MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

GAZDASÁGI MATEK 2 tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 14.

Tartalomjegyzék

Mátrixok és vektorok

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{l} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a)

$A \cdot \underline{l} =?$

$\underline{l}^T \cdot A =?$

b) Mi történik, ha beszorozzuk az A mátrixot az $\underline{e}_2$ egységvektorral?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy áruszállító cég hat különböző országba szállít 5-féle terméket. Az A mátrix azt írja le, hogy az egyes országokba hány darabot szállítanak a különböző termékekből. A B mátrix pedig a szállítási költséget adja meg termékenként és országonként EUR-ban.

$$A = \begin{pmatrix} 450 & 67 & 765 & 310 & 70 \\ 610 & 87 & 964 & 510 & 88 \\ 480 & 72 & 710 & 321 & 76 \\ 756 & 75 & 864 & 412 & 91 \\ 656 & 96 & 689 & 311 & 56 \\ 340 & 24 & 457 & 233 & 23 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 8 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Írjuk föl mátrixműveletek segítségével ezeket:

1) A Németországba (2. sor) szállított termékek száma összesen.

2) A 4-es termékből (4. oszlop) Svájcba (3. sor) szállított mennyiség.

3) A 2-es termék (2. oszlop) Olaszországba (5. sor) szállításának összköltsége.

4) A Németországba (2. sor) szállított összes termék teljes szállítási költsége.

5) Az összes elszállított termék.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$E = < 2\ 5\ 7 >$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C^*$

d) $\underline{b^*} \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d^*}$

f) A^2

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad C = < 3\ 2\ 1 >$$

a) $A + I) \cdot C = ?$

b) $(2\underline{b} + \underline{e}_1) \cdot \underline{b}^T = ?$

c) $(C^2 - I) \cdot A = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + I = X + 2B \quad X = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + 2X = (B + I)A + X \quad X = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány mátrix és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) $A \cdot B = ?$

b) $B \cdot A = ?$

c) $A \cdot \underline{c} = ?$

d) $A^T \cdot \underline{c} = ?$

e) $\underline{c} \cdot \underline{d}^T = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Determináns, adjungált

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

b) $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

c) $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok adjungáltjait.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét az adjungált segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert az adjungált segítségével.

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk az alábbi determinánsokat.

a) $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{pmatrix}$

b) $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 25 \\ 1 & 27 & 8 & 125 \end{pmatrix}$

c) $\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & 1 & -8 & 27 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorterek, független és összefüggő vektorok

Vektorteret alkotnak-e?

a) Komplex számok

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen R^3-ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen R^3-ban
1		
2		
3		
4		
5		

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in R^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}, \underline{c}-\underline{a}$ is lineárisan független.

d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ is lineárisan független.

e) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.

f) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^3-nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \middle| \begin{matrix} a, b, c, d \in R \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{matrix} \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V-ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy vektorteret alkotnak-e...

a) Harmadfokú polinomok a valós számok felett.

b) Legfeljebb harmadfokú polinomok.

c) Azok a polinomok, amiknek az x=2 gyöke.

d) Azok a legfeljebb harmadfokú polinomok, amiknek az x=2 és az x=3 is gyöke.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bontsuk fel a $\underline{v}$ vektort az $\underline{a}, \underline{b}$ és $\underline{c}$ vektorokkal párhuzamos komponensekre.

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Egy síkban vannak-e az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok?

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ R^n-beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy V altere-e R^3-nak, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist V-ben.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 : 3x - 7y + 4z = 0 \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjuk meg a dimenziószámát és egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in R^4 : 5x_1 - 8x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyenek $\underline{u}, \underline{v}$ és $\underline{w}$ lineárisan független vektorok R^n-ben. A p valós paraméter milyen értékeire teljesül, hogy az $\underline{a} = \underline{u} - \underline{v}, \underline{b} = \underline{u} + \underline{w}, \underline{c} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}, \underline{d} = p \cdot \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ vektorok szintén lineárisan függetlenek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorokból álló vektorrendszer bázis-e R^3-ban, és ha igen, akkor határozzuk meg a $\underline{d}$ vektor koordinátavektorát eszerint a bázis szerint.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi, R^3-beli vektorok generált alterét. Amennyiben ez az eltér egyenes vagy sík, adjuk meg az egyenletét vagy egyenletrendszerét.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 13 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -12 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 9 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az R^n-beli $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok lineárisan függetlenek. Igaz-e, hogy ekkor az $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{a} + \underline{b} + 3\underline{c}, 3\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$ vektorok is biztosan lineárisan függetlenek?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Alteret akot-e R^2-ben azon (x, y) vektorok halmaza, melyekre teljesül, hogy $x^2 = y^2$?

b) Alteret akot-e R^3-ban azon (x, y, z) vektorok halmaza, melyekre teljesül, hogy $xy = yz$?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg R^4-ben egy, az $\underline{u}$, $\underline{v}$, és $\underline{w}$ vektorokat tartalmazó bázist, majd írjunk fel ebben a bázisban az $\underline{a}$ koordinátavektorát.

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 11 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok rangja és inverze

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$

$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$
$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$
$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$
$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$
$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$
$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$
$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$
$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg Gauss-Jordan eliminációval az alábbi egyenletrendszereket.

a)

$$2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 4$$
$$3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 27$$
$$4x_1 + x_2 - 3x_3 = 7$$

b)

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 4$$
$$3x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 16$$
$$x_1 + 7x_2 - 18x_3 - 6x_4 = -8$$

c)

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 9$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 10$$
$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a mátrix. Számoljuk ki a rangját, és döntsük el, hogy teljes oszloprangú vagy teljes sorrangú-e.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrix rangját, keressük meg az oszlop-vektorterének egy bázisát, és adjuk meg ebben a bázisban az A mátrix oszlopvektorainak koordinátáit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 & 2 & 10 \\ 3 & 9 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -9 & 8 & 19 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 = 8$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 - 28x_4 = 23$$

$$5x_1 + 3x_2 - x_3 - 31x_4 = 14$$

$$2x_1 + p \cdot x_4 = q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek.

Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$

$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$

$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$

$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$

$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$

$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$

$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

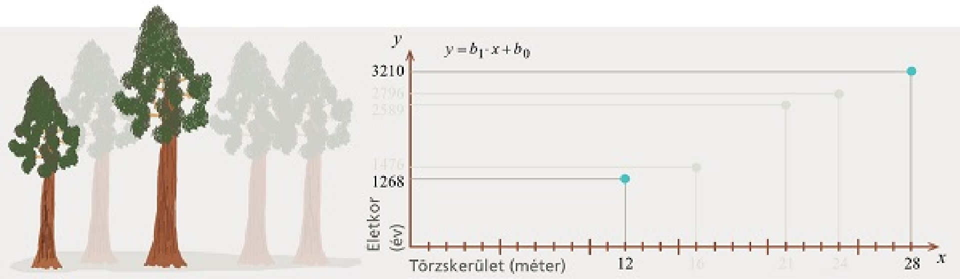
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legkisebb négyzetek módszere, legjobb lineáris közelítés

Mamutfenyők törzskerületével és életkorával kapcsolatos összefüggést vizsgálunk.

