot u^2\right)^3}{u^{20}}\right)^5 = ?$

b) $\sqrt[6]{\left(\frac{u^4}{v^4}\right)^3} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\log_3 81 = ?$

b) $\log_8 2 = ?$

c) $\log_8 16 = ?$

d) $\log_{81} 27 = ?$

e) $3^x = 7 \qquad x = ?$

f) $4^{x+3} + 5 = 13 \qquad x = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bob laborjában baktériumok tenyésztésével foglalkozik. A baktériumok mennyiségének alakulását ez a képlet adja meg:

$R = 5 \cdot 2^x$

Itt x jelöli az eltelt időt órában megadva és R pedig azt jelenti, hogy x óra elteltével hány milligramm baktérium van a tenyészetben.

Hány óra alatt lesz a tenyészetben 30 milligramm baktréium?

b) Egy másik baktériumok mennyiségének alakulását ez a függvény írja le:

$K(t) = K_0 \cdot \sqrt{3}^{\frac{t}{24}}$

Itt K_0 azt jelenti, hogy hány milligramm baktérium volt kezdetben, t az eltelt idő percben, $K(t)$ pedig azt adja meg, hogy t idő múlva hány milligramm baktérium van a tenyészetben.

Kezdetben 5 milligramm baktérium volt a tenyészetben. Mennyi lesz másfél óra múlva?

Hány perc alatt lesz 54 milligramm baktérium a tenyészetben, ha kezdetben 12 milligramm volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+5}=\left(\frac{9}{16}\right)^{x-3}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-4}=\left(\frac{4}{9}\right)^{x-10}$

c) Egy baktériumtenyészet generációs ideje 25 perc, ami azt jelenti, hogy ennyi idő alatt duplázódik meg a baktériumok száma a tenyészetben. Kezdetben 5 milligramm baktérium volt a tenyészetben. Mekkora lesz a tömegük két óra múlva?

d) Egy másikfajta baktérium generációs ideje 12 perc, vagyis 12 percenként duplázódik meg a baktériumok száma. Egy tenyészetben 736 milligramm baktérium van. Mennyi idő telt el azóta, amikor még csak 23 milligramm volt a tenyészetben?

e) A radioaktív anyagok felezési ideje azt jelenti, hogy mennyi idő alatt csökken a radioaktív anyagban az atommagok száma a felére. A 239-plutónium felezési ideje például 24ezer év, a 90-stronciumé viszont csak 25 év.

Ez a remek kis képlet adja meg a radiaktív bomlás során az atommagok számát az idő függvényében:

$$N(t)=N_0\cdot e^{-\lambda t}$$

Egy 90-stronciummal szennyezett területen hány százalékkal csökken 40 év alatt a radioaktív atommagok száma? Hány százalékkal csökken 100 év alatt a 90-stroncium mennyisége? $\lambda=0,0277$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) A radiaktív anyagok felezési ideje azt jelenti, hogy mennyi idő alatt csökken a radioaktív anyagban az atommagok száma a felére. A 239-plutónium felezési ideje például 24 ezer év, a 90-stonrciumé viszont csak 25 év.

Ez a csinos kis képlet adja meg a radioaktív bomlás során az atommagok számát az idő függvényében t = évek száma):

$$N(t)=N_0\cdot e^{-\lambda t}$$

Egy 90-stronciummal szennyezett területen hány százalékkal csökken 40 év alatt a radioaktív atommagok száma? Mennyi idő alatt csökken a 90%-ára a 90-stonrcium mennyisége?

A T felezési idő 25 év, és az alábbi összefüggés áll fenn:

$$T=\frac{\ln 2}{\lambda}$$

b) Egy anyagban a radioaktív atommagok száma 30 év alatt 12%-kal csökken. Mekkora a felezési idő? Mennyi idő alatt csökken 50%-ról 10%-ra az anyagban található radioaktív atomok száma?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $4^{5-x} = 16^{3x-1}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-4} = \sqrt[3]{\left(\frac{9}{16}\right)^{x-3}}$

c) $\sqrt[3]{16^x} = 4^{3x-14}$

d) $\sqrt[3]{144^x} = \sqrt{\frac{1}{12^{10-3x}}}$

e) $2^{x+5} + 7 = 7 \cdot 2^{x+3} + 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 56$

b) $3^x 3^4 + 5 = 4 \cdot 3^{x+2} + 3^x + 49$

c) $3^{x-4} \cdot 16 = 4^{x-4} \cdot 9$

d) $9^x - 7 \cdot 3^{x+2} = 19 \cdot 3^x - 81$

e) $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket.

