



MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MÉRNÖKI MATEMATIKA MATE tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 09. 10.

Tartalomjegyzék

Kettős és hármas integrál, térfogati integrál.....	2
Paraméteres görbék.....	9
Vektormezők, görbementi és felületi integrálok.....	13
Divergencia és rotáció.....	15
Differenciálegyenletek.....	17
Izoklinák.....	23
Laplace transzformáció.....	24
Fourier sorok.....	27
Fourier-transzformáció.....	29
Határozatlan integrálás, primitív függvény.....	32
Határozott integrálás.....	43
Síkbeli és térbeli leképezések és mátrixaik.....	47

Kettős és hármas integrál, térfogati integrál

Határozzuk meg az alábbi [kettős integrál](#) értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dx dy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dy dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dy dx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 x e^{xy} dx dy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2 dy dx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3} dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5 - x^2 - y^2 dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a $D : x^2 + y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 6 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x + y + z) dx dy dz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1 dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^2 1 \, dx dy dz$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk az origó középpontú $R = 5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$$

$$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 3x - 2y^3 + 2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 2)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (y + e^{3x} - 1) \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{(2x + 3y^2 + 1)^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 (x^2 - 1) \cdot e^{-3y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x + y^2 \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 0 \leq x \quad 0 \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \quad 3x^2 \leq y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y) = xy$$

$$D: x^2 - 4x + y^2 \leq 21$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \, dy dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2} \, dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = z \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$D: 12 \leq x^2 + y^2 \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} dx dy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$$f(x, y) = 2x \cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$$f(x, y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx\}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az $f(x, y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az x tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Paraméteres görbék

Adjuk meg az Arkhimédészi spirál paraméteres görbe képletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a ciklois paraméteres görbe képletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vannak itt ezek a paraméteres görbék. Ábrázoljuk őket koordinátarendszerben és találjuk ki, hogy így melyik függvény grafikonját kaptuk.

a)

$$x(t) = t + 3 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t}$$

b)

$$x(t) = e^t + 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = e^{2t} - 2$$

c)

$$x(t) = 3 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

d)

$$x(t) = 3 \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék görbületét.

a)

$$x(t) = 6 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 2 \cdot \sin t$$

b)

$$x(t) = 4 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 3 \cdot \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $y = x^2$ parabola simulóköret az origóban.

b) Adjuk meg a koszinusz függvény simulóköret az origóban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi görbe kísérő triéderét.

$$r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi görbe görbületét és torzióját.

$$r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi görbe síkgörbe, adjuk meg a görbe síkjának normálvektorát és számoljuk ki a görbületet.

$$r(t) = (\sin t, \cos t, \sin t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t) = t - 2 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = \sqrt{t} + 1$$

b)

$$x(t) = t - 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^2 - 2$$

c)

$$x(t) = t + 1 \quad t \in [0, +\infty)$$

$$y(t) = t^3 - 1$$

d)

$$x(t) = 1 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

e)

$$x(t) = 3 + \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 2 + \sin t$$

f)

$$x(t) = -2 + \cos t \quad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + \sin t$$

g)

$$x(t) = 3 + 2 \cos t \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$y(t) = 1 + 2 \sin t$$

h)

$$x(t) = 2 + 3 \cos t \quad t \in [0, \pi)$$

$$y(t) = 1 + 2 \sin t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi ellipszisek paraméteres egyenleteit, majd ábrázoljuk is őket.

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

b) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$$x(t) = \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = \sinh t$$

b)

$$x(t) = 3 \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = 2 \sinh t$$

c)

$$x(t) = -2 \cosh t \quad t \in R$$

$$y(t) = 2 \sinh t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = R(t - \sin t) \quad y = R(1 - \cos t)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, \pi]$ intervallumon.

