

## Lineáris leképezések

Adjuk meg az x tengelyre való tükrözés mátrixát  $\mathbb{R}^2$ -ben.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tükrözzük az x tengelyre a  $\underline{v}$  vektort, ha

$$\text{a) } \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ és a bázis vektorok: } \underline{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ és } \underline{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ és a bázis vektorok: } \underline{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ és } \underline{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

$$\text{a) } \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \varphi \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 \\ b \end{pmatrix} \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{b) } \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \varphi \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ 0 \end{pmatrix} \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{c) } \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \varphi \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ a \cdot b \\ c \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \varphi \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját:

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \varphi \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát, adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját.

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \varphi \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-c \\ c-a \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a  $\mathbb{R}^2$ -ben az x tengelyre tükrözés, az origó középpontú  $\alpha$ -szögű forgatás, és az origóra tükrözés mátrixait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A sík transzformációi közül melyek dimenzió tartó transzformációk?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [mátrixok](#) közül melyek hasonlóak.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Létezik-e olyan  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  lineáris transzformáció, mely az  $(1, 0)$  vektorhoz, az  $(1, 1)$  vektorhoz, és az  $(1, 2)$  vektorhoz is az  $(1, 2)$  vektort rendeli? Ha igen, adjuk meg a mátrixát.

b) Létezik-e olyan  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  lineáris transzformáció, mely az  $(1, 2)$  vektorhoz, az  $(5, 4)$  vektorhoz, és a  $(3, 3)$  vektorhoz is a  $(2, 1)$  vektort rendeli? Ha igen, adjuk meg a mátrixát.

c) Létezik-e olyan  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  lineáris transzformáció, mely az  $(1, 2)$  vektorhoz, a  $(2, 5, 5)$  vektort, és a  $(2, 1)$  vektorhoz is a  $(4, 1, 1)$  vektort rendeli? Ha igen, adjuk meg a mátrixát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  lineáris transzformáció az  $(1, 2)$  és a  $(3, 4)$  vektorhoz is az  $(5, 6)$  vektort rendeli. Írjuk fel  $\varphi$  mátrixát, majd határozzuk meg  $\dim \operatorname{Im} \varphi$  és  $\dim \operatorname{Ker} \varphi$  értékét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adott egy  $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  lineáris transzformáció mátrixa. Határozzuk meg  $\dim \operatorname{Im}\varphi$  és  $\dim \operatorname{Ker}\varphi$  értékét.

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---