Az öt fán végzett mérések adatait arra fogjuk használni, hogy készítsünk belőlük egy függvényt, ami képes lesz megmondani a törzs kerületéből a fa életkorát.

Adjuk meg azt a lineáris függvényt, ami a két kiemelt ponton átmegy.

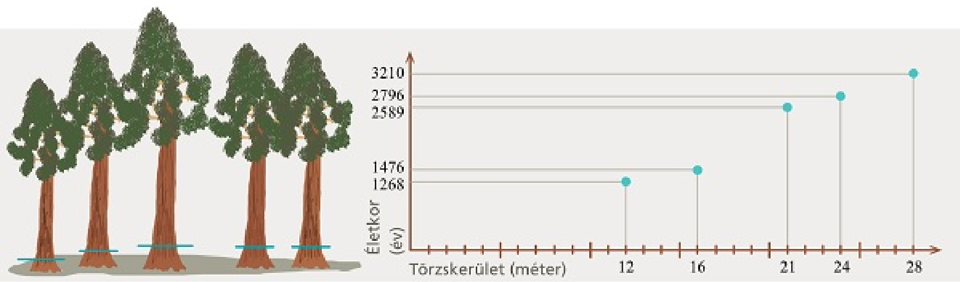


[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Mamutfenyők törzskerületével és életkorával kapcsolatos összefüggést vizsgálunk.

Az öt fán végzett mérések adatait arra fogjuk használni, hogy készítsünk belőlük egy függvényt, ami képes lesz megmondani a törzs kerületéből a fa életkorát.

Adjunk lineáris közelítést a mamutfenyők életkorának megállapítására a legkisebb négyzetek módszerével.

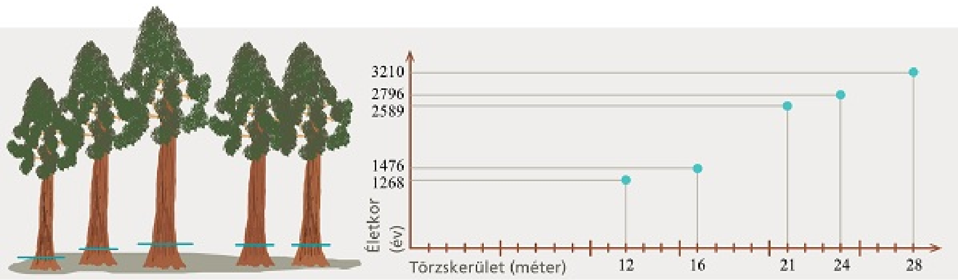


[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Mamutfenyők törzskerületével és életkorával kapcsolatos összefüggést vizsgálunk.

Az öt fán végzett mérések adatait arra fogjuk használni, hogy készítsünk belőlük egy függvényt, ami képes lesz megmondani a törzs kerületéből a fa életkorát.

Adjunk lineáris közelítést a mamutfenyők életkorának megállapítására a mátrixos megoldással.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Európa néhány országában megvizsgáltuk az egy főre jutó GDP-t és a 100 főre jutó személyautók számát.

Adjuk meg az adatsorra legjobban illeszkedő lineáris függvényt.

Ország	x GDP/fő (ezer EUR)	y Személyautók (db / 100 fő)
Ausztria	54	57
Csehország	31	54
Franciaország	45	48
Görögország	23	57
Olaszország	37	70
Németország	50	61
Svájc	94	54

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Négy diákot megkérdeztek, hogy hány órát tanultak a matekvizsgájukra és hány százalékot értek el. A válaszaik alapján készült ez a táblázat.

Tanulási idő (óra)	1	2	3	4
Vizsgaeredmény (százalék)	0	20	50	60

Adjuk meg az adatsorra legjobban illeszkedő lineáris függvényt, és készítsünk egy becslést arra, hogy 5 órányi tanulással hány százalékosra lehet megírni a vizsgát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az optimális megoldásait ennek az egyenletrendszernek:

$$2x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$-2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az optimális megoldásait ennek az egyenletrendszernek:

$$-2x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$$

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 5$$

$$-x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 1$$

b) Keressük meg azt a megoldást, amire teljesül, hogy $|\underline{x}|$ minimális.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Lineáris leképezések

Adjuk meg az x tengelyre való tükrözés mátrixát R^2 -ben.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tükrözzük az x tengelyre a $\underline{v}$ vektort, ha

a) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

a) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 \\ b \end{pmatrix} \qquad a, b \in R$

b) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ 0 \end{pmatrix} \qquad a, b \in R$

c) $R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ a \cdot b \\ c \end{pmatrix} \qquad a, b, c \in R$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a, b, c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját:

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a, b, c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát, adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-c \\ c-a \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a R^2-ben az x tengelyre tükrözés, az origó középpontú α-szögű forgatás, és az origóra tükrözés mátrixait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sík transzformációi közül melyek dimenzió tartó transzformációk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi mátrixok közül melyek hasonlóak.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Létezik-e olyan $\varphi : R^2 \to R^2$ lineáris transzformáció, mely az $(1,0)$ vektorhoz, az $(1,1)$ vektorhoz, és az $(1,2)$ vektorhoz is az $(1,2)$ vektort rendeli? Ha igen, adjuk meg a mátrixát.

b) Létezik-e olyan $\varphi : R^2 \to R^2$ lineáris transzformáció, mely az $(1,2)$ vektorhoz, az $(5,4)$ vektorhoz, és a $(3,3)$ vektorhoz is a $(2,1)$ vektort rendeli? Ha igen, adjuk meg a mátrixát.

c) Létezik-e olyan $\varphi : R^2 \to R^3$ lineáris transzformáció, mely az $(1,2)$ vektorhoz, a $(2,5,5)$ vektort, és a $(2,1)$ vektorhoz is a $(4,1,1)$ vektort rendeli? Ha igen, adjuk meg a mátrixát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $\varphi : R^2 \to R^2$ lineáris transzformáció az $(1,2)$ és a $(3,4)$ vektorhoz is az $(5,6)$ vektort rendeli. Írjuk fel φ mátrixát, majd határozzuk meg $\dim Im\varphi$ és $\dim Ker\varphi$ értékét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adott egy $\varphi : R^3 \to R^3$ lineáris transzformáció mátrixa. Határozzuk meg $\dim Im\varphi$ és $\dim Ker\varphi$ értékét.

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

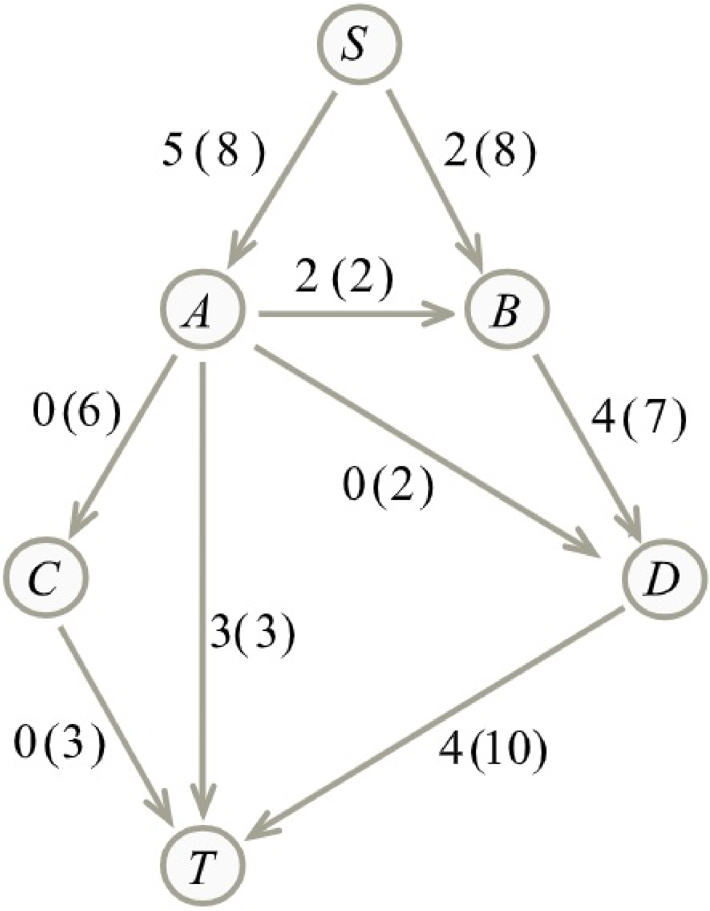
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Maximális folyam, minimális vágás, Ford-Fulkerson algoritmus

Itt egy csőrendszer, melyet irányított gráffal jelölünk.

Úgy tűnik, hogy 5+2=7 egység víz indul S-ből és 0+3+4=7 egység is érkezik meg.

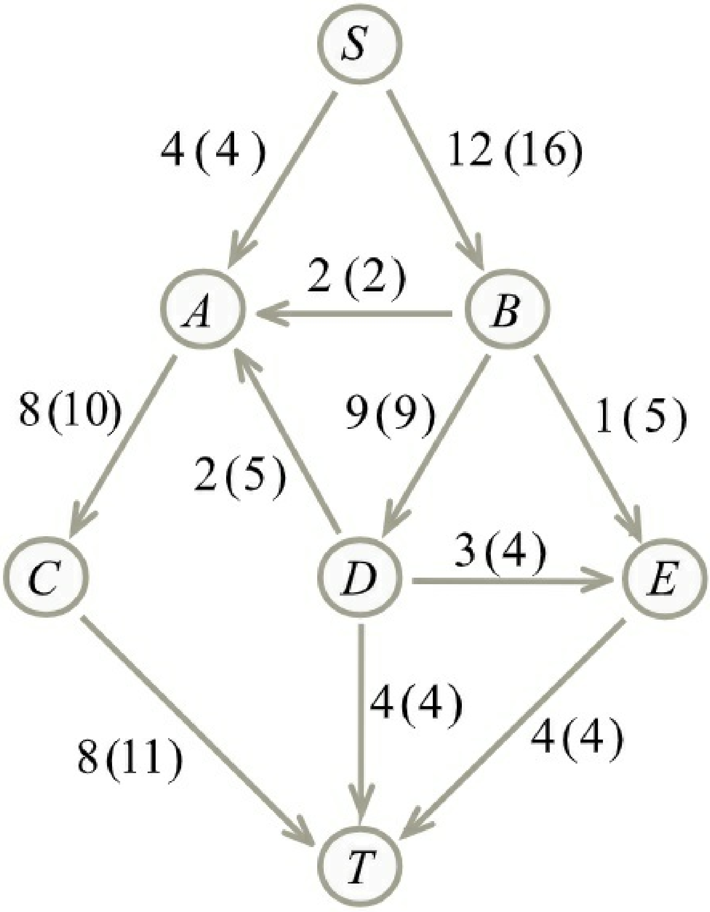
Próbáljunk meg ezen javítani.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a hálózat az élek kapacitásaival, és egy hálózatban futó folyammal.

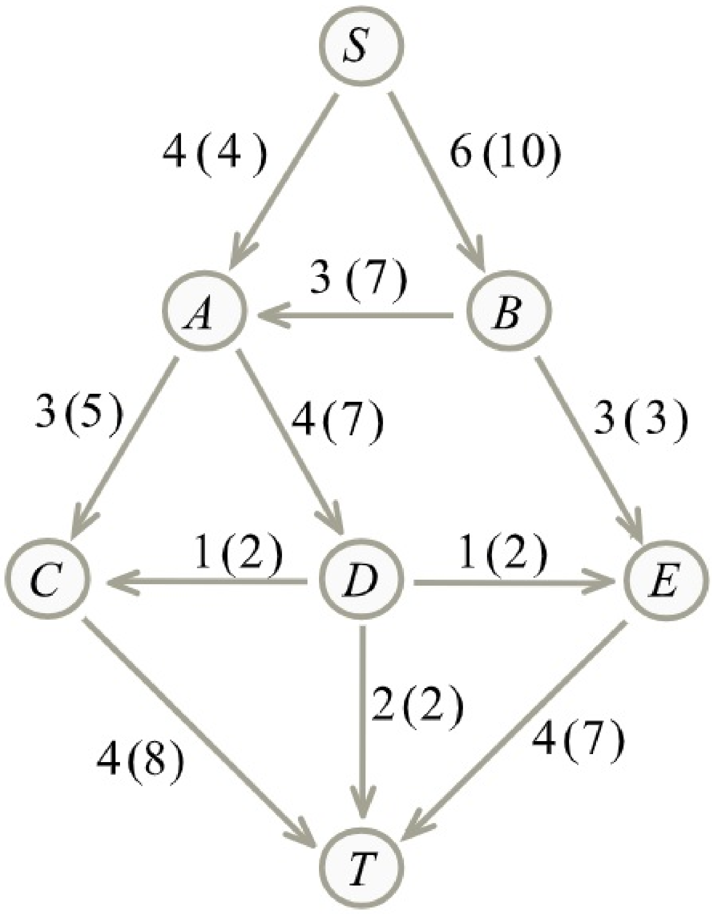
Ebből a folyamból kiindulva keressük meg az S-ből T-be vezető maximális folyamot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a hálózat, benne egy folyammal.