a) $16^{x-3} \leq 8^{x+2}$

b) $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} \leq 117$

c) $\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^{2x+5} \leq \left(\frac{4}{7}\right)^{3x-2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket

a) $\log_3 x + \log_3 16 = 4$

b) $\log_4 x + \log_4 (x-4) = \log_4 5$

c) $\log_3 (x-13) + \log_3 (x+11) = 4$

d) $\log_2 (x-3) + \log_2 (x-7) = \log_2 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket

a) $\log_2(x+11)-\log_2(x-2)=3+\log_2 5$

b) $\log_3^2 x-7\cdot\log_3 x+12=0$

c) $\log_5\frac{x}{25}+\log_5^2 x=4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket

a) $\log_3(x+5)=\log_3(x-2)+2$

b) $\lg(x+7)^2-\lg(3x+1)=\lg 16$

c) $\lg(x-2)+\lg(x+5)=\lg 18$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő logaritmusos egyenlőtlenségeket.

a) $\log_{\sqrt{5}}(x+4)-\log_{\sqrt{5}}12\geq\log_{\sqrt{5}}x-1)$

b) $\log_2(x-5)-\log_2(x+4)\geq 3$

c) $\log_{\frac{5}{\sqrt{26}}}\left(x^2+16\right)\leq\log_{\frac{5}{\sqrt{26}}}(9x-4)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

a) $(0,125)^{3-4x}=\frac{1}{32}$

b) $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}=120$

c) $4^x+4^{x+1}+4^{x+2}=336$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $3^{x-4}\cdot 16=4^{x-4}\cdot 9$

b) $4^{x-3}\cdot 144=12^{x-3}\cdot 16$

c) $2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}=3^x+3^{x+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezeket az exponenciális egyenlőtlenségeket.

a) $27^{x+2} \leq 9^{x-3}$

b) $2^{x+2} + 6 \cdot 2^{x} > 40$

c) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2x-1} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{5x+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt az exponenciális egyenlőtlenséget.

$4^{x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 < 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$\sqrt[3]{4^{x}} = \sqrt{2^{3x+1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi exponenciális egyenletet.

$2^{\sqrt{x}+2} - 2^{\sqrt{x}+1} = 12 + 2^{\sqrt{x}-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$5 \cdot 2^{\sqrt{x}+1} - 24 = 4 \cdot 2^{\sqrt{x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

a) $2 \cdot 9^{x} + 2 = 20 \cdot 3^{x-1}$

b) $16^{x} + 16 - 4^{x+2} = 4^{x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$5 \cdot 2^{\sqrt{x}+1} - 56 = 3 \cdot 2^{\sqrt{x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$3^{x+1}+3^{2-x}=28$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

a) $2^{x+1}+3\cdot 2^{1-x}=5+2^{x}$

b) $\frac{2^{x}}{2^{x}+4}=\frac{32}{4^{x}-16}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$\sqrt{9^{x}-8\cdot 3^{x}}=3^{x+1}-24$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt az exponenciális egyenlőtlenséget.

$4^{x}-3\cdot 2^{x+1}+8<0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt az exponenciális egyenlőtlenséget.

$9^{x+1}-28\cdot 3^{x}+3\leq 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$x\ln x-3x=0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$\ln^{2}x+\ln x-2=0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$\log_{5}\frac{x^{2}-1}{x+3}=\log_{5}(x+9)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_2 x + 8 \cdot \log_x 2 = 6$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_2 (x+3)^x = 4x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_2 (x+5) + \log_2 (x-3) = 1 + \log_2 \left(x^2+9\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_5 x + 1 = 3 \log_x 5x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$x^2 \cdot \log_2 x - 3x^2 = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
