



MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MATEK 3 KANDÓ tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 09. 10.

Tartalomjegyzék

Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintősík.....	2
Kétváltozós függvények.....	4
Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság.....	9
Határozatlan integrálás, primitív függvény.....	14
Kettős és hármas integrál.....	25
Differenciálegyenletek.....	32
Laplace transzformáció.....	38
Vektormezők, görbementi és felületi integrálok.....	41
Divergencia és rotáció.....	43

Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintő sík

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$ függvény x és y szerinti deriváltjait.

b) Adjuk meg az $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$ függvény másodrendű deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^4 + 4x^2y^3 + y^2$ függvény deriváltvektorát vagy gradiensét.

b) Számoljuk ki ennek a kétváltozós függvénynek a gradiensét vagy deriváltvektorát a $P(2, 3)$ pontban:

$$f(x, y) = 3x^4 - y^3 + x^3y^2.$$

c) Van itt ez a háromváltozós függvény:

$$f(x, y, z) = x^4 - y^3 + z^2 + x \cdot z^3$$

Számoljuk ki a deriváltvektorát a $P(3, 2, 4)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $\underline{v} = (3, 4)$ iránymenti deriváltját a $P(2, 1)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a $\underline{v} = (2, 2, 1)$ iránymenti deriváltját a $P(3, 5, 4)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $P = (0, 1)$ pontban milyen irányban emelkedik a legmeredekebben az $f(x, y) = y^4 \cdot e^x - \ln y$ függvény felülete és mekkora ez az emelkedés.

b) Az f függvény által megadott felületre a $P = (3, 6)$ pontban függőlegesen cseppentünk egy vízcseppet. Milyen irányban indul el a vízcsepp a felületen?

$$f(x, y) = x^4 \cdot e^{2x-y} + y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki az $f(x, y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$ függvény iránymenti deriváltját a $\underline{v} = (3, 4)$ irány szerint az $(1, 2)$ pontban.

b) Milyen irányban emelkedik a legmeredekebben, és melyik irányban lesz éppen nulla az iránymenti deriváltja a $P(2, 5)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^4 + 8y^2}$$

c) Számoljuk ki az iránymenti deriváltját ennek a függvénynek is a $P\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ pontban a $\underline{v} = (1, 2)$ irány szerint.

$$f(x, y) = \tan(2x + 3y)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 1, 1)$ pontban az $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 0, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = 16 - x^2 - y^2$ függvény $P(1, 2)$ ponthoz tartozó x szerinti, y szerinti és z szerinti szintvonalait.

b) Adjuk meg az $f(x, y) = x^2 \cdot y^3 + x \cdot \ln y + y^5$ függvény $P(4, 1)$ ponthoz tartozó x szerinti, y szerinti és z szerinti szintvonalait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk x és y szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvények x és y szerinti deriváltjait.

a) $f(x, y) = x^4 + e^y + \ln y + \sin x + \cos y + \tan y$

b) $f(x, y) = x^y$

c) $f(x, y) = \ln y \cdot (x^3 + y^4) + e^x \cdot (x^2 + y^2)$

d) $f(x, y) = \ln(x^4 + y^3) + e^{xy^2} + \sqrt[5]{x^6 + e^y}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x, y) = e^{x-2} - x + \ln(y^2 + 1)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = xy + 12$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

b) $f(x, y) = 12 - x^2 - y^2$, a feltétel: $x - y - 4 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4 \rightarrow \min.$, a feltétel: $3x - y = 2$

b) $f(x, y) = x + y + 4 \rightarrow \min.$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$, adjuk meg a szintvonalakat $c = 0$, $c = 5$, $c = 10$ és $c = 15$ esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = 5x^2 + 5y^2 \rightarrow \min.$, a feltétel: $x - y = 2$

b) $f(x, y) = 10xy \rightarrow \max.$, a feltétel: $x + y = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 1, 1)$ pontban az $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 0, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $\underline{v} = (3, 4)$ iránymenti deriváltját a $P(2, 1)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a $\underline{v} = (2, 2, 1)$ iránymenti deriváltját a $P(3, 5, 4)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk x és y szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az A típusú eladási ára $\$x$ a B típusúé $\$y$, akkor az alkalmazott ártól függően az A típusból $f(x, y) = 29 - 3x + y$, a B típusból pedig $g(x, y) = 16 + x - 4y$, az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az A típusú termék előállítás költsége $\$2/\text{darab}$ míg a B típusúé $\$1/\text{darab}$?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = xy^2 - y^2 - 2 \ln(xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = (x^2 - 6x) \cdot (y^2 - 4y) \quad x, y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(2, 5, f(2, 5))$ pontban!

$$f(x, y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(1, -1, f(1, -1))$ pontban!

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos a $z = 3x + 2y - 7$ síkkal és az $f(x) = 2x^3y - y^2 + 3x$ függvényt érinti!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 2, 1)$ pontban, az $f(x, y) = e^{\alpha x} + y \cdot \ln(xy^2 + 1)$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 3, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(1, 0, f(1, 0))$ pontban, az $f(x, y) = \alpha \cdot x^2 \cdot e^y + y \cdot \ln(xy^2 + \alpha)$ függvényhez húzott érintő az $R(0, 1, 2)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $f(x, y) = 2x \ln(x^2 - xy^2 - 4)$ függvény totális deriváltját a $P(5, 2)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = yx^5 - 2xy^3 + 4x - 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5y + e^{2x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \arctan(y^x)$ gradiensét a $P_0(1, 2)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \sin(\ln(y^x))$ gradiensét a $P_0(3, 1)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \cos \ln(x^y)$ gradiensét a $P_0(7, 1)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$g(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 3x + 4y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} 3x + 4y = 10$$

b) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + x + y^2 + 7$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + x + y^2 + 7 = 13$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x + 5y}{x - 3y} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy}{2x^2 + xy + y^2} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2 + (y-2)^2} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy^2}{x^2 + y^2} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^2 + y^4} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^4 + y^4} = ?$$

d)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^6 + y^6} = ?$$

e)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4} = ?$$

f)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + x^2y^4} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$$

Adjuk meg az x és y szerinti parciális deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 2)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x \cdot \cos y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \cdot \cos y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - y^2}{x - y} = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 5$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + 3y^2 + 5 = 18$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (3,4)} x^2 + y^2 = 25$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 4x^2 + y^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 2)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 y$$

Differenciálható-e az $R(2, 3)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 0)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az $R(2, 1)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b) $f(x) = x^2$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

e) $\int (3x + 7)^{10} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x - 10)^6 dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4} dx = ?$

d) $\int e^{4x-6} dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos \frac{x}{4} dx = ?$

b) $\sin \frac{2x-3}{5} dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)} dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)} dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3 dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100} dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int (x^2 + \sqrt{x}) \cdot x dx = ?$

e) $\int (x^5 + x^4) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (x^4 + x)^6 \cdot (4x^3 + 1) dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3) dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (e^{4x} + x^4)^{100} \cdot (4e^{4x} + 4x^3) dx = ?$

b) $\int (x^2 + 3) \cdot 12x dx = ?$

c) $\int (4x^2 + 5)^6 \cdot x dx = ?$

d) $\int (2x^2 + 7)^5 \cdot 3x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{(x^4 + 2x^2)^7} \cdot (x^3 + x) dx = ?$

b) $\int (x^4 + x^3)^8 \cdot (16x^3 + 12x^2) dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4 + 6}{(x^5 + 6x)^8} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8} dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3 + 5}{\sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x} + x}{\left(\sqrt[5]{x^2 + e^{2x}}\right)^4} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3 + 9}{\sqrt[3]{(x^4 + 12x)^7}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x dx = ?$

d) $\int \ln x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5} dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2} dx = ?$

b) $\int (4x^2 - 5x) \cdot \cosh(2x + 1) dx = ?$

c) $\int \arctan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

b) $\int \cos(x^2 + 1) \cdot 2x dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot (x^3 + 3) dx = ?$

b) $\int \frac{5^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x} dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100} + 4x^5 + 6x + 1}{x} dx = ?$

b) $\int \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + 4 \cdot \sqrt[6]{x^5} + \sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x^5}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x} + x^4}{e^{-x} \cdot x^4} dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2} dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3} dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

d) $\int \tan^2 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5} dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx = ?$

d) $\int \tan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4} dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}} dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x+1)} dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4 \cdot \sqrt{x^6-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x} dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3} dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2} dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4} dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15} dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x} dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x dx = ?$

c) $\int \sin^4 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \cos x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^4 \cdot \ln x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x + 2) \cdot e^{3x^2 + 4x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + x) dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x^2+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x e^{1+x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{7-6x}{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^3 (2x^4 + 4)^3 dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{5x^3}{x^4+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \sin x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kettős és hármas integrál

Határozzuk meg az alábbi [kettős integrál](#) értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dx dy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dy dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dy dx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 x e^{xy} dx dy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2 dy dx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3} dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5 - x^2 - y^2 dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a $D : x^2 + y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 6 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x + y + z) dx dy dz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1 dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^2 1 \, dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk az origó középpontú $R = 5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

$$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 3x - 2y^3 + 2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 2)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (y + e^{3x} - 1) \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{(2x + 3y^2 + 1)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (x^2 - 1) \cdot e^{-3y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x + y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 0 \leq x \quad 0 \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 3x^2 \leq y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy$$

$$D: x^2 - 4x + y^2 \leq 21$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$$f(x, y) = 2x \cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$$f(x, y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az $f(x, y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az x tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' = 2xy - x^2y'$

b) $y' + y^2 = e^x(1 + y^2) - 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(x^2 + y^2) dx = xy dy$

b) $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c) $(x^4 + 5y^4) dx = 4xy^3 dy$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(4x^3y^3 + e^x) dx + (3x^4y^2 + 3y^2) dy = 0$

b) $(2xe^y + 4x^3) dx + (x^2e^y - \sin y) dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(3xy + 2) dx + x^2 dy = 0$

b) $(y^3 - x) dx + 3y^2 dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(y + \cos^3 x) dx + \sin x \cos x dy = 0$

b) $\left(y \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x\right) dx + \frac{\sin x}{\cos x} dy = 0$

c) $4xy dx + (x^2 + 1) dy = 0$

d) $4xy^{\frac{1}{2}} dx + (x^2 + 1) y^{-\frac{1}{2}} dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + y \tan x = e^x \cos x$

b) $xy' + y = x^3$

c) $y' + 4x^3 y = x^3 e^{x^4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + 4y = \cos x$

b) $y' + 2y = 4x^2 + 12$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' - 2y = \cos 4x + e^{3x}$

b) $y' - 4x = x + e^{3x} + e^{4x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b) $y'' - 12y' + 36y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b) $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'(e^x + 1) = e^x y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 5y' + 6y = 2 \sin(2x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y''(x^2 + 1) = 2xy'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 6y' + 9y = 2 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az $y' = z$ helyettesítéssel.

$$y''(e^x + 1) = e^x y'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + \frac{2}{x}y = 3x^2 \quad y(1) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y' - 6y = 4 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y + 1)^6 \ln 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x (x^2 + x^3)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4 \cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' (x^2 + 1) = 2xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a) $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b) $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d) $g(x) = 2x \cos x (\sin x + 5)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehettek az eredeti függvények?

a) $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b) $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c) $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d) $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + y = 12 \cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$$

$$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$$

$$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2 \sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$$

$$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszer a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$$

$$y' = -x + y \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszer a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + y' - 2y = 30 \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - y = 5 \sin 2x \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \quad y(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vektormezők, görbementi és felületi integrálok

Számoljuk ki a görbe menti integrált erre a görbére:

$$r(t) = (1 + 3\cos t, 3\sin t) \quad \frac{\pi}{3} \leq t \leq \pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 + 5x, y^4 + 3xy)$$

És számítsuk ki az integrálját ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t) \quad 0 \leq t \leq \pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora lesz a fluxus a vikingeknél, ha a szél a vektormező minden pontjában egyenletesen fúj, és a vitorla sarkai: $A(10, -4, 1), B(10, 4, 1), C(10, 4, 9), D(10, -4, 9)$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 + y^2, x + y^3)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (3t, t^2) \quad 0 \leq t \leq 2$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + xy^2, x^2 + y^2, x + y)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, t) \quad 0 \leq t \leq 6\pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 - z, x^2 + y, x + 2z)$$

És integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \quad -2 \leq x \leq 2 \quad -1 \leq y \leq 1$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 - z, x^2 + y, x + 2z)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (3t, t^3 + t, t^2 - t) \quad 0 \leq t \leq 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + yz) \underline{i} + (2x^2 - y^2) \underline{j} + (-x^2 + z^2) \underline{k}$$

és integráljuk az AB szakasz mentén, ha $A = (1, 1, 0), B = (5, 7, -4)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^3 - xz, x^2 + y^3, z + y^2)$$

és integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \quad -1 \leq x \leq 1 \quad -2 \leq y \leq 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Divergencia és rotáció

Itt egy $R^2 \rightarrow R^2$ vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 + y^2, 2xy)$$

Számoljuk ki a divergenciát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy $R^2 \rightarrow R^2$ vektormező:

$$v(x, y) = (y^2, x^2)$$

Számoljuk ki a rotációt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Itt egy $R^3 \rightarrow R^3$ vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^4 + ye^z, y^2 + z^2, x^2 e^{yz})$$

Számoljuk ki a divergenciát és a rotációt.

b) Forrásmentes-e és örvénymentes-e a következő vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + 2yz, y^2 + 2xz, z^2 + 2xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy $v(x, y, z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x, y, z)$ függvény.

$$F(x, y, z) = x^5 + e^x y^3 + y^4 + z^4$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját és rotációját.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (4x^3 - 4yz, e^y + 1 - 4xz, -4xy + 3z^2)$$

Mi a potenciálfüggvénye?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy $v(x, y, z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x, y, z)$ függvény.

$$F(x, y, z) = x^4 + y^2 z^2 + xy^3$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját, rotációját és integráljuk az $r(t) = (3t, t^2, t)$ görbén $t = 0$ és $t = 2$ között.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + z^2, x + y^3, z + x^4)$$

Integráljuk a vektormezőt egy 2 élű kockának a felületén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (xz^2, x + y, yz)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (xz^2, x + y, yz)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
