



MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MATEMATIKA 3 SZTE tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 09. 26.

Tartalomjegyzék

Határozatlan integrálás, primitív függvény.....	2
Határozott integrálás.....	13
Differenciálegyenletek.....	17
Laplace transzformáció.....	23
Paraméteres görbék.....	26
Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei.....	30
Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintősík.....	33
Kétváltozós függvények.....	35
Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság.....	40
Kettős és hármas integrál.....	45

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b) $f(x) = x^2$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

e) $\int (3x + 7)^{10} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x - 10)^6 dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4} dx = ?$

d) $\int e^{4x-6} dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos \frac{x}{4} dx = ?$

b) $\sin \frac{2x-3}{5} dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)} dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)} dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3 dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100} dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int (x^2 + \sqrt{x}) \cdot x dx = ?$

e) $\int (x^5 + x^4) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (x^4 + x)^6 \cdot (4x^3 + 1) dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3) dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (e^{4x} + x^4)^{100} \cdot (4e^{4x} + 4x^3) dx = ?$

b) $\int (x^2 + 3) \cdot 12x dx = ?$

c) $\int (4x^2 + 5)^6 \cdot x dx = ?$

d) $\int (2x^2 + 7)^5 \cdot 3x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{(x^4 + 2x^2)^7} \cdot (x^3 + x) dx = ?$

b) $\int (x^4 + x^3)^8 \cdot (16x^3 + 12x^2) dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4 + 6}{(x^5 + 6x)^8} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8} dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3 + 5}{\sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x} + x}{\left(\sqrt[5]{x^2 + e^{2x}}\right)^4} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3 + 9}{\sqrt[3]{(x^4 + 12x)^7}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x dx = ?$

d) $\int \ln x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5} dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2} dx = ?$

b) $\int (4x^2 - 5x) \cdot \cosh(2x + 1) dx = ?$

c) $\int \arctan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

b) $\int \cos(x^2 + 1) \cdot 2x dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot (x^3 + 3) dx = ?$

b) $\int \frac{5^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x} dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100} + 4x^5 + 6x + 1}{x} dx = ?$

b) $\int \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + 4 \cdot \sqrt[6]{x^5} + \sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x^5}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x} + x^4}{e^{-x} \cdot x^4} dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2} dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3} dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

d) $\int \tan^2 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5} dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx = ?$

d) $\int \tan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4} dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}} dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x+1)} dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4 \cdot \sqrt{x^6-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x} dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3} dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2} dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4} dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15} dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x} dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x dx = ?$

c) $\int \sin^4 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \cos x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^4 \cdot \ln x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x + 2) \cdot e^{3x^2 + 4x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + x) dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x^2+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x e^{1+x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{7-6x}{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^3 (2x^4 + 4)^3 dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{5x^3}{x^4+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \sin x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0, 6]$ intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \text{ irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$ -nál húzható érintője által határolt területet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4} dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2} dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4} dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

b) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20) dx = 0$ teljesüljön!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függvény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függvény grafikonja az x tengellyel bezár.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x-12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F . Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}} dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x} dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 6x - x^2 \quad g(x) = x^2 - 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_0^2 \frac{1}{2-x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_2^\infty \frac{4}{x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^2 \frac{x^{-1}}{\ln x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' = 2xy - x^2y'$

b) $y' + y^2 = e^x(1 + y^2) - 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(x^2 + y^2) dx = xy dy$

b) $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c) $(x^4 + 5y^4) dx = 4xy^3 dy$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(4x^3y^3 + e^x) dx + (3x^4y^2 + 3y^2) dy = 0$

b) $(2xe^y + 4x^3) dx + (x^2e^y - \sin y) dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(3xy + 2) dx + x^2 dy = 0$

b) $(y^3 - x) dx + 3y^2 dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(y + \cos^3 x) dx + \sin x \cos x dy = 0$

b) $\left(y \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x\right) dx + \frac{\sin x}{\cos x} dy = 0$

c) $4xy dx + (x^2 + 1) dy = 0$

d) $4xy^{\frac{1}{2}} dx + (x^2 + 1) y^{-\frac{1}{2}} dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + y \tan x = e^x \cos x$

b) $xy' + y = x^3$

c) $y' + 4x^3 y = x^3 e^{x^4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + 4y = \cos x$

b) $y' + 2y = 4x^2 + 12$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' - 2y = \cos 4x + e^{3x}$

b) $y' - 4x = x + e^{3x} + e^{4x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b) $y'' - 12y' + 36y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b) $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'(e^x + 1) = e^x y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 5y' + 6y = 2 \sin(2x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y''(x^2 + 1) = 2xy'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 6y' + 9y = 2 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az $y' = z$ helyettesítéssel.

$$y''(e^x + 1) = e^x y'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + \frac{2}{x}y = 3x^2 \quad y(1) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y' - 6y = 4 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y + 1)^6 \ln 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x (x^2 + x^3)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4 \cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' (x^2 + 1) = 2xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a) $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b) $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d) $g(x) = 2x \cos x (\sin x + 5)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehetnek az eredeti függvények?

a) $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b) $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c) $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d) $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + y = 12 \cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$$

$$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$$

$$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2 \sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$$

$$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$$

$$y' = -x + y \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + y' - 2y = 30 \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - y = 5 \sin 2x \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \quad y(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Paraméteres görbék

Adjuk meg az Arkhimédészi spirál paraméteres görbe képletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a ciklois paraméteres görbe képletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vannak itt ezek a paraméteres görbék. Ábrázoljuk őket koordináta-rendszerben és találjuk ki, hogy így melyik függvény grafikonját kaptuk.

a)

$$x(t) = t + 3 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t}$$

b)

$$x(t) = e^t + 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = e^{2t} - 2$$

c)

$$x(t) = 3 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

d)

$$x(t) = 3 \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék görbületét.

a)

$$x(t) = 6 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 2 \cdot \sin t$$

b)

$$x(t) = 4 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 3 \cdot \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $y = x^2$ parabola simuló körét az origóban.

b) Adjuk meg a koszinusz függvény simuló körét az origóban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi görbe kísérő triéderét.

$$r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi görbe görbületét és torzióját.

$$r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi görbe síkgörbe, adjuk meg a görbe síkjának normálvektorát és számoljuk ki a görbületet.

$$r(t) = (\sin t, \cos t, \sin t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t) = t - 2 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t} + 1$$

b)

$$x(t) = t - 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^2 - 2$$

c)

$$x(t) = t + 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^3 - 1$$

d)

$$x(t) = 1 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

e)

$$x(t) = 3 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

f)

$$x(t) = -2 + \cos t \quad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

g)

$$x(t) = 3 + 2 \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + 2 \sin t$$

h)

$$x(t) = 2 + 3 \cos t \quad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + 2 \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi ellipszisek paraméteres egyenleteit, majd ábrázoljuk is őket.

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

b) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t) = \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = \sinh t$$

b)

$$x(t) = 3 \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = 2 \sinh t$$

c)

$$x(t) = -2 \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = 2 \sinh t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = R(t - \sin t) \quad y = R(1 - \cos t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, 3]$ intervallumon.

$$x = t^3 \quad y = 6t^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

Milyen hosszú az $\underline{a} = (2, 4)$ vektor?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg x értékét úgy, hogy az $\underline{a} = (x, 3)$ és $\underline{b} = (5, 2)$ [vektorok](#) egymásra merőlegesek legyenek.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $\underline{a} = (3, 2)$ vektor $+90^\circ$ -os és -90° -os elforgatottját.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(7, 8, 9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk föl a $P(3, 5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3, 5, 7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [vektorok](#) vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$$e_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-4}{3}$$

$$e_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{3}$$

b) Adjuk meg a $7x - 4y + 2z = 7$ és a $16 - 7y + z = 21$ egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $2x + y - 3z = 2$ egyenletű S_1 és az $x + 7y + 3z = 21$ egyenletű S_2 síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5; 1; 3)$ pont az S_1 és az S_2 metszésvonalán,

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2 ?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Átmeny-e az origón az S sík, amely tartalmazza a $P(2; -1; 4)$ pontot és az $\frac{x-1}{4} = \frac{1-y}{5} = \frac{z-3}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tartalmazza-e az $R(1; 3; 4)$ pontot az a sík, amelyet a $P(1; 7; -1)$ és a $Q(11; 9; -5)$ pontokat összekötő egyenes a P -ben merőlegesen dől?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen dől az $x + 2y + 3z = 6$ egyenletű síkot az $(1; 1; 1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmeny az $(5; 2; -1)$ ponton és a $(13; 4; -5)$ ponton. Döntsük el, hogy e -nek és f -nek van-e közös pontja.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van-e az $A(-1; -2; 1)$, $B(3; 1; 3)$, és $C(7; 6; 3)$ pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az y -tengelyre esik? Ha igen, melyik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az e egyenes egyenletrendszere $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, az f egyenes egyenletrendszere pedig $\frac{x}{-2} = \frac{3-y}{6} = \frac{2-z}{10}$. Döntsük el, hogy e és f párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az $x - 4 = \frac{y+5}{4} = \frac{2-z}{3}$ egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P -t a $Q(7; 12; 4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e -re.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2; 3; 3)$, $B(3; 4; 1)$, $C(4; 6; 2)$, és $D(p; 2; 5)$ pontok?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Párhuzamos-e az $\frac{5x+3}{10} = \frac{4-y}{5} = \frac{5-2z}{2}$ egyenletrendszerű egyenes a $6x + y + 7z = 91$, illetve az $5x + 2y = 79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12; 1; 7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x - 3 = \frac{y-2}{3} = \frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik átmegy az AC szakasz felezőpontján, és merőleges az ABC síkra, hogyha adott $A(1, 0, 7)$, $B(2, -4, 4)$ és $C(3, -2, -1)$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az $A(1, -2, 3)$ és $B(4, 1, 0)$ pontok által adott szakasz felezőpontján átmenő és az $\underline{a} = (-1, 2, 4)$ vektorral párhuzamos egyenes egyenletét. Adjuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\underline{a}$ vektor szögét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintő sík

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$ függvény x és y szerinti deriváltjait.

b) Adjuk meg az $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$ függvény másodrendű deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^4 + 4x^2y^3 + y^2$ függvény deriváltvektorát vagy gradiensét.

b) Számoljuk ki ennek a kétváltozós függvénynek a gradiensét vagy deriváltvektorát a $P(2, 3)$ pontban:

$$f(x, y) = 3x^4 - y^3 + x^3y^2.$$

c) Van itt ez a háromváltozós függvény:

$$f(x, y, z) = x^4 - y^3 + z^2 + x \cdot z^3$$

Számoljuk ki a deriváltvektorát a $P(3, 2, 4)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $\underline{v} = (3, 4)$ iránymenti deriváltját a $P(2, 1)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a $\underline{v} = (2, 2, 1)$ iránymenti deriváltját a $P(3, 5, 4)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $P = (0, 1)$ pontban milyen irányban emelkedik a legmeredekebben az $f(x, y) = y^4 \cdot e^x - \ln y$ függvény felülete és mekkora ez az emelkedés.

b) Az f függvény által megadott felületre a $P = (3, 6)$ pontban függőlegesen cseppentünk egy vízcseppet. Milyen irányban indul el a vízcsepp a felületen?

$$f(x, y) = x^4 \cdot e^{2x-y} + y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki az $f(x, y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$ függvény iránymenti deriváltját a $\underline{v} = (3, 4)$ irány szerint az $(1, 2)$ pontban.

b) Milyen irányban emelkedik a legmeredekebben, és melyik irányban lesz éppen nulla az iránymenti deriváltja a $P(2, 5)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^4 + 8y^2}$$

c) Számoljuk ki az iránymenti deriváltját ennek a függvénynek is a $P\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ pontban a $\underline{v} = (1, 2)$ irány szerint.

$$f(x, y) = \tan(2x + 3y)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 1, 1)$ pontban az $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 0, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = 16 - x^2 - y^2$ függvény $P(1, 2)$ ponthoz tartozó x szerinti, y szerinti és z szerinti szintvonalait.

b) Adjuk meg az $f(x, y) = x^2 \cdot y^3 + x \cdot \ln y + y^5$ függvény $P(4, 1)$ ponthoz tartozó x szerinti, y szerinti és z szerinti szintvonalait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk x és y szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvények x és y szerinti deriváltjait.

a) $f(x, y) = x^4 + e^y + \ln y + \sin x + \cos y + \tan y$

b) $f(x, y) = x^y$

c) $f(x, y) = \ln y \cdot (x^3 + y^4) + e^x \cdot (x^2 + y^2)$

d) $f(x, y) = \ln(x^4 + y^3) + e^{xy^2} + \sqrt[5]{x^6 + e^y}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x, y) = e^{x-2} - x + \ln(y^2 + 1)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = xy + 12$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

b) $f(x, y) = 12 - x^2 - y^2$, a feltétel: $x - y - 4 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4 \rightarrow \min.$, a feltétel: $3x - y = 2$

b) $f(x, y) = x + y + 4 \rightarrow \min.$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$, adjuk meg a szintvonalakat $c = 0$, $c = 5$, $c = 10$ és $c = 15$ esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = 5x^2 + 5y^2 \rightarrow \min.$, a feltétel: $x - y = 2$

b) $f(x, y) = 10xy \rightarrow \max.$, a feltétel: $x + y = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 1, 1)$ pontban az $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 0, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a $\underline{v} = (3, 4)$ iránymenti deriváltját a $P(2, 1)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a $\underline{v} = (2, 2, 1)$ iránymenti deriváltját a $P(3, 5, 4)$ pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk x és y szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az A típusú eladási ára $\$x$ a B típusúé $\$y$, akkor az alkalmazott ártól függően az A típusból $f(x, y) = 29 - 3x + y$, a B típusból pedig $g(x, y) = 16 + x - 4y$, az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az A típusú termék előállítás költsége $\$2/\text{darab}$ míg a B típusúé $\$1/\text{darab}$?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = xy^2 - y^2 - 2 \ln(xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = (x^2 - 6x) \cdot (y^2 - 4y) \quad x, y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(2, 5, f(2, 5))$ pontban!

$$f(x, y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(1, -1, f(1, -1))$ pontban!

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos az $z = 3x + 2y - 7$ síkkal és az $f(x) = 2x^3y - y^2 + 3x$ függvényt érinti!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 2, 1)$ pontban, az $f(x, y) = e^{\alpha x} + y \cdot \ln(xy^2 + 1)$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 3, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(1, 0, f(1, 0))$ pontban, az $f(x, y) = \alpha \cdot x^2 \cdot e^y + y \cdot \ln(xy^2 + \alpha)$ függvényhez húzott érintő az $R(0, 1, 2)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $f(x, y) = 2x \ln(x^2 - xy^2 - 4)$ függvény totális deriváltját a $P(5, 2)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = yx^5 - 2xy^3 + 4x - 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5y + e^{2x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \arctan(y^x)$ gradiensét a $P_0(1, 2)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \sin(\ln(y^x))$ gradiensét a $P_0(3, 1)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = \cos \ln(x^y)$ gradiensét a $P_0(7, 1)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$g(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 3x + 4y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} 3x + 4y = 10$$

b) Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + x + y^2 + 7$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + x + y^2 + 7 = 13$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x + 5y}{x - 3y} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy}{2x^2 + xy + y^2} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2 + (y-2)^2} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4xy^2}{x^2 + y^2} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^2 + y^4} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{12xy}{x^4 + y^4} = ?$$

d)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^6 + y^6} = ?$$

e)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4} = ?$$

f)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + x^2y^4} = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$$

Adjuk meg az x és y szerinti parciális deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 2)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x \cdot \cos y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \cdot \cos y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - y^2}{x - y} = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 5$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} x^2 + 3y^2 + 5 = 18$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2} = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (3,4)} x^2 + y^2 = 25$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = 4x^2 + y^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 2)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = x^2 y$$

Differenciálható-e az $R(2, 3)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az $R(1, 0)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a függvény

$$f(x, y) = xy^2$$

Differenciálható-e az $R(2, 1)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kettős és hármas integrál

Határozzuk meg az alábbi [kettős integrál](#) értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dx dy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dy dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dy dx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 x e^{xy} dx dy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2 dy dx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3} dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5 - x^2 - y^2 dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a $D : x^2 + y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 6 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x + y + z) dx dy dz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1 dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^2 1 \, dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk az origó középpontú $R = 5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

$$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 3x - 2y^3 + 2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 2)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (y + e^{3x} - 1) \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{(2x + 3y^2 + 1)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (x^2 - 1) \cdot e^{-3y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x + y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 0 \leq x \quad 0 \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 3x^2 \leq y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy$$

$$D : x^2 - 4x + y^2 \leq 21$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$$f(x, y) = 2x \cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$$f(x, y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az $f(x, y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az x tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