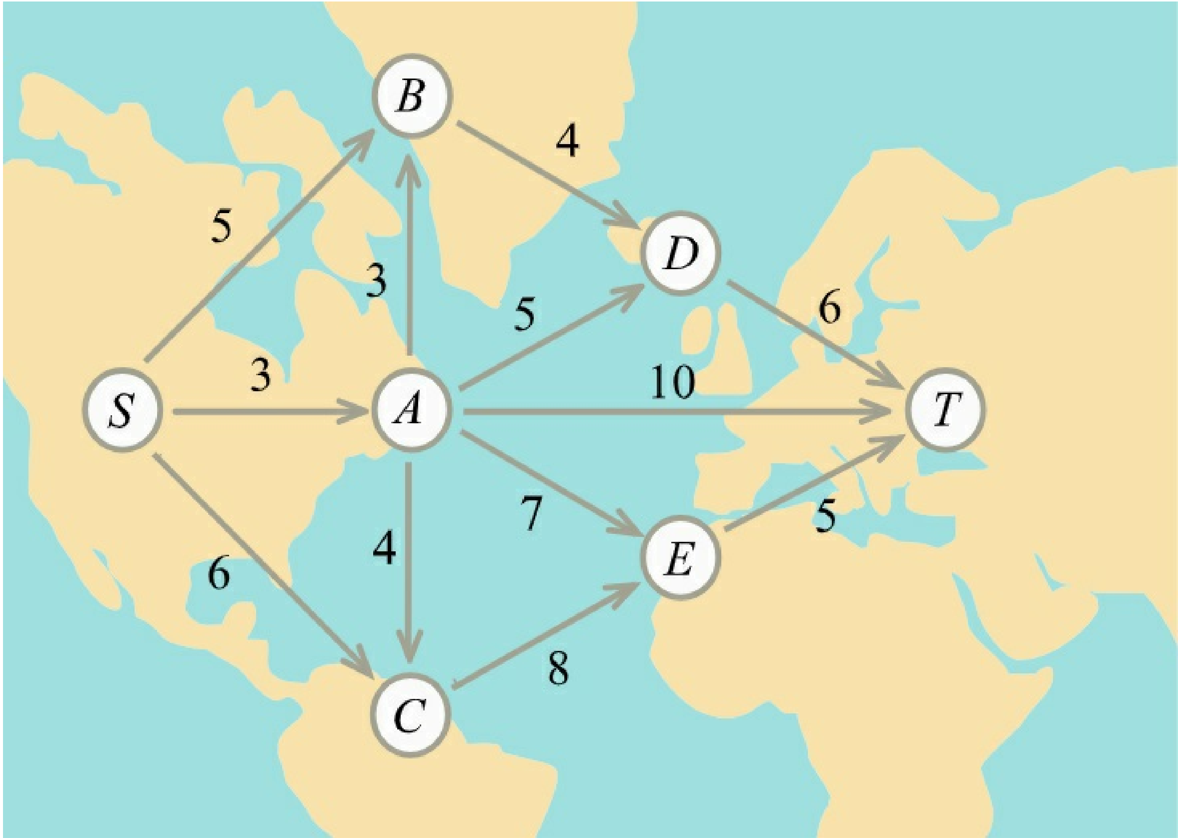
Készítsük el a javító gráfot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

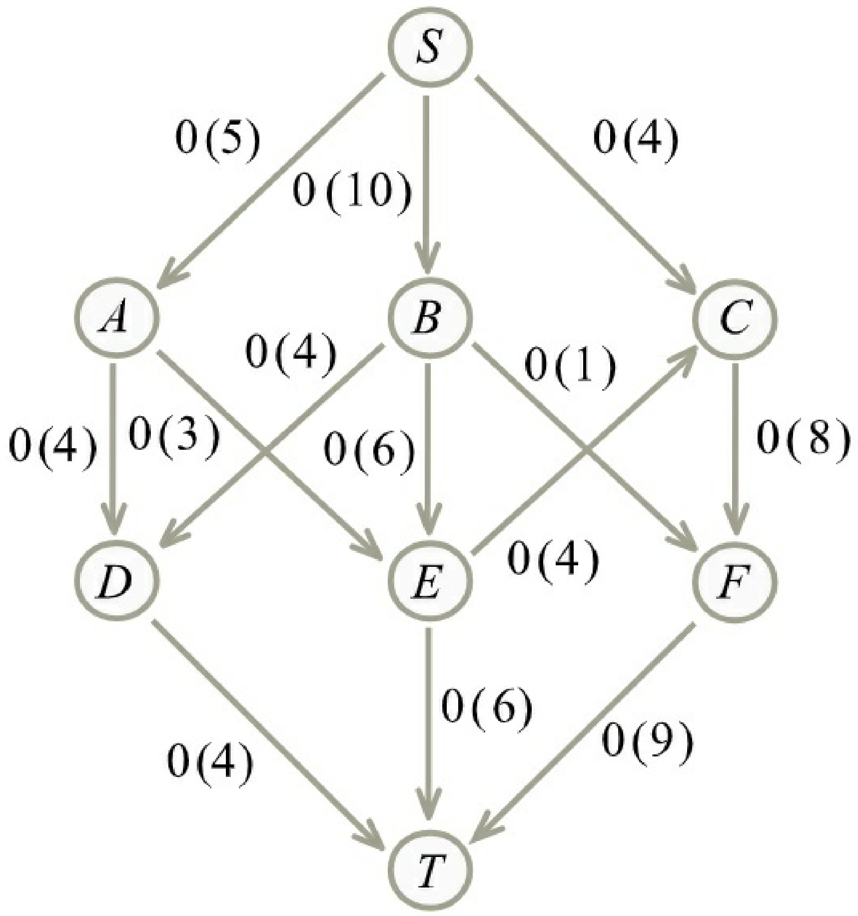
Történetünk lényege, hogy szeretnénk eljutni repülővel S-ből T-be, és ezek közül az útvonalak közül választhatunk.

Adott minden járat menetideje, a kérdés pedig az, hogy mennyi ideig fog tartani az út, és mennyi időnk lesz átszállni a repülőtereken.



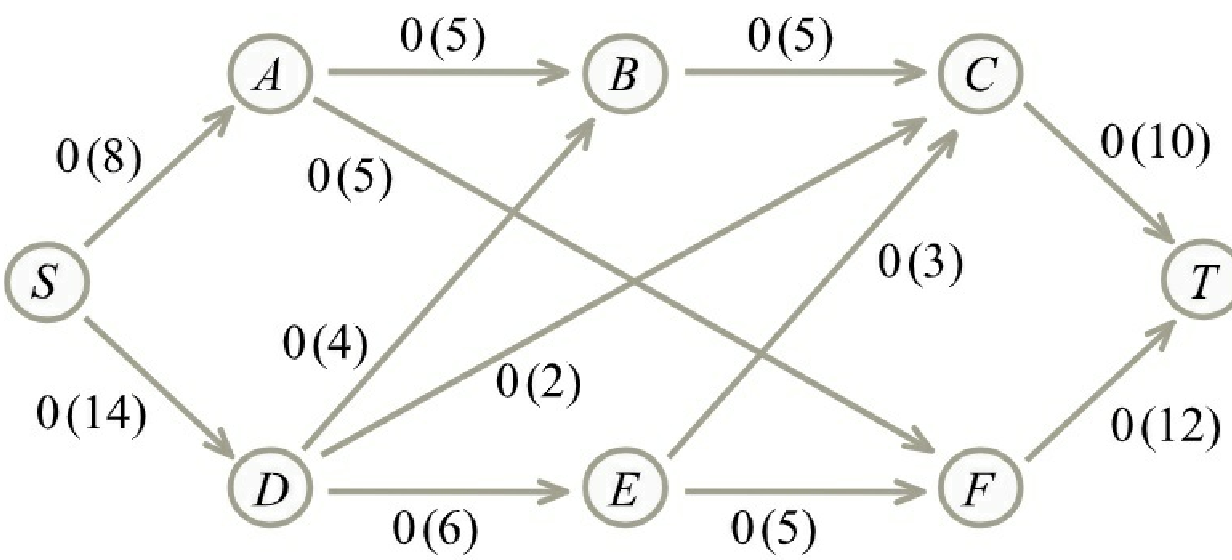
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



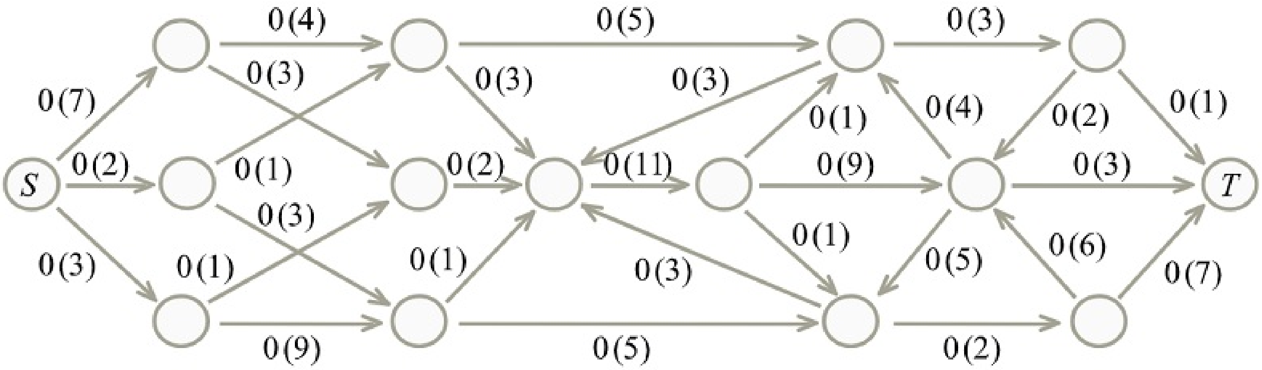
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



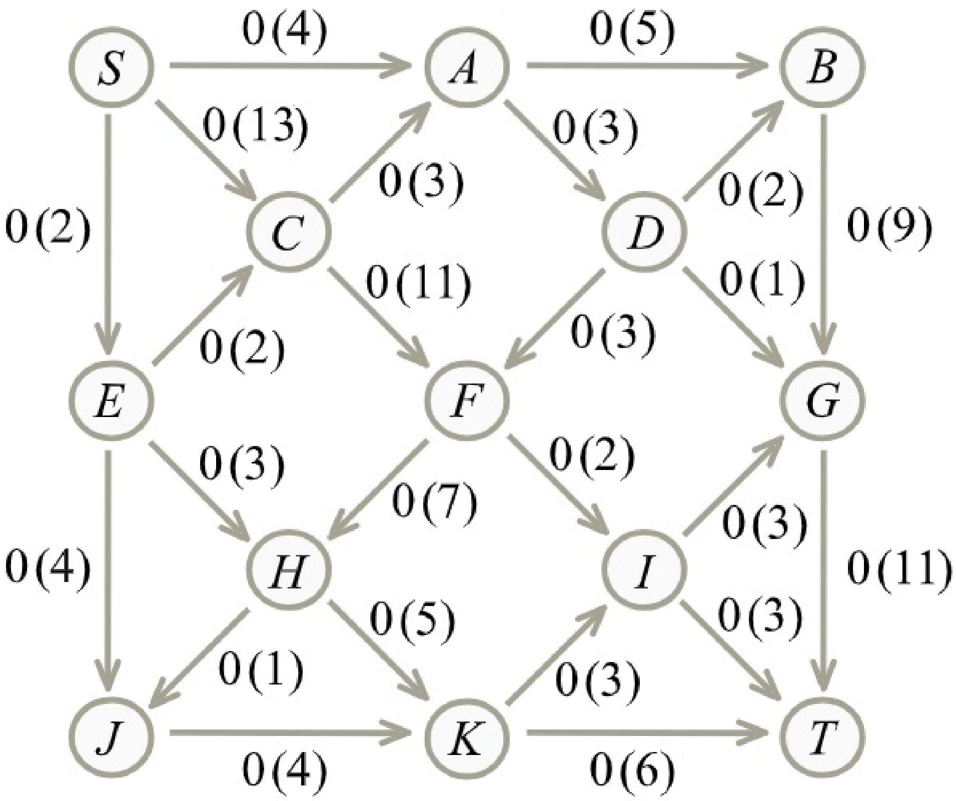
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



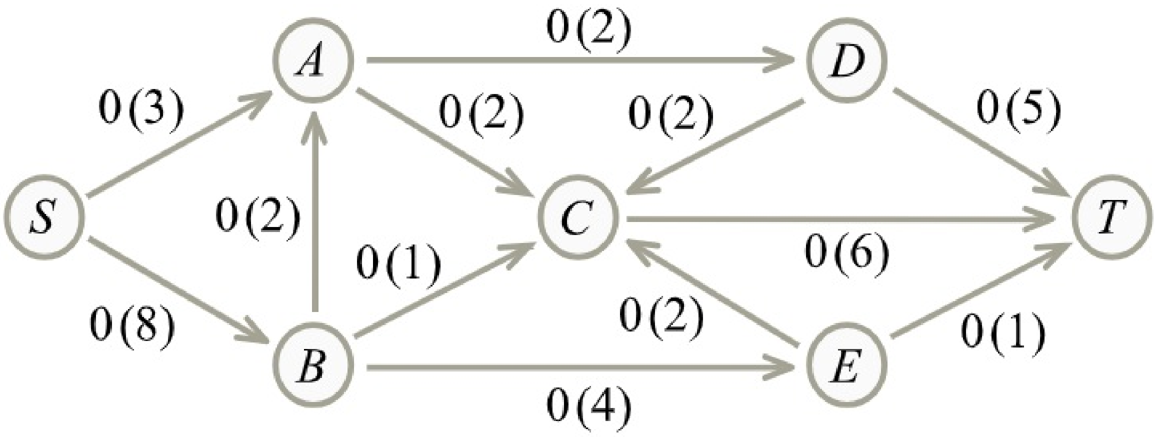
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



