Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok rangja és inverze

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$
$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$
$$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$
$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$
$$2x_2 + x_4 = 8$$
$$x_1 + x_4 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$
$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$
$$2x_2 + x_4 = 8$$
$$x_1 + x_4 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$
$$2x_1 + x_2 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$
$$2x_1 + x_2 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$
$$2x_1 + x_2 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$
$$2x_1 + x_2 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$
$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$
$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$
$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$
$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$
$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$
$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$
$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$
$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$
$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$
$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$
$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$
$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$
$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$
$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg Gauss-Jordan eliminációval az alábbi egyenletrendszereket.

a)

$$2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 4$$
$$3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 27$$
$$4x_1 + x_2 - 3x_3 = 7$$

b)

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 4$$
$$3x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 16$$
$$x_1 + 7x_2 - 18x_3 - 6x_4 = -8$$

c)

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 9$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 10$$
$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a mátrix. Számoljuk ki a rangját, és döntsük el, hogy teljes oszloprangú vagy teljes sorrangú-e.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrix rangját, keressük meg az oszlop-vektorterének egy bázisát, és adjuk meg ebben a bázisban az A mátrix oszlopvektorainak koordinátáit.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 6 & -4 & 2 & 10\\ 3 & 9 & 1 & -4 & 1\\ 1 & 3 & -9 & 8 & 19\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1}=\underline{a_1}-2\underline{a_2}+\underline{a_3}$$

$$\underline{v_2}=\underline{a_1}+\underline{a_3}$$

$$\underline{v_3}=3\underline{a_1}+2\underline{a_2}+\underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b}=\underline{a_1}+2\underline{a_2}+\underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1}=\underline{a_1}-2\underline{a_2}+\underline{a_3}$$

$$\underline{v_2}=\underline{a_1}+\underline{a_3}$$

$$\underline{v_3}=3\underline{a_1}+2\underline{a_2}+\underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b}=\underline{a_1}+2\underline{a_2}+\underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -1\\ 1 & 1 & -1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -1\\ 1 & 1 & -1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 4\\0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 4\\0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1+x_2+x_3-7x_4=8$$
$$4x_1+4x_2+x_3-28x_4=23$$
$$5x_1+3x_2-x_3-31x_4=14$$
$$2x_1+p\cdot x_4=q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p és q valós paraméterek minden értékére adjuk meg az alábbi egyenletrendszer megoldásainak a számát. Ha az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van, akkor a p és q ezen értékeire adjuk meg az összes megoldást. (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1+x_2+x_3-7x_4=8$$
$$4x_1+4x_2+x_3-28x_4=23$$
$$5x_1+3x_2-x_3-31x_4=14$$
$$2x_1+p\cdot x_4=q$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1-3x_2-14x_3=-17$$
$$2x_1-6x_2-28x_3+p\cdot x_4=q-34$$
$$3x_1-7x_2-36x_3+4p\cdot x_4=4q-37$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p és q valós paraméterek milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek.

Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

$$x_1 - 3x_2 - 14x_3 = -17$$
$$2x_1 - 6x_2 - 28x_3 + p \cdot x_4 = q - 34$$
$$3x_1 - 7x_2 - 36x_3 + 4p \cdot x_4 = 4q - 37$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$
$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$
$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy a p valós paraméterek mely értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$$
$$2x_1 + 9x_2 + 16x_3 = 17$$
$$x_1 + p \cdot x_2 + p \cdot x_3 = 5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a bázis transzformáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrix inverzét, majd döntsük el, hogy a p valós paraméter mely értékeire nem létezne az inverzmátrix.

(Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & p \\ 6 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot