



MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MŰSZAKI-GAZDASÁGI MATEMATIKA MATE
tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 10. 02.

Tartalomjegyzék

Deriválás.....	2
Differenciálhatóság vizsgálata és az érintő egyenlete.....	13
Könnyű függvényvizsgálat és szélsőértékfeladatok.....	16
L'Hôpital szabály.....	20
Taylor polinom és Taylor sor.....	26
Teljes függvényvizsgálat, gazdasági feladatok.....	29
Határozatlan integrálás, primitív függvény.....	32
Határozott integrálás.....	43
Differenciálegyenletek.....	47
Izoklinák.....	53
Laplace transzformáció.....	54
Mátrixok, vektorok, vektorterek.....	57
Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok inverze.....	63
Paraméteres görbék.....	68

Deriválás

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $(5 \cdot x^3)' = ?$

b) $\left(\frac{x^5}{7}\right)' = ?$

c) $(x^2 + \ln x)' = ?$

d) $(x^3 \cdot \ln x)' = ?$

e) $\left(\frac{x^2}{\ln x}\right)' = ?$

f) $\left(\frac{5}{x^3+2}\right)' = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $(\sin(x^6 + x^2))' = ?$

b) $((3^x + \ln x)^4)' = ?$

c) $(5^{x^3+x})' = ?$

d) $(\ln(x^4 + x^2))' = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = x^x$

b) $f(x) = (\cos x)^{\sin x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $\cosh x$

b) $\sinh x$

c) $\tanh x$

d) $\operatorname{arcosh} x$

e) $\operatorname{arsinh} x$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi implicit függvényeket.

a) $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$

b) $y \cdot \cos x + \ln(2x + y) = \sin y$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = x^{100} + x^7 + 7^x + \sqrt{42}$

b) $f(x) = \frac{x^6 - 4x^4 + 7^x}{42}$

c) $f(x) = \sqrt[5]{x} + x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[5]{x^3}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = e^x + e \cdot x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[4]{e^x} + \sqrt[3]{e^x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln(x^6 - x^2 + 6)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\ln x - 3^x}{\sqrt[5]{x^4 + x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{3x}{(4-x)^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{e^x + 1}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\lg 3x + e^2}{\sqrt[3]{4-x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - \sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x) + 7}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (x^5 - 4^x) \left(\ln x - \sqrt[6]{x^7} \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^3 x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = 5^{x^3 + 5x^4 - 7x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \frac{x^5 - 2^x}{\sqrt[4]{x-6} + e^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \sqrt[3]{\frac{x^4 - e^x}{5^{2x-4} - \ln \pi}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - \sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x) + 7}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \left(\frac{5^x + \ln x}{\sqrt{1-x} + x^6} \right)^4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[5]{\left(\ln x - 5^{6-2x} + (4x+5)^3 - x \right)^4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\left(x^5 - \ln(x^3+x) - 6^{3-x} + \sqrt{\pi} \right)^7}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{6x^5 - \lg(3-2x) - 2^{4-x}}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \lg \frac{7x^4 + 2^x}{\sqrt{3} + \sqrt[4]{x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{7^{2x+3} - 4x^3}{5 \ln x + \sqrt[4]{x^7} + x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\log_{\sqrt{3}} x + e^{8-5x}}{7 + \sqrt[3]{1+2x^4} + x^8}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (5^x + \lg(9x^2 - 1)) \left(\sqrt[5]{(6-x)^2} + 4e^x \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt{\frac{6^x + \lg x}{\ln 2 + 3x^8}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[7]{5-3x} \cdot (e^{x^2+x} + 4 \lg x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \left(\frac{\log_{\sqrt{3}} x + e^{8-x}}{7 + \sqrt[3]{x^4 + x^6}} \right)^5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(7^{1-x} + \lg x)^4}} \cdot e^{x^2 - x^3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{1}{\lg(x^3 + x) + 3^x} \cdot e^{x^4 - 4x^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{(3^{6-x} + \lg x)^4}} \cdot \ln(x - x^{100})$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \sqrt[4]{\left(\frac{3^x - \log_{\sqrt{7}} x}{5x^3 - \sqrt[7]{x}}\right)^3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^{100} + 5^x} \cdot \frac{1}{\ln x}\right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[7]{\frac{(x^2 - e^x)^4}{100}} \cdot \frac{1}{\ln(x^{100} + x^2)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt{\frac{3^x + \lg^2 x}{\ln^3 x^2 + x^7}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \left(4^x + \lg^2(5x^2 - 1)\right) \left(\sqrt[5]{\ln^2(x^4 - 3)} + 4x^5\right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\log_3^5(x^4 + x) - 4^{x^3 - x}}{5 \ln^2(x^3 - 4) + \sqrt[4]{x^7 + 7^x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln(\lg x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^2(\lg x^4)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^3(\lg^2 x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^4(\ln^3 x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^4(\ln^5 x^3)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^4 \sqrt[5]{\ln^6 \sqrt{x^3}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \tan\left(\frac{\sqrt{x}+4}{x^3}\right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\sin(6-x) + \tan \ln x}{e^{\cos x} + \ln \tan x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \arctan x^3 \cdot \tan^3 x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sin^2 x + \sin x^2 + \arctan(e^x + x) \cdot \tan x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \cos^4(\ln \tan x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \arctan^4(\cos \ln x + \sin e^x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sin^4(\tan x) + \tan^4(\sin x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[7]{x^4 - 5^x} + \ln(x^3 + 6x^4) + e^\pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sin \frac{x}{e^x} + \sqrt{\tan x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \tan(e^x) + \frac{\ln(\cos x)}{x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot e^{-x^2} + \frac{\ln x}{\cos(\sqrt{x})}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{-x} + \frac{\ln x}{\sin \sqrt{x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sin(e^x) + \frac{\cos x \cdot 2^x}{\sqrt[3]{x} + 3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \cos(2^x) + \frac{\arctan \sqrt{x}}{x+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sin(2^x) + \frac{\ln \sqrt[3]{x}}{x^2+1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\tan x}{x^2} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = 5^x \cdot \sin x + \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (\sin x)^{2x+3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[5]{\tan 2x} \cdot 4^{\frac{1}{x}} - 7 \ln^3 x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{-2 \sin x + 5 \cdot \sqrt[3]{x}}{5 \cdot 3^x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\sin x \cdot \log_3 x}{\sqrt[5]{x^3}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (x^5 - 2x^2 + 3x + 5)^{11}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[3]{5x^4 - x^2 + 10x} + (2x + 3)^{10} \cdot \cos x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = e^{\cos^3 x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^3 + 5x}}{5}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{(x^{25} - \sqrt{x})e^{2x}}{\arctan x^3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \left(\frac{1}{\cos x + 2} \right)^{x^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{e^{2x^3 + \sqrt{x}}}{\sin^2 2x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (\tan x)^{\ln 3x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Differenciálhatóság vizsgálata és az érintő egyenlete

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Mi lesz az $f(x) = x^2 + 5x - 7$ függvények a deriváltja az $x_0 = 2$ -ben?
- b) Mi lesz az $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ függvények a deriváltja az $x_0 = 1$ -ben?
- c) Mi lesz az $f(x) = -4x^2 + 5x$ függvények a deriváltja az $x_0 = -3$ -ban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Deriválható-e az alábbi függvény az $x_0 = 2$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} 9 - x^2, & \text{ha } x < 2 \\ 3x - 1, & \text{ha } x \geq 2 \end{cases}$$

- b) Deriválható-e az alábbi függvény az $x_0 = -3$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - 4x^2, & \text{ha } x < -3 \\ \sqrt{x^2 + 16}, & \text{ha } x \geq -3 \end{cases}$$

- c) Deriválható-e az alábbi függvény az $x_0 = 2$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 7e^{x-2} - 9, & \text{ha } x < 2 \\ \ln(x^3 - 3x - 1), & \text{ha } x \geq 2 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Milyen A paraméter esetén deriválható az alábbi függvény az $x_0 = 1$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[4]{\ln x + 6x + 10}, & \text{ha } x > 1 \\ \frac{A}{x^2 + 4}, & \text{ha } x \leq 1 \end{cases}$$

- b) Megadható-e az A és B paraméter úgy, hogy ez a függvény deriválható legyen az $x_0 = -2$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} Ax^4 + 4x, & \text{ha } x \leq -2 \\ x^3 + Bx^2, & \text{ha } x > -2 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = 2x^3 + 1$ függvényt az $y_0 = 55$ pontban érinti.
- b) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = x^2 - x + 4$ függvényt egy olyan pontban érinti, aminek x koordinátája negatív, y koordinátája 24.
- c) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, amely érinti az $f(x) = x^4 + 5x + 12$ függvényt és párhuzamos az $y = -27x + 1$ egyenessel.
- d) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = 2e^{x-4} + 5$ függvényt az $y_0 = 7$ pontban érinti.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Van itt ez a függvény: $f(x) = \sqrt[3]{\ln x + x^2}$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 1$ pontban.
- b) Van itt ez a függvény: $f(x) = \sin(\ln x) + x$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 1$ pontban.
- c) Van itt ez a függvény: $f(x) = \ln(\cos x) + e^{4x}$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 0$ pontban.
- d) Van itt ez a függvény: $f(x) = \arctan x + e^x$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 0$ pontban.
- e) Van itt ez a függvény: $f(x) = \arctan(\ln x)$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 1$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Deriválható-e ez a függvény az $x_0 = 3$ és $x_1 = 6$ pontokban?

$$f(x) = |x^2 - 6x|$$

- b) Deriválható-e ez a függvény az $x_0 = 0$ és $x_1 = 6$ pontokban?

$$f(x) = x \cdot |x^2 - 6x|$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Deriválható-e ez a függvény az $x_0 = 0$ pontban?

$$f(x) = |x| \cdot \sin x$$

- b) Milyen A paraméter esetén deriválható ez a függvény az $x_0 = 0$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} e^{Ax^2-x}, & \text{ha } x < 0 \\ \cos(x^2+x), & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mely pontban, vagy pontokban párhuzamos egymással az $f(x) = (x - 3)^2 + 7$ és a $g(x) = 3 \ln x$ függvények érintője?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $f(x) = (x + 2)e^x$ függvény esetén az alábbiakat:

a) paritását

b) érintő egyenes egyenletét $x_0 = -3$ helyen.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a függvény: $f(x) = 2x \cdot \ln x$

És keressük az érintő egyenletét az $x_0 = \sqrt{e}$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a függvény: $f(x) = (x - 2)e^{2x-4}$

És adjuk meg az érintő egyenletét a függvény zérushelyén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Könnyű függvényvizsgálat és szélsőértékfeladatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az a, b, c valós paramétereket úgy, hogy az $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28$ függvénynek $x = 2$ -ben zérushelye, $x = -4$ -ben lokális maximumhelye, $x = -1$ -ben pedig inflexiós pontja legyen!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy vasúti alagút építése során minél mélyebbre helyezik a nyomvonalat, annál hosszabb alagutat kell fúrni és maga az építkezés is egyre drágább lesz. Az eredetileg kijelölt nyomvonal 340 méteres tengerszintfeletti magasságban halad és az építési költség 5,6 milliárd svájci frank. A nyomvonal x méterrel mélyebbre helyezése az eredeti költséget ennyivel növeli: $a(x) = 40x^4 + 160x^3$ frank.

A mélyebben futó nyomvonalnak az előnye, hogy az áthaladó vonatoknak a hegységben történő átkelés során kisebb szintkülönbséget kell megtenniük. Ennek évenkénti gazdasági haszna: $p(x) = 80x^3$ frank.

Hogyha az alagút átadását követő 40 éves periódust vizsgálunk, hány méterrel lenne érdemes mélyebbre helyezni a nyomvonalat, hogy a lehető legnagyobb legyen a megtérülés?

b) Egy termék árbevétele függvénye $R(x) = 12400x^2 - 4000x^3$, a költségfüggvénye pedig $C(x) = 400x^2 + 2000$, ahol x a termék ára dollárban. Milyen egységár esetén maximális a profit és mekkora ez a profit?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 20000x^2 - 1000x^3 - 72000x$$

ahol x a termék árát jelöli euróban.

- a) Milyen ár esetén maximális az árbevétel?
- b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 5 eurós ár esetén?

Egy másik termék keresleti függvénye

$$f(x) = 260x^3 - 11x^4$$

ahol x a termék árát jelöli euróban.

A termék fajlagos költsége (tehát az egy termékre jutó költség) 12 euró.

- a) Milyen ár esetén lesz maximális a profit?
- b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 16 eurós és 21 eurós ár mellett?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 33x18 cm-es kartonlapból téglatest alakú dobozt készítünk. A doboz kiterített hálója és méretei itt láthatóak.