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0, 3]$ intervallumon.

$$x = t^3 \quad y = 6t^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Vektormezők, görbementi és felületi integrálok

Számoljuk ki a görbe menti integrált erre a görbére:

$$r(t) = (1 + 3\cos t, 3\sin t) \quad \frac{\pi}{3} \leq t \leq \pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 + 5x, y^4 + 3xy)$$

És számítsuk ki az integrálját ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t) \quad 0 \leq t \leq \pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora lesz a fluxus a vikingeknél, ha a szél a vektormező minden pontjában egyenletesen fúj, és a vitorla sarkai: $A(10, -4, 1), B(10, 4, 1), C(10, 4, 9), D(10, -4, 9)$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 + y^2, x + y^3)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (3t, t^2) \quad 0 \leq t \leq 2$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + xy^2, x^2 + y^2, x + y)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, t) \quad 0 \leq t \leq 6\pi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 - z, x^2 + y, x + 2z)$$

És integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \quad -2 \leq x \leq 2 \quad -1 \leq y \leq 1$$

b) Van itt ez a vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 - z, x^2 + y, x + 2z)$$

És integráljuk ezen a görbén:

$$r(t) = (3t, t^3 + t, t^2 - t) \quad 0 \leq t \leq 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + yz) \underline{i} + (2x^2 - y^2) \underline{j} + (-x^2 + z^2) \underline{k}$$

és integráljuk az AB szakasz mentén, ha $A = (1, 1, 0), B = (5, 7, -4)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^3 - xz, x^2 + y^3, z + y^2)$$

és integráljuk ezen a felületen:

$$z = x^2 - y^2 \quad -1 \leq x \leq 1 \quad -2 \leq y \leq 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Divergencia és rotáció

Itt egy $R^2 \rightarrow R^2$ vektormező:

$$v(x, y) = (x^2 + y^2, 2xy)$$

Számoljuk ki a divergenciát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy $R^2 \rightarrow R^2$ vektormező:

$$v(x, y) = (y^2, x^2)$$

Számoljuk ki a rotációt.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Itt egy $R^3 \rightarrow R^3$ vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^4 + ye^z, y^2 + z^2, x^2 e^{yz})$$

Számoljuk ki a divergenciát és a rotációt.

b) Forrásmentes-e és örvénymentes-e a következő vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + 2yz, y^2 + 2xz, z^2 + 2xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy $v(x, y, z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x, y, z)$ függvény.

$$F(x, y, z) = x^5 + e^x y^3 + y^4 + z^4$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját és rotációját.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (4x^3 - 4yz, e^y + 1 - 4xz, -4xy + 3z^2)$$

Mi a potenciálfüggvénye?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy $v(x, y, z)$ vektormező potenciálfüggvénye az $F(x, y, z)$ függvény.

$$F(x, y, z) = x^4 + y^2 z^2 + xy^3$$

Számítsuk ki a vektormező divergenciáját, rotációját és integráljuk az $r(t) = (3t, t^2, t)$ görbén $t = 0$ és $t = 2$ között.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (x^2 + z^2, x + y^3, z + x^4)$$

Integráljuk a vektormezőt egy 2 élű kockának a felületén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (xz^2, x + y, yz)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt egy vektormező:

$$v(x, y, z) = (xz^2, x + y, yz)$$

Integráljuk a vektormezőt ezen a görbén:

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 0)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' = 2xy - x^2y'$

b) $y' + y^2 = e^x(1 + y^2) - 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(x^2 + y^2) dx = xy dy$

b) $x^2y' = x^2 + xy + y^2$

c) $(x^4 + 5y^4) dx = 4xy^3 dy$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(4x^3y^3 + e^x) dx + (3x^4y^2 + 3y^2) dy = 0$

b) $(2xe^y + 4x^3) dx + (x^2e^y - \sin y) dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(3xy + 2) dx + x^2 dy = 0$

b) $(y^3 - x) dx + 3y^2 dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(y + \cos^3 x) dx + \sin x \cos x dy = 0$

b) $\left(y \frac{1}{\cos^2 x} + \cos x\right) dx + \frac{\sin x}{\cos x} dy = 0$

c) $4xy dx + (x^2 + 1) dy = 0$

d) $4xy^{\frac{1}{2}} dx + (x^2 + 1) y^{-\frac{1}{2}} dy = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + y \tan x = e^x \cos x$

b) $xy' + y = x^3$

c) $y' + 4x^3 y = x^3 e^{x^4}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' + 4y = \cos x$

b) $y' + 2y = 4x^2 + 12$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' - 2y = \cos 4x + e^{3x}$

b) $y' - 4x = x + e^{3x} + e^{4x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b) $y'' - 12y' + 36y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b) $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'(e^x + 1) = e^x y$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 5y' + 6y = 2 \sin(2x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y''(x^2 + 1) = 2xy'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - 6y' + 9y = 2 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az $y' = z$ helyettesítéssel.

