# Könnyű teljes függvényvizsgálat és szélsőértékfeladatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$f(x) = x^4 - 4x^3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$f(x) = x^3 - 3x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg az $a, b, c$ valós paramétereket úgy, hogy az $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28$ függvénynek $x = 2$-ben zérushelye, $x = -4$-ben lokális maximumhelye, $x = -1$-ben pedig inflexiós pontja legyen!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy vasúti alagút építése során minél mélyebbre helyezik a nyomvonalat, annál hosszabb alagutat kell fúrni és maga az építkezés is egyre drágább lesz. Az eredetileg kijelölt nyomvonal 340 méteres tengerszintfeletti magasságban halad és az építési költség 5,6 milliárd svájci frank. A nyomvonal $x$ méterrel mélyebbre helyezése az eredeti költséget ennyivel növeli: $a(x) = 40x^4 + 160x^3$ frank.

A mélyebben futó nyomvonalnak az előnye, hogy az áthaladó vonatoknak a hegységben történő átkelés során kisebb szintkülönbséget kell megtenniük. Ennek évenkénti gazdasági haszna: $p(x) = 80x^3$ frank.

Hogyha az alagút átadását követő 40 éves periódust vizsgálunk, hány méterrel lenne érdemes mélyebbre helyezni a nyomvonalat, hogy a lehető legnagyobb legyen a megtérülés?

b) Egy termék árbevétel függvénye $R(x) = 12400x^2 - 4000x^3$, a költségfüggvénye pedig $C(x) = 400x^2 + 2000$, ahol $x$ a termék ára dollárban. Milyen egységár esetén maximális a profit és mekkora ez a profit?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 20000x^2 - 1000x^3 - 72000x$$

ahol $x$ a termék árát jelöli euróban.

a) Milyen ár esetén maximális az árbevétel?
b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 5 eurós ár esetén?

Egy másik termék keresleti függvénye

$$f(x) = 260x^3 - 11x^4$$

ahol $x$ a termék árát jelöli euróban.

A termék fajlagos költsége (tehát az egy termékre jutó költség) 12 euró.

a) Milyen ár esetén lesz maximális a profit?
b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 16 eurós és 21 eurós ár mellett?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy 33x18 cm-es kartonlapból téglatest alakú dobozt készítünk. A doboz kiterített hálója és méretei itt láthatóak.

a) Mekkora a doboz térfogata, ha $a = 7$ cm?

b) Hogyan kell megválasztani az $a, b, c$ élek hosszát ahhoz, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 17$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2x^6 - 6x^4 + \sqrt{37}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy sorsjegyből havonta átlagosan 5000 darabot értékesítenek. Egy darab sorsjegy ára 500 Ft, de ezt csökkenteni szeretnék. A sorsjegy ára 10 Ft-os lépésekben csökkenthető. Ha az ár $n$-szer 10 Ft-tal alacsonyabb lesz, akkor havonta $10n^2$-tel több sorsjegyet tudnak eladni ($n \in N^+$). Mi az az $n$ érték, amelyre a sorsjegyek eladásából származó havi bevétel maximális?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény monotonitását. Adjuk meg, hol vannak a függvénynek lokális szélsőérték pontjai.

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 4x + \frac{2}{3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = e^x \cdot \left(x^2 - 3x + 2\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Vizsgáljuk meg a $g(x) = x^4 + 6x^3 - 60x^2 + 15x - 22$ függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{9x^2}{2} - 6x + \frac{1}{4}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Vizsgáljuk meg az alábbi függvény konvexitását. Hol konvex és konkáv a függvény? Adjuk meg, hol vannak a függvénynek inflexiós pontjai.

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 2x + \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 12x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---