- a) Mekkora a doboz térfogata, ha $a = 7$ cm?
- b) Hogyan kell megválasztani az a, b, c élek hosszát ahhoz, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 17$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2x^6 - 6x^4 + \sqrt{37}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sorsjegyből havonta átlagosan 5000 darabot értékesítenek. Egy darab sorsjegy ára 500 Ft, de ezt csökkenteni szeretnék. A sorsjegy ára 10 Ft-os lépésekben csökkenthető. Ha az ár n -szer 10 Ft-tal alacsonyabb lesz, akkor havonta $10n^2$ -tel több sorsjegyet tudnak eladni ($n \in \mathbb{N}^+$). Mi az az n érték, amelyre a sorsjegyek eladásából származó havi bevétel maximális?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény monotonitását. Adjuk meg, hol vannak a függvénynek lokális szélsőérték pontjai.

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 4x + \frac{2}{3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = e^x \cdot (x^2 - 3x + 2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg a $g(x) = x^4 + 6x^3 - 60x^2 + 15x - 22$ függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{9x^2}{2} - 6x + \frac{1}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 2x + \pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 12x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = -x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

L'Hôpital szabály

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - x - 12}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x - 6}{4x^3 - 16x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4 \sin x}{x + \cos x - 1}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+12} - x}{x^2 - 3x - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^4 - 8x^2 + 16}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \cos x - e^x}{1 - \cos x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - e^x + \cos x}{x^4 - \sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^x + x}{x^2 + \sin x - x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x + \cos x - e^x}{x^3 + x - \sin x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \cos x}{x^2 + \cos x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^4 + x^3)}{x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{x^7}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + \ln x}{\ln^2 x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{x^5}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^4 \cdot \ln^2 x$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x \sqrt[3]{\ln^2 x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^{\sin x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2x}{\sqrt{x+3} - 2x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x - \sin x + \sin^3 x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x \ln x}{e^x + x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\arctan x} - \frac{1}{x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(4x-12)}{\sinh(x^2-9)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sinh(4x-16)}{\arccos(x-4) - \frac{\pi}{2}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\cosh(x^2-25) - 1}{\arctan(x-5)}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 \cosh(x^2 - 4x)}{\operatorname{arsinh}(x^2 - 16)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln^3 x}{x^4}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^3 x}{x^4}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\ln(1+x)}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh(4x+3)}{\cosh(5-4x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sinh 4x}{\cos 2x - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 4x}{\cosh 2x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x \cdot \cosh 4x}{\sinh 5x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - \cos x}{\arctan x + \sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\ln(1+x) + \sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - x}{\ln(x+1) + 6x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(2x) - x}{\ln(3x) + x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos 2x - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^{x^2} - \cos x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \cdot \ln x}{x^2 + x + 1}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2}{e^{4x} - \cos x - 4x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x + 1)^3 e^{-4x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x \ln 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_2 \left(\frac{\sin(3(x-2))}{\sin(5(x-2))} - \frac{\log_2 x - 1}{3x - 6} \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x - 3) \cdot \cot(\pi x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{\sin(3x+2)}{e^{3x^2+2x}-1}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-2x+1}-1}{2x-2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2-2x)}{x^2-4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Taylor polinom és Taylor sor

Adjuk meg az $f(x) = \cos x$ függvény $a = 0$ pontban felírt Taylor polinomját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk fel az $f(x) = e^x$ Taylor sorát $x = 0$ -nál.

b) Írjuk fel az $f(x) = \ln x$ Taylor sorát $x = 1$ -nél.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a) $f(x) = e^{x-3}$

b) $f(x) = \sin(x + 4)$

c) $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d) $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e) $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f) $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi $\sqrt{2}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk föl ennek a függvénynek a negyedfokú Taylor-polinomját az $a = 0$ helyen, deriválás nélkül.

$$f(x) = \frac{4}{1-x^2}$$

b) Írjuk föl ennek a függvénynek a negyedfokú Taylor-polinomját az $a = 0$ helyen, deriválás nélkül.

$$f(x) = \frac{5}{1+x^2}$$

c) Írjuk föl ennek a függvénynek a negyedfokú Taylor-polinomját az $a = 2$ helyen, deriválás nélkül.

$$f(x) = \frac{4}{3-x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk föl az $a = 3$ helyen ennek a függvénynek a harmadfokú Taylor-polinomját:

$$f(x) = \frac{7}{1-x}$$

b) Írjuk föl az $a = 0$ helyen ennek a függvénynek a harmadfokú Taylor-polinomját:

$$f(x) = \frac{x^2}{4-x^3}$$

c) Írjuk föl az $a = 0$ helyen ennek a függvénynek az ötödfokú Taylor-polinomját:

$$f(x) = x^4 \cdot e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk $e^{0,2}$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk $\sin 0,3$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk $\cos 0,2$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk $e^{-0,1}$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 3$. Adjunk hibabecslést is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk $\cos 0,1$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk $e^{-0,2}$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 3$. Adjunk hibabecslést is.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Teljes függvényvizsgálat, gazdasági feladatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{4x}{(x-3)^4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 4xe^{1-x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy részvény árfolyamának napi alakulását az alábbi függvény adja meg reggel nyolc és este hat óra között, ahol a nap x -edik órájában az árfolyam ezer dollárba megadva

$$f(x) = (x-12)^2 e^{-\frac{x}{2}} + 10 \quad 8 \leq x \leq 18$$

Mekkora volt a nyitási és zárási árfolyam? A nap melyik órájában volt az árfolyam minimális, illetve maximális?

b) Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 10^6 \frac{1}{100+x^2}$$

ahol x termék egységárát jelöli. Milyen egységár esetén maximális az árbevétel?

c) Egy termék fajlagos nyeresége dollárban megadva

$$\pi(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} + 2$$

ahol x a hetente eladott mennyiséget jelenti 1000 darabban.

Milyen eladási szám esetén optimális a heti teljes nyereség?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 4xe^{6-x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{2x}{(3+x)^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x \cdot e^{\frac{-1}{x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2 \ln(x - 3) - (x - 3)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 - 4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{3x}{(4-x)^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x + 2 + \frac{8}{x^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x + 2 + \frac{9}{x-3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{3-x}{x^4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \ln(x - 1)^2 + \ln(x + 1)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = e^{4x-2x^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^2 \ln x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^2 \ln x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b) $f(x) = x^2$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

e) $\int (3x + 7)^{10} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x - 10)^6 dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4} dx = ?$

d) $\int e^{4x-6} dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos \frac{x}{4} dx = ?$

b) $\sin \frac{2x-3}{5} dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)} dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)} dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3 dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100} dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int (x^2 + \sqrt{x}) \cdot x dx = ?$

e) $\int (x^5 + x^4) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (x^4 + x)^6 \cdot (4x^3 + 1) dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3) dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (e^{4x} + x^4)^{100} \cdot (4e^{4x} + 4x^3) dx = ?$

b) $\int (x^2 + 3) \cdot 12x dx = ?$

c) $\int (4x^2 + 5)^6 \cdot x dx = ?$

d) $\int (2x^2 + 7)^5 \cdot 3x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{(x^4 + 2x^2)^7} \cdot (x^3 + x) dx = ?$

b) $\int (x^4 + x^3)^8 \cdot (16x^3 + 12x^2) dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4 + 6}{(x^5 + 6x)^8} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8} dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3 + 5}{\sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x} + x}{\left(\sqrt[5]{x^2 + e^{2x}}\right)^4} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3 + 9}{\sqrt[3]{(x^4 + 12x)^7}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x dx = ?$

d) $\int \ln x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5} dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2} dx = ?$

b) $\int (4x^2 - 5x) \cdot \cosh(2x + 1) dx = ?$

c) $\int \arctan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

b) $\int \cos(x^2 + 1) \cdot 2x dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot (x^3 + 3) dx = ?$

b) $\int \frac{5^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x} dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100} + 4x^5 + 6x + 1}{x} dx = ?$

b) $\int \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + 4 \cdot \sqrt[6]{x^5} + \sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x^5}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x} + x^4}{e^{-x} \cdot x^4} dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2} dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3} dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

d) $\int \tan^2 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5} dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx = ?$

d) $\int \tan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4} dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}} dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x+1)} dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4 \cdot \sqrt{x^6-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x} dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3} dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2} dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4} dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15} dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x} dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x dx = ?$

c) $\int \sin^4 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \cos x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^4 \cdot \ln x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x + 2) \cdot e^{3x^2 + 4x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + x) dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x^2+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x e^{1+x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{7-6x}{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^3 (2x^4 + 4)^3 dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{5x^3}{x^4+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \sin x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0, 6]$ intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \text{ irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$ -nál húzható érintője által határolt területet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4} dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2} dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4} dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

b) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20) dx = 0$ teljesüljön!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függvény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függvény grafikonja az x tengellyel bezár.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x-12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F . Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}} dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x} dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 6x - x^2 \quad g(x) = x^2 - 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_0^2 \frac{1}{2-x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_2^\infty \frac{4}{x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^2 \frac{x^{-1}}{\ln x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' = 2xy - x^2y'$

b) $y' + y^2 = e^x(1 + y^2) - 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(x^2 + y^2) dx = xy dy$

b) $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c) $(x^4 + 5y^4) dx = 4xy^3 dy$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(4x^3y^3 + e^x) dx + (3x^4y^2 + 3y^2) dy = 0$

b) $(2xe^y + 4x^3) dx + (x^2e^y - \sin y) dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(3xy + 2) dx + x^2 dy = 0$

b) $(y^3 - x) dx + 3y^2 dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(y + \cos^3 x) dx + \sin x \cos x dy = 0$

b) $\left(y \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x\right) dx + \frac{\sin x}{\cos x} dy = 0$

c) $4xy dx + (x^2 + 1) dy = 0$

d) $4xy^{\frac{1}{2}} dx + (x^2 + 1) y^{-\frac{1}{2}} dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + y \tan x = e^x \cos x$

b) $xy' + y = x^3$

c) $y' + 4x^3 y = x^3 e^{x^4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + 4y = \cos x$

b) $y' + 2y = 4x^2 + 12$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' - 2y = \cos 4x + e^{3x}$

b) $y' - 4x = x + e^{3x} + e^{4x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b) $y'' - 12y' + 36y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b) $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'(e^x + 1) = e^x y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 5y' + 6y = 2 \sin(2x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y''(x^2 + 1) = 2xy'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 6y' + 9y = 2 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az $y' = z$ helyettesítéssel.

$$y''(e^x + 1) = e^x y'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + \frac{2}{x}y = 3x^2 \quad y(1) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y' - 6y = 4 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y + 1)^6 \ln 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x (x^2 + x^3)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4 \cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' (x^2 + 1) = 2xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Izoklinák

a) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

b) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$ [differenciálegyenlet](#) $K = 0$ izoklináját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 4$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és nézzük meg, hogy a $(4, 0)$ pontjában, van-e a megoldásfüggvénynek szélsőértéke.

b) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és vizsgáljuk meg a $(2, -2)$ pontjának lokális tulajdonságait.

c) Adott a következő [differenciálegyenlet](#)

$$y' = xy^3 - y^2 + 2$$

Van-e lokális szélsőértéke a megoldásgörbéjének az $(1, -1)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a) $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b) $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d) $g(x) = 2x \cos x (\sin x + 5)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehetnek az eredeti függvények?

a) $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b) $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c) $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d) $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + y = 12 \cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$$

$$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$$

$$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2 \sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$$

$$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$$

$$y' = -x + y \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + y' - 2y = 30 \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - y = 5 \sin 2x \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \quad y(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mátrixok, vektorok, vektorterek

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrixok](#) transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$E = \langle 2 \ 5 \ 7 \rangle$$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C^*$

d) $\underline{b}^* \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d}^*$

f) A^2

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(7, 8, 9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk föl a $P(3, 5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3, 5, 7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [vektorok](#) vektoriális szorzatát.

$$a) \underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} \times \underline{b} = ?$$

b) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vektorteret alkotnak-e?

a) [Komplex számok](#)

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetlenek vagy összefüggők.

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetlenek vagy összefüggők.

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen R^3 -ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen R^3 -ban
1		
2		
3		
4		
5		

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in \mathbb{R}^n$ [vektorok](#). Az alábbi állítások közül melyik igaz?

- a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- b) Ha $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.
- c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}, \underline{c} - \underline{a}$ is lineárisan független.
- d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ is lineárisan független.
- e) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- f) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e $\mathbb{R}^3$ -nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W -ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e $\mathbb{R}^4$ -nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W -ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \mid \begin{array}{l} a, b, c, d \in \mathbb{R} \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{array} \right\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in \mathbb{R}^n$ -beli [vektorok](#). Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan független.
- b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan összefüggő.
- c) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.
- d) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V -ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az alábbi bázist alakítsuk át ortogonális bázissá a Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével.

$$\underline{b_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok inverze

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrixok](#) transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{l} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a)

$$A \cdot \underline{l} = ?$$

$$\underline{l}^T \cdot A = ?$$

b) Mi történik, ha beszorozzuk az A mátrixot az $\underline{e}_2$ egységvektorral?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy áruszállító cég hat különböző országba szállít 5-féle terméket. Az A [mátrix](#) azt írja le, hogy az egyes országokba hány darabot szállítanak a különböző termékekből. A B [mátrix](#) pedig a szállítási költséget adja meg termékenként és országonként EUR-ban.

$$A = \begin{pmatrix} 450 & 67 & 765 & 310 & 70 \\ 610 & 87 & 964 & 510 & 88 \\ 480 & 72 & 710 & 321 & 76 \\ 756 & 75 & 864 & 412 & 91 \\ 656 & 96 & 689 & 311 & 56 \\ 340 & 24 & 457 & 233 & 23 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 8 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Írjuk föl mátrixműveletek segítségével ezeket:

- 1) A Németországba (2. sor) szállított termékek száma összesen.
- 2) A 4-es termékből (4. oszlop) Svájcba (3. sor) szállított mennyiség.
- 3) A 2-es termék (2. oszlop) Olaszországba (5. sor) szállításának összköltsége.
- 4) A Németországba (2. sor) szállított összes termék teljes szállítási költsége.
- 5) Az összes elszállított termék.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$E = \langle 2 \ 5 \ 7 \rangle$$

- a) $A \cdot \underline{b}$
- b) $A \cdot C$
- c) $A \cdot C^*$
- d) $\underline{b}^* \cdot \underline{d}$
- e) $\underline{b} \cdot \underline{d}^*$
- f) A^2

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad C = \langle 3 \ 2 \ 1 \rangle$$

a) $A + I) \cdot C = ?$

b) $(2\underline{b} + \underline{e}_1) \cdot \underline{b}^T = ?$

c) $(C^2 - I) \cdot A = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + I = X + 2B \quad X = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + 2X = (B + I)A + X \quad X = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt néhány [mátrix](#) és vektor és el kéne végezni velük pár műveletet.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) $A \cdot B = ?$

b) $B \cdot A = ?$

c) $A \cdot \underline{c} = ?$

d) $A^T \cdot \underline{c} = ?$

e) $\underline{c} \cdot \underline{d}^T = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Paraméteres görbék

Adjuk meg az Arkhimédészi spirál paraméteres görbe képletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a ciklois paraméteres görbe képletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vannak itt ezek a paraméteres görbék. Ábrázoljuk őket koordináta-rendszerben és találjuk ki, hogy így melyik függvény grafikonját kaptuk.

a)

$$x(t) = t + 3 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t}$$

b)

$$x(t) = e^t + 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = e^{2t} - 2$$

c)

$$x(t) = 3 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

d)

$$x(t) = 3 \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék görbületét.

a)

$$x(t) = 6 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 2 \cdot \sin t$$

b)

$$x(t) = 4 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 3 \cdot \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $y = x^2$ parabola simuló körét az origóban.

b) Adjuk meg a koszinusz függvény simuló körét az origóban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi görbe kísérő triéderét.

$$r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi görbe görbületét és torzióját.

$$r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi görbe síkgörbe, adjuk meg a görbe síkjának normálvektorát és számoljuk ki a görbületet.

$$r(t) = (\sin t, \cos t, \sin t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t) = t - 2 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t} + 1$$

b)

$$x(t) = t - 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^2 - 2$$

c)

$$x(t) = t + 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^3 - 1$$

d)

$$x(t) = 1 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

e)

$$x(t) = 3 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

f)

$$x(t) = -2 + \cos t \quad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

g)

$$x(t) = 3 + 2 \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + 2 \sin t$$

h)

$$x(t) = 2 + 3 \cos t \quad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + 2 \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi ellipszisek paraméteres egyenleteit, majd ábrázoljuk is őket.

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

b) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t) = \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = \sinh t$$

b)

$$x(t) = 3 \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = 2 \sinh t$$

c)

$$x(t) = -2 \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = 2 \sinh t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = R(t - \sin t) \quad y = R(1 - \cos t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, 3]$ intervallumon.

$$x = t^3 \quad y = 6t^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