$$y''(e^x + 1) = e^x y'$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y' + \frac{2}{x}y = 3x^2 \quad y(1) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y' - 6y = 4 \cosh(3x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = (2y + 1)^6 \ln 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' + 2xy = 4x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$xy' - y = e^x (x^2 + x^3)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$$y'' + y = -4 \cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$$y' (x^2 + 1) = 2xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Izoklinák

a) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

b) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$ [differenciálegyenlet](#) $K = 0$ izoklináját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 4$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és nézzük meg, hogy a $(4, 0)$ pontjában, van-e a megoldásfüggvénynek szélsőértéke.

b) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és vizsgáljuk meg a $(2, -2)$ pontjának lokális tulajdonságait.

c) Adott a következő [differenciálegyenlet](#)

$$y' = xy^3 - y^2 + 2$$

Van-e lokális szélsőértéke a megoldásgörbéjének az $(1, -1)$ pontban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a) $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b) $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d) $g(x) = 2x \cos x (\sin x + 5)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehetnek az eredeti függvények?

a) $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b) $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c) $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d) $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' + y = 12 \cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$$

$$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$$

$$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2 \sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$$

$$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszert a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszer a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$$

$$y' = -x + y \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a [differenciálegyenlet](#)-rendszer a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$x' = -8y \quad x(0) = 1$$

$$y' = 2x \quad y(0) = -2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y'' + y' - 2y = 30 \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - y = 5 \sin 2x \quad y(0) = 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a [Laplace transzformáció](#) segítségével.

$$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \quad y(0) = 1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fourier sorok

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = |x|, \text{ ha } -\pi < x \leq \pi \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 4, & \text{ha } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad f(x) = f(x + \pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} -4, & \text{ha } -\pi < x \leq -\frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 4, & \text{ha } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi \\ 4, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x) = x^2 \quad f(x) = f(x + 2\pi)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Fourier-transzformáció

Végezzük el a Fourier-transzformációt a négyszög-impulzuson:

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } -\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Az f függvény Fourier-transzformáltja F . Fejezzük ki az F segítségével ezt a Fourier-transzformáltat:

$$\mathcal{F}[f(4x - 12)]$$

b) Adjuk meg az $f(x - 4)$ második deriváltjának Fourier-transzformációját, ha az f függvény Fourier-transzformáltja F .

c) Tudjuk, hogy az f függvény Fourier-transzformáltja:

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{2}{1+\omega^2}$$

Mi lesz az $f(4x - 3)$ deriváltjának Fourier-transzformációja?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Az f függvény Fourier-transzformáltja az F függvény.

Adjuk meg F segítségével ennek a függvénynek a Fourier-transzformáltját:

$$f^{(4)}(3x - 12)$$

b) Az f függvény Fourier-transzformáltja az F függvény.

$$f(x) = e^{-x^2} \quad F(\omega) = \sqrt{\pi} \cdot e^{-\frac{\omega^2}{4}}$$

Adjuk meg a Fourier-transzformáltját a g függvénynek:

$$g(x) = e^{-(2x+10)^2}$$

c) Az f függvény Fourier-transzformáltja az F függvény.

$$f(x) = e^{-x^2} \quad F(\omega) = \sqrt{\pi} \cdot e^{-\frac{\omega^2}{4}}$$

Adjuk meg a Fourier-transzformáltját a g függvénynek:

$$g(x) = x \cdot e^{-x^2}$$

d) Az f függvény Fourier-transzformáltja az F függvény.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } -1 < x \leq 0 \\ 2, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

Adjuk meg a Fourier-transzformáltját a g függvénynek:

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } 1 < x \leq 2 \\ 2, & \text{ha } 2 < x \leq 3 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg a Fourier-transzformáltját: $f(x) = e^{-|x|}$

b) Az f függvény Fourier-transzformáltja az F függvény:

$$f(x) = e^{-|x|} \quad F(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$$

Keressük azt a g függvényt, aminek a Fourier-transzformáltja:

$$G(\omega) = \frac{1}{\omega^2 - 6\omega + 10}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f függvény Fourier-transzformáltja az F függvény.

$$f(x) = e^{-|x|} \quad F(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$$

Adjuk meg azt a g függvényt, aminek a Fourier-transzformáltja:

a) $G(\omega) = \frac{1}{1+(\omega-4)^2}$

b) $G(\omega) = \frac{1}{1+4\omega^2}$

c) $G(\omega) = \frac{1}{5+\omega^2}$

d) $G(\omega) = \frac{1}{4\omega^2+12\omega+10}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f függvény Fourier-transzformáltja az F függvény.