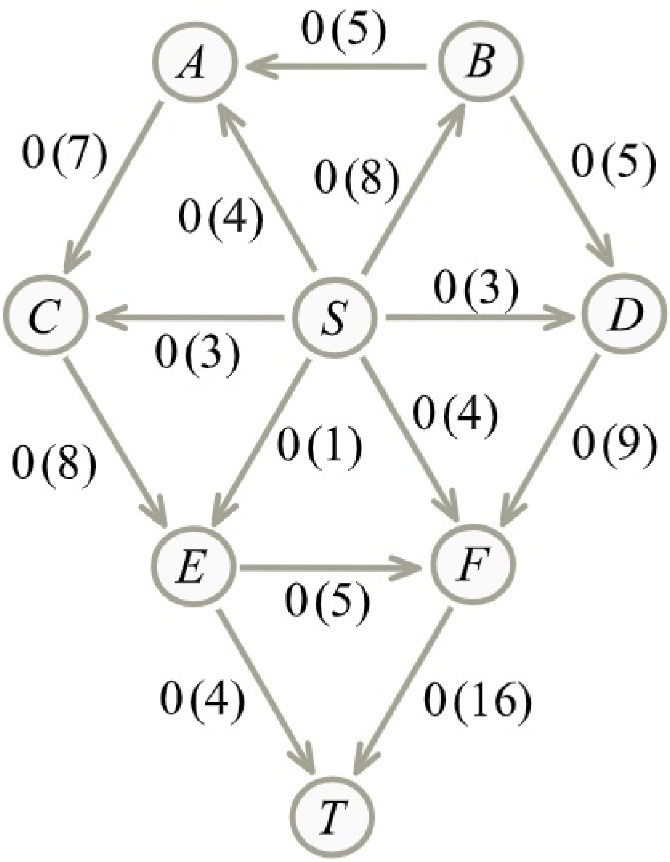
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



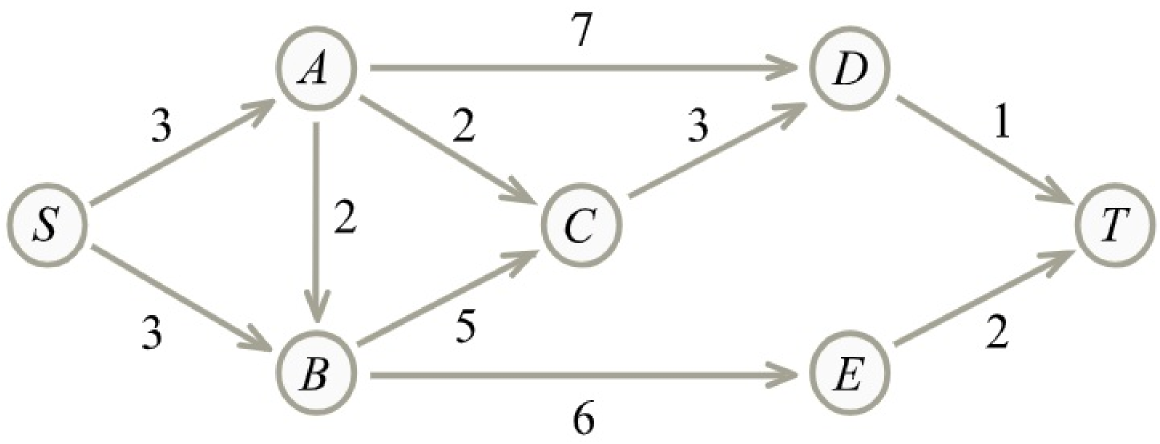
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



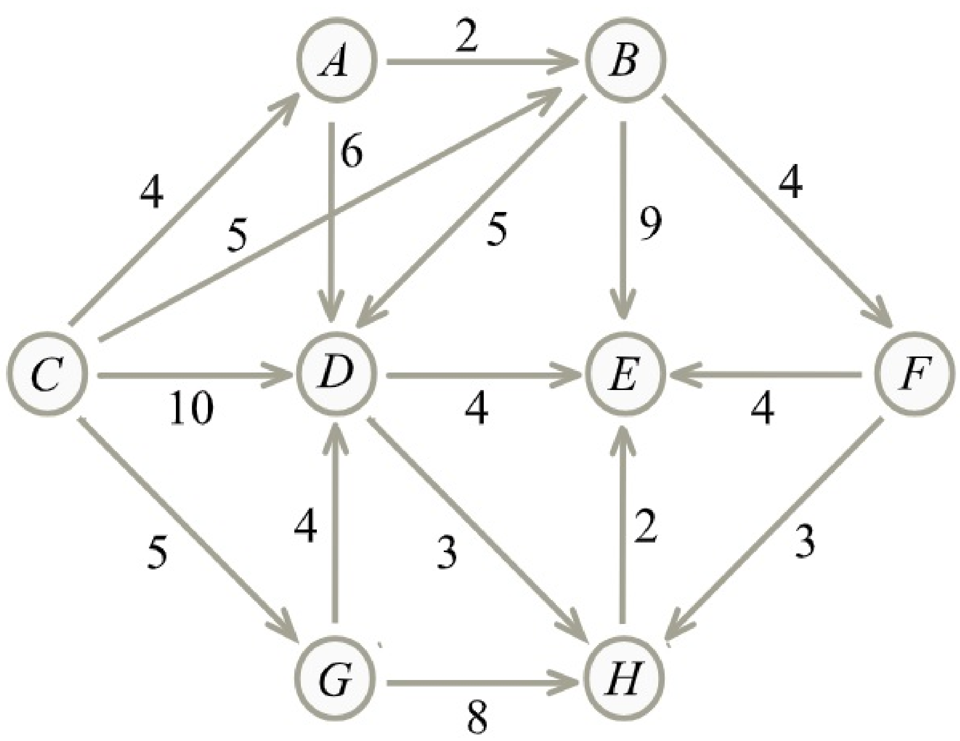
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



