

## Határozott integrálás és alkalmazásai

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a)  $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az  $f(x) = x^2 - 4x$  függvény és az  $x$  tengely között van a  $[0, 6]$  intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \text{ irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a területet, ami az  $f(x) = x^2$  és  $g(x) = -x^2 + 4x + 16$  függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az  $f(x) = x^2 - 6x + 10$  és  $g(x) = 2x + 10$  függvények között van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f(x) = -x^2 + 3x + 4$  függvény  $x = 3$ -nál húzható érintője által határolt területet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a)  $\int_1^\infty \frac{5}{x^4} dx = ?$

b)  $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2} dx = ?$

c)  $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4} dx = ?$

d)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a)  $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

b)  $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a)  $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

b)  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

c)  $\int_0^1 \frac{x}{\tan x} dx$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f(x) = x^3$  függvényt megforgatjuk az  $x$  tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f(x) = x^3$  függvényt megforgatjuk az  $y$  tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg a  $p > 0$  paraméter értékét úgy, hogy  $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20) dx = 0$  teljesüljön!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = (x - 1)^2 \quad g(x) = 2 - (x - 1)^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az  $f(x) = \sqrt{x + 5}$  függvény grafikonja, az  $x = -1$  pontban húzott érintő és az  $x$  tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az  $f(x) = -x^2 - 6x - 5$  függvény grafikonja az  $x$  tengellyel bezár.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az  $f(x) = \ln x$  függvény grafikonja, az  $x_0 = e$  abszcisszájú pontjában húzott érintő és az  $x$  tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az  $f(x) = x^2 - 7x + 14$  függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az  $x_0 = 4$  abszcisszájú pontjában húzott érintő és az  $y$  tengely határol!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mekkora az a terület, amit az  $f$  függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az  $f(x) = \sqrt{x+2}$  és  $g(x) = \sqrt{3x-12}$  függvények grafikonjai és az  $x$  tengely határol.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $f$  integrálható függvény a  $[0, a]$  intervallumon, és primitív függvénye  $F$ . Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 6x - x^2 \quad g(x) = x^2 - 2x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_0^2 \frac{1}{2-x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_2^\infty \frac{4}{x^3} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$$\int_1^2 \frac{x^{-1}}{\ln x} dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---