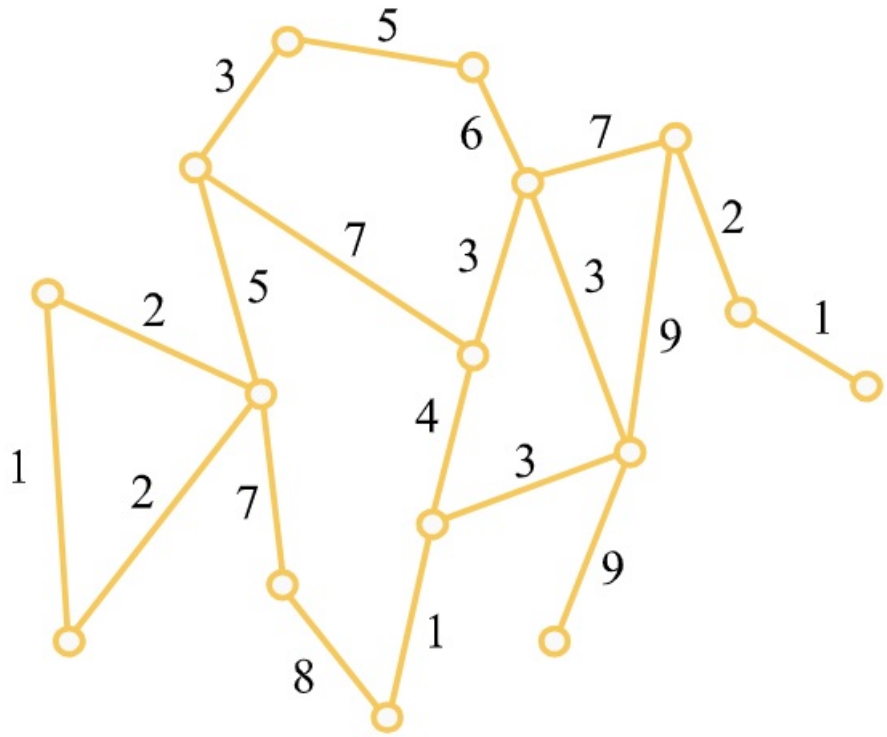
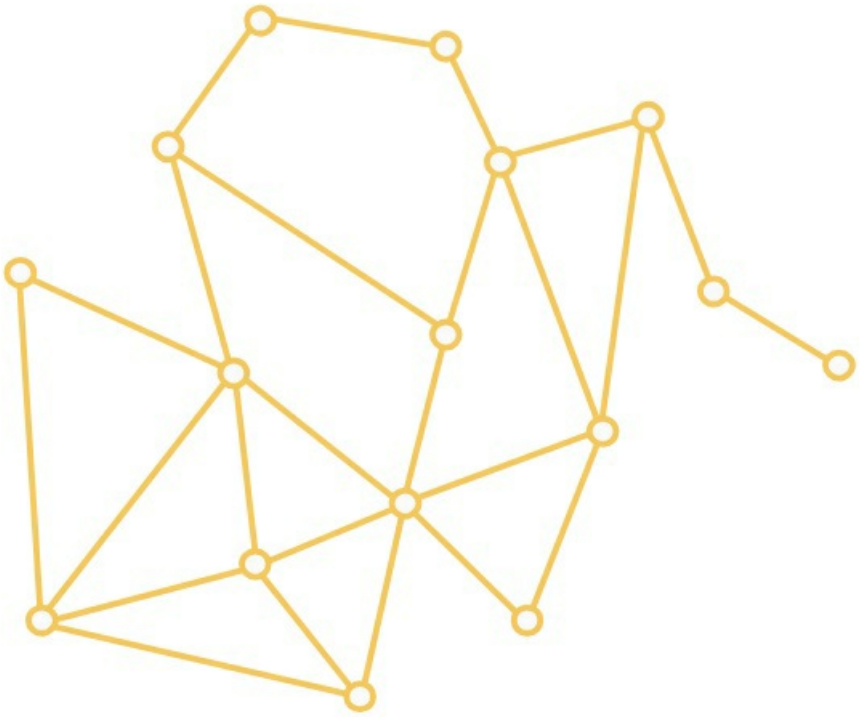
Gráfok bejárása és gráfalgoritmusok

Adjuk meg ennek a gráfnak a minimális súlyú feszítőfáját a Kruskal-algoritmus segítségével.



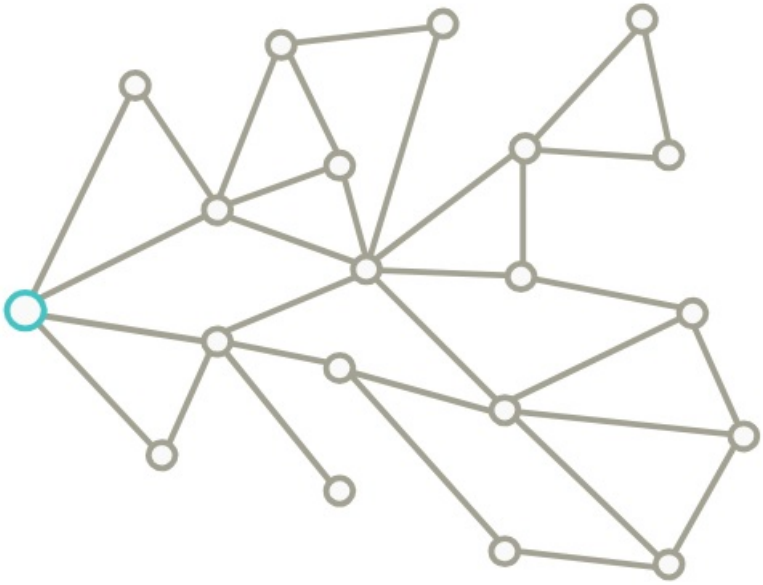
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Térképezzük föl az alábbi gráfot a szélességi bejárás (BFS) segítségével.



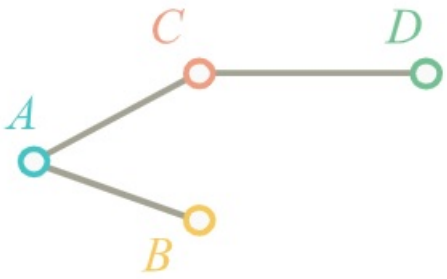
Megnézem a kapcsolódó epizódot

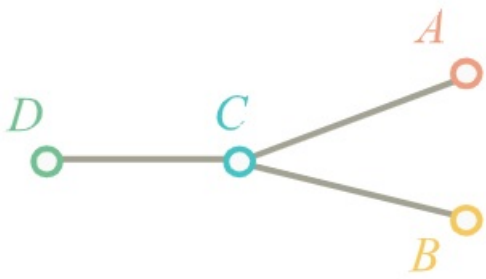
Térképezzük föl az alábbi gráfot a mélységi bejárás (DFS) segítségével.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

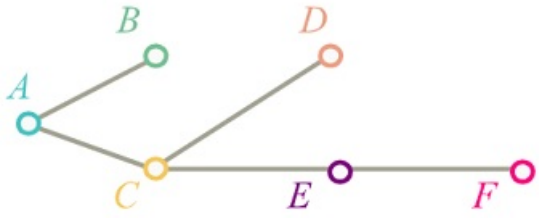
a) Íme, egy gráf két különböző kezdőpontjából készített BFS fája:

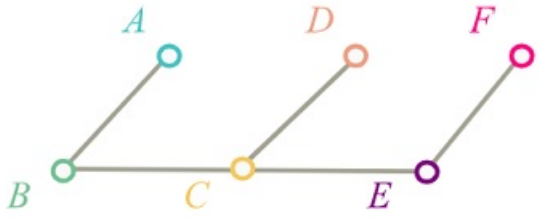




Adjuk meg az eredeti gráfot.

b) Egy gráfban minden csúcs fokszáma páros, és két különböző kezdőpont alapján készített BFS fája:

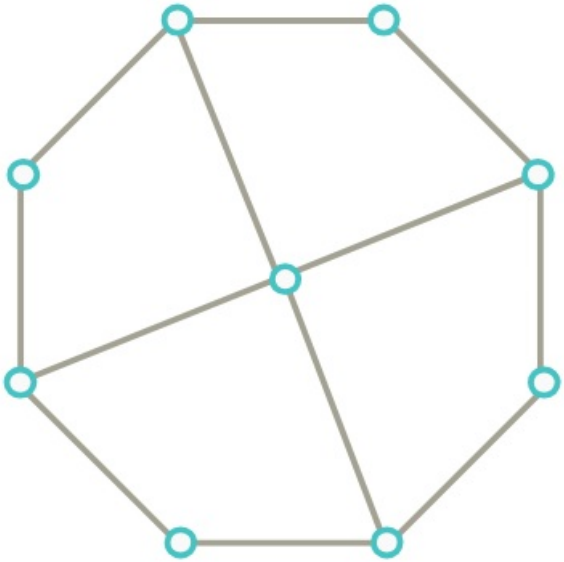




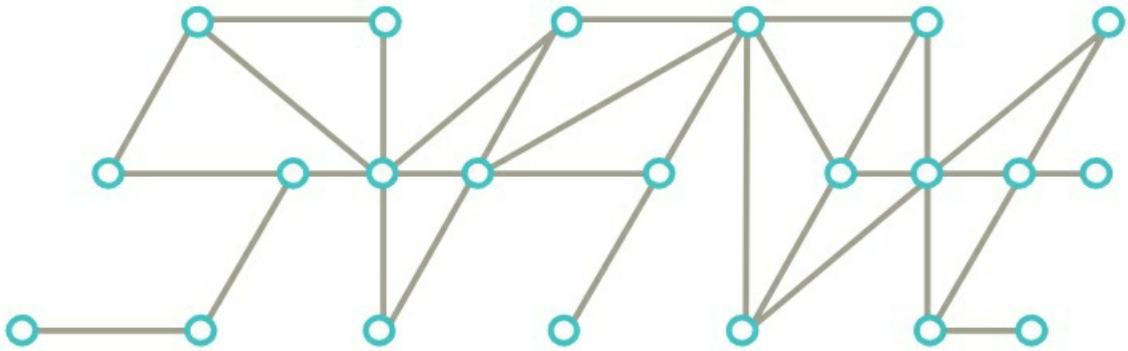
Adjuk meg az eredeti gráfot.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton kör?



b) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton út?



Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bizonyítsuk be, hogy minden 4-nél nagyobb n számra van olyan n csúcsú G gráf, hogy G-ben és a komplementerben is van Hamilton kör.

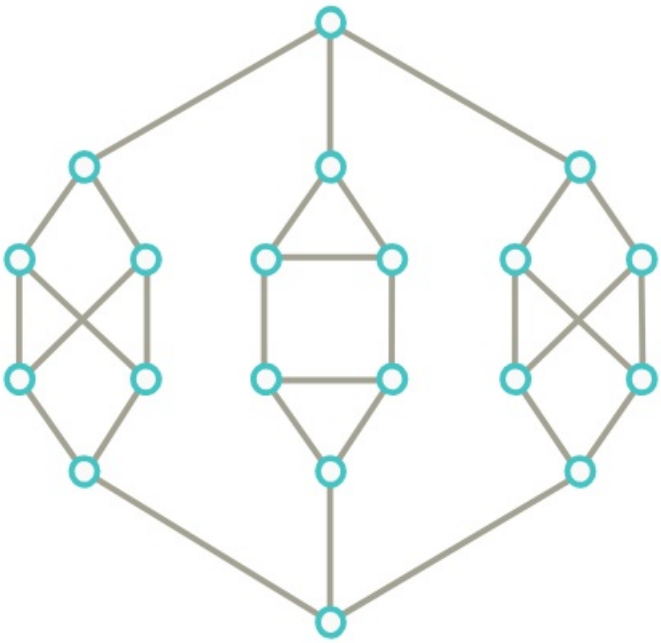
b) Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban két nem szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

c) Mit mondhatunk arról a 101 pontú gráfról, amiben minden csúcs foka legalább 50. Van-e a gráfban Hamilton út?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

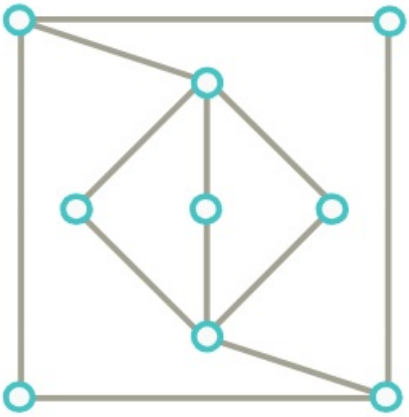
a) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávennünk ahhoz, hogy legyen?



b) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávennünk ahhoz, hogy legyen?



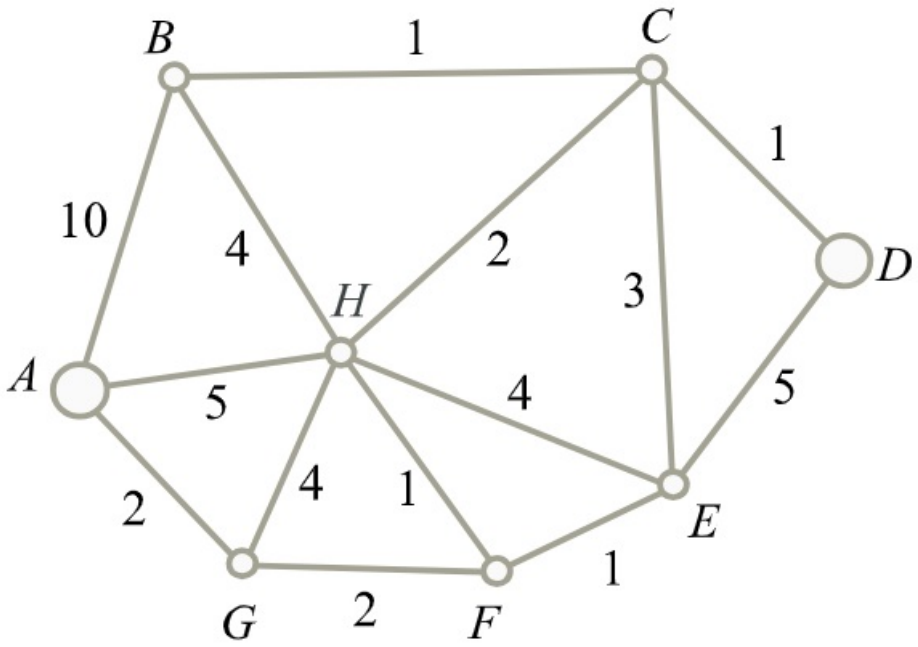
c) Minimum hány élt kell behúznunk ebben a gráfban, hogy legyen benne Hamilton kör?



d) Adott egy 100 csúcsú egyszerű gráf, amiben két szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka pedig legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

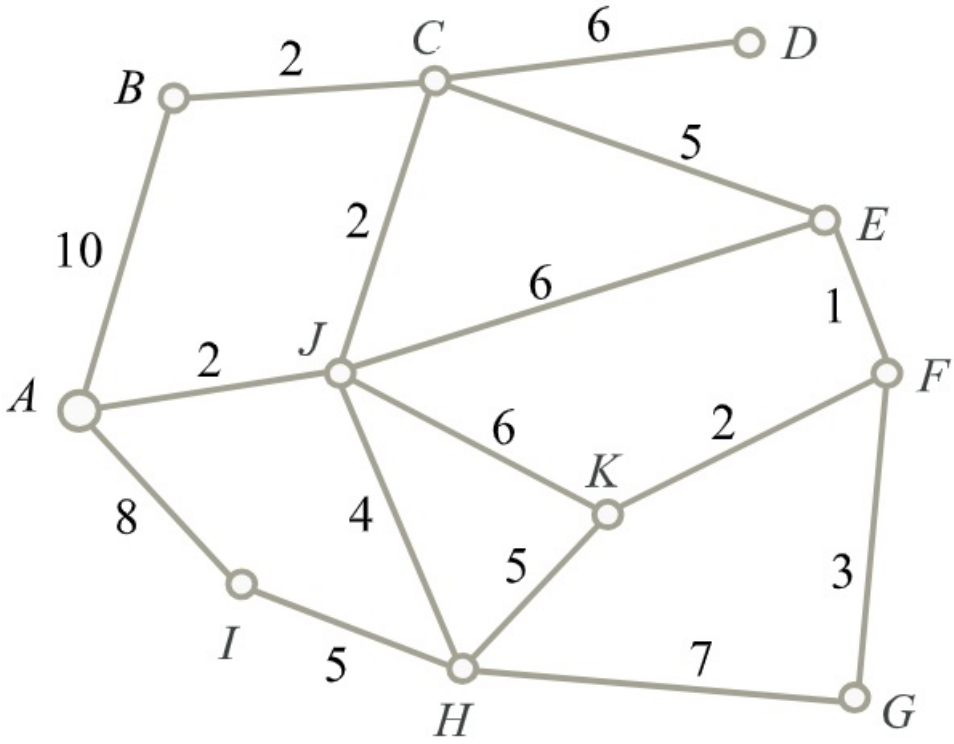
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi gráfban az A és D csúcsok távolságát.



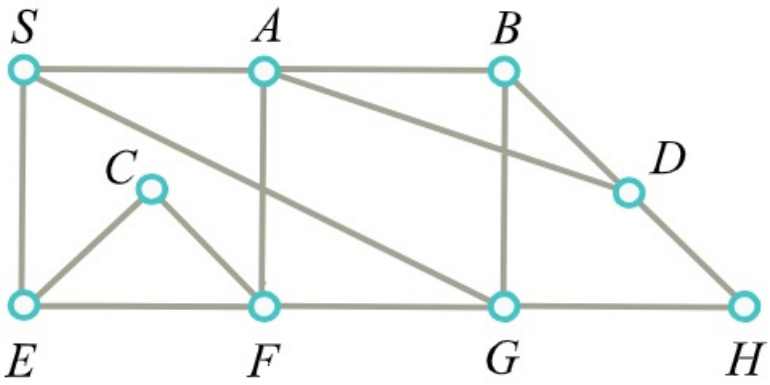
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Térképezzük föl az alábbi gráfot a Dijkstra algoritmus segítségével.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) A BFS algoritmus az alábbi ábra gráfjának csúcsait a következő sorrendben járta be: S, _ , _ , _ , H, _ , F, C, _ . Egészítsük