

## Parciális deriválás, iránymenti derivált, érintő sík

a) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$  függvény  $x$  és  $y$  szerinti deriváltjait.

b) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$  függvény másodrendű deriváltjait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^4 + 4x^2y^3 + y^2$  függvény deriváltvektorát vagy gradiensét.

b) Számoljuk ki ennek a kétváltozós függvénynek a gradiensét vagy deriváltvektorát a  $P(2, 3)$  pontban:

$$f(x, y) = 3x^4 - y^3 + x^3y^2.$$

c) Van itt ez a háromváltozós függvény:

$$f(x, y, z) = x^4 - y^3 + z^2 + x \cdot z^3$$

Számoljuk ki a deriváltvektorát a  $P(3, 2, 4)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Számoljuk ki a  $\underline{v} = (3, 4)$  iránymenti deriváltját a  $P(2, 1)$  pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a  $\underline{v} = (2, 2, 1)$  iránymenti deriváltját a  $P(3, 5, 4)$  pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Számoljuk ki a  $P = (0, 1)$  pontban milyen irányban emelkedik a legmeredekebben az  $f(x, y) = y^4 \cdot e^x - \ln y$  függvény felülete és mekkora ez az emelkedés.

b) Az  $f$  függvény által megadott felületre a  $P = (3, 6)$  pontban függőlegesen cseppentünk egy vízcseppet. Milyen irányban indul el a vízcsepp a felületen?

$$f(x, y) = x^4 \cdot e^{2x-y} + y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

a) Számoljuk ki az  $f(x, y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$  függvény iránymenti deriváltját a  $\underline{v} = (3, 4)$  irány szerint az  $(1, 2)$  pontban.

b) Milyen irányban emelkedik a legmeredekebben, és melyik irányban lesz éppen nulla az iránymenti deriváltja a  $P(2, 5)$  pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^4 + 8y^2}$$

c) Számoljuk ki az iránymenti deriváltját ennek a függvénynek is a  $P\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$  pontban a  $\underline{v} = (1, 2)$  irány szerint.

$$f(x, y) = \tan(2x + 3y)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$  függvény  $(2, 1)$  pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(0, 1, 1)$  pontban az  $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$  függvényhez húzott érintő az  $R(1, 0, 1)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az  $f(x, y) = 16 - x^2 - y^2$  függvény  $P(1, 2)$  ponthoz tartozó  $x$  szerinti,  $y$  szerinti és  $z$  szerinti szintvonalait.

b) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^2 \cdot y^3 + x \cdot \ln y + y^5$  függvény  $P(4, 1)$  ponthoz tartozó  $x$  szerinti,  $y$  szerinti és  $z$  szerinti szintvonalait.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az  $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$  implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk  $x$  és  $y$  szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi kétváltozós függvények  $x$  és  $y$  szerinti deriváltjait.

a)  $f(x, y) = x^4 + e^y + \ln y + \sin x + \cos y + \tan y$

b)  $f(x, y) = x^y$

c)  $f(x, y) = \ln y \cdot (x^3 + y^4) + e^x \cdot (x^2 + y^2)$

d)  $f(x, y) = \ln(x^4 + y^3) + e^{xy^2} + \sqrt[5]{x^6 + e^y}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)