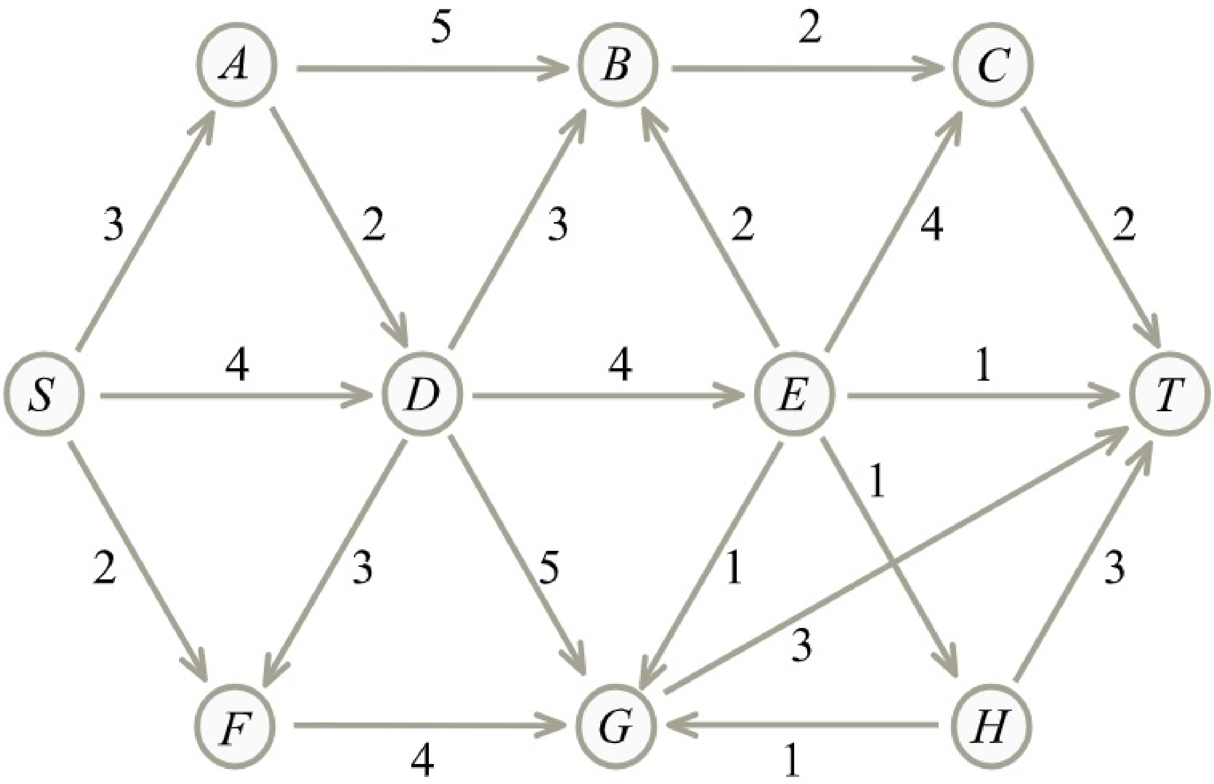
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



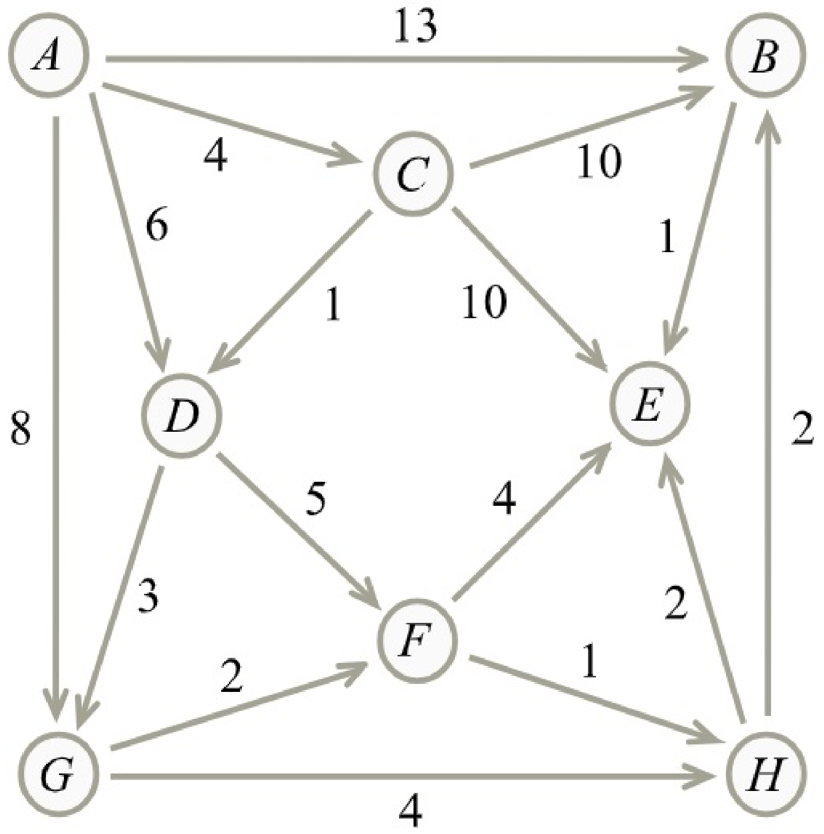
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



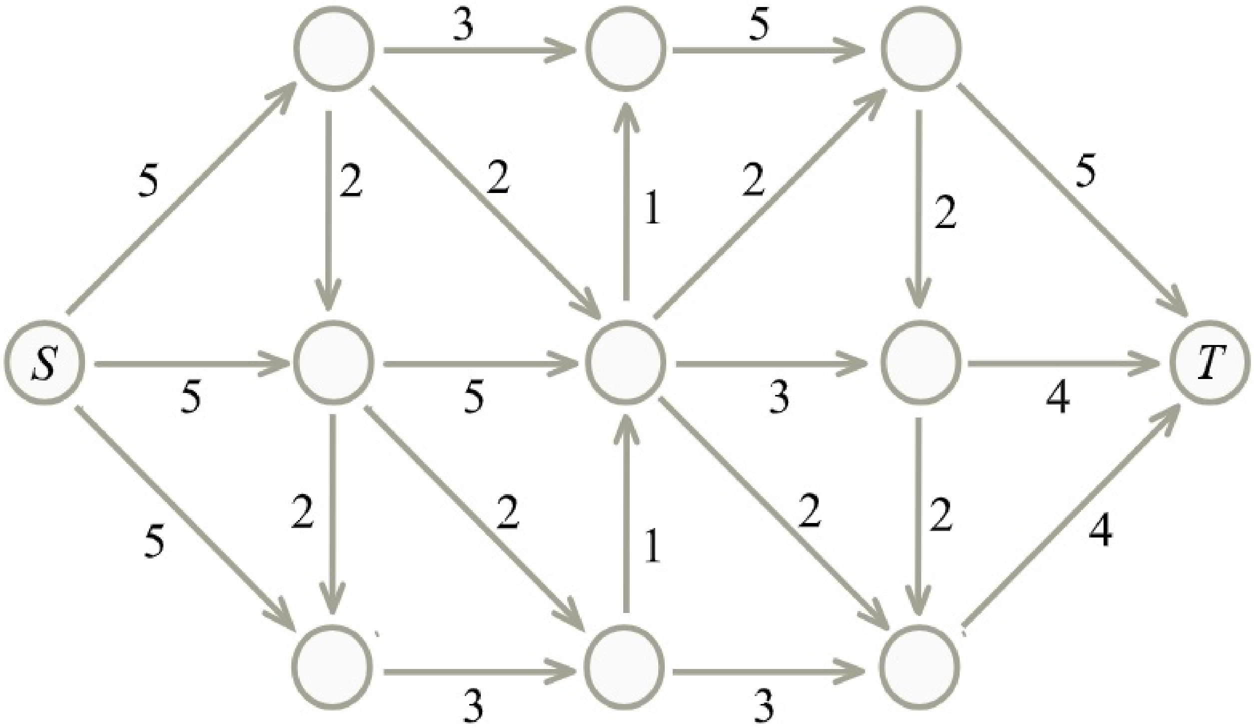
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