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{ha } x < 0 \\ 0, & \text{ha } 0 \leq x \end{cases} \quad F(\omega) = \frac{1}{1-i\omega}$$

Adjuk meg a Fourier-transzformáltját a g függvénynek:

a) $g(x) = \begin{cases} e^{4x+12}, & \text{ha } x < 0 \\ 0, & \text{ha } 0 \leq x \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} e^{x-2}, & \text{ha } x < 2 \\ 0, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$

c) $g(x) = \begin{cases} e^{4x-10}, & \text{ha } x < 3 \\ 0, & \text{ha } 3 \leq x \end{cases}$

d) $g(x) = \begin{cases} e^{-2x}, & \text{ha } x > 0 \\ 0, & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b) $f(x) = x^2$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

e) $\int (3x + 7)^{10} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x - 10)^6 dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4} dx = ?$

d) $\int e^{4x-6} dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos \frac{x}{4} dx = ?$

b) $\sin \frac{2x-3}{5} dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)} dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)} dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3 dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100} dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int (x^2 + \sqrt{x}) \cdot x dx = ?$

e) $\int (x^5 + x^4) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (x^4 + x)^6 \cdot (4x^3 + 1) dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3) dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x} dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (e^{4x} + x^4)^{100} \cdot (4e^{4x} + 4x^3) dx = ?$

b) $\int (x^2 + 3) \cdot 12x dx = ?$

c) $\int (4x^2 + 5)^6 \cdot x dx = ?$

d) $\int (2x^2 + 7)^5 \cdot 3x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{(x^4 + 2x^2)^7} \cdot (x^3 + x) dx = ?$

b) $\int (x^4 + x^3)^8 \cdot (16x^3 + 12x^2) dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4 + 6}{(x^5 + 6x)^8} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8} dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3 + 5}{\sqrt[3]{(x^4 + 5x)^8}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x} + x}{\left(\sqrt[5]{x^2 + e^{2x}}\right)^4} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3 + 9}{\sqrt[3]{(x^4 + 12x)^7}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7} dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x dx = ?$

d) $\int \ln x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5} dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2} dx = ?$

b) $\int (4x^2 - 5x) \cdot \cosh(2x + 1) dx = ?$

c) $\int \arctan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

b) $\int \cos(x^2 + 1) \cdot 2x dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot (x^3 + 3) dx = ?$

b) $\int \frac{5^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}} dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x} dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100} + 4x^5 + 6x + 1}{x} dx = ?$

b) $\int \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + 4 \cdot \sqrt[6]{x^5} + \sqrt{x^3} + 1}{\sqrt{x^5}} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x} + x^4}{e^{-x} \cdot x^4} dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2} dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3} dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

d) $\int \tan^2 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x} dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5} dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} dx = ?$

d) $\int \tan x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}} dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4} dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}} dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x+1)} dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1} dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4 \cdot \sqrt{x^6-1}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x} dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3} dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2} dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}} dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4} dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15} dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x} dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x dx = ?$

c) $\int \sin^4 x dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \cos x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^4 \cdot \ln x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x + 2) \cdot e^{3x^2 + 4x} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int (3x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + x) dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 18x \cdot e^{3x^2+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x e^{1+x^2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{7-6x}{2x+1} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int x^3 (2x^4 + 4)^3 dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{5x^3}{x^4+2} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}} dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int e^x \cdot \sin x dx = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0, 6]$ intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \text{ irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$ -nál húzható érintője által határolt területet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4} dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2} dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4} dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

b) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20) dx = 0$ teljesüljön!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függvény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függvény grafikonja az x tengellyel bezár.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x-12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F . Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}} dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x} dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 6x - x^2 \quad g(x) = x^2 - 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_0^2 \frac{1}{2-x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_2^\infty \frac{4}{x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^2 \frac{x^{-1}}{\ln x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Síkbeli és térbeli leképezések és mátrixaik

Adjuk meg az x tengelyre való tükrözés mátrixát R^2 -ben.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tükrözzük az x tengelyre a $\underline{v}$ vektort, ha

a) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis [vektorok](#): $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis [vektorok](#): $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