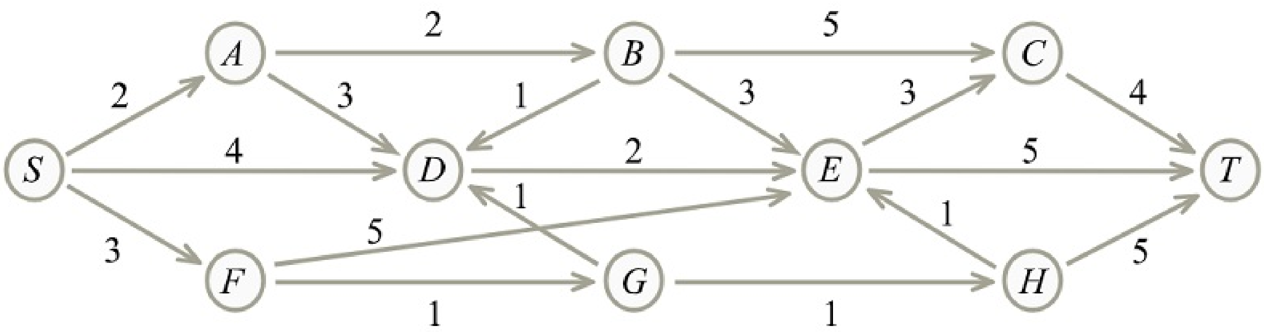
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sajátérték, sajátvektor, sajátfelbontás

a) Sajátvektora-e az A mátrixnak az $\underline{u}$ és a $\underline{v}$ vektor?

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\8&1\end{pmatrix}\qquad \underline{u}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\quad \underline{v}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A=\begin{pmatrix}1&8\\2&1\end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\5&4\end{pmatrix}\qquad \underline{u}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}\quad \underline{v}=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}\quad \underline{w}=\begin{pmatrix}4\\10\end{pmatrix}$$

És a feladatunk az, hogy derítsük ki, ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektora az A mátrixnak. A sajátvektorhoz pedig számoljuk majd ki a sajátértékeket is.

b) Számoljuk ki az A mátrix sajátértékeit.

$$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&4&3\\1&3&4\end{pmatrix}$$

c)

Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&4&3\\1&3&4\end{pmatrix}\qquad \underline{u}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\quad \underline{v}=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\quad \underline{w}=\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$$

Nézzük meg, hogy ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektor, és a sajátvektorokhoz számoljuk ki a hozzájuk tartozó sajátértékeket is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A bázis transzformáció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki, hogy mennyi A^{10}.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki az A^6 mátrixot, az A^{-1} mátrixot és még az $\left(A^{-1}\right)^2 mátrixot is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A mátrixnak karakterisztikus polinomja-e a p polinom?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \qquad p(x) = x^2 - 3x + 1$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a mátrix, és készítsük el a spektrálfelbontását.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki a sajátértékeit és rajzoljuk fel a Gersgorin-köröket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektornorma, mátrixnorma, mátrixok kondíciószáma

Van itt ez a vektor:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

És számoljuk ki az 1-es, a 2-es, a 3-as és a végtelen normáját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix 1-es, 2-es, 3-as és végtelen normáját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

Adott egy kocka. Az A csúcsából kiinduló 3 oldalvektor segítségével fejezzük ki az alábbi vektorokat.

a) $\overrightarrow{AG} = ?$

b) $\overrightarrow{FH} = ?$

c) $\overrightarrow{CE} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen hosszú az $\underline{a} = (2,4)$ vektor?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg x értékét úgy, hogy az $\underline{a} = (x,3)$ és $\underline{b} = (5,2)$ vektorok egymásra merőlegesek legyenek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $\underline{a} = (3,2)$ vektor +90°-os és -90°-os elforgatottját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$e_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-4}{3}$

$e_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{3}$

b) Adjuk meg a $7x - 4y + 2z = 7$ és a $16 - 7y + z = 21$ egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Átmegy-e az origón az S sík, amely tartalmazza a $P(2;-1;4)$ pontot és az $\frac{x-1}{4}=\frac{1-y}{5}=\frac{z-3}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tartalmazza-e az $R(1;3;4)$ pontot az a sík, amelyet a $P(1;7;-1)$ és a $Q(11;9;-5)$ pontokat összekötő egyenes a P-ben merőlegesen döf?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen döfi az $x+2y+3z=6$ egyenletű síkot az $(1;1;1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmegy az $(5;2;-1)$ ponton és a $(13;4;-5)$ ponton. Döntsük el, hogy e-nek és f-nek van-e közös pontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van-e az $A(-1;-2;1)$, $B(3;1;3)$, és $C(7;6;3)$ pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az y-tengelyre esik? Ha igen, melyik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenes egyenletrendszere $x=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}$, az f egyenes egyenletrendszere pedig $\frac{x}{-2}=\frac{3-y}{6}=\frac{2-z}{10}$. Döntsük el, hogy e és f párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az $x-4=\frac{y+5}{4}=\frac{2-z}{3}$ egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P-t a $Q(7;12;4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e-re.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2;3;3)$, $B(3;4;1)$, $C(4;6;2)$, és $D(p;2;5)$ pontok?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Párhuzamos-e az $\frac{5x+3}{10}=\frac{4-y}{5}=\frac{5-2z}{2}$ egyenletrendszerű egyenes a $6x+y+7z=91$, illetve az $5x+2y=79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12;1;7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x-3=\frac{y-2}{3}=\frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik átmegy az AC szakasz felezőpontján, és merőleges az ABC síkra, hogyha adott $A(1,0,7), B(2,-4,4)$ és $C(3,-2,-1)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az $A(1,-2,3)$ és $B(4,1,0)$ pontok által adott szakasz felezőpontján átmenő és az $\underline{a}=(-1,2,4)$ vektorral párhuzamos egyenes egyenletét. Adjuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\underline{a}$ vektor szögét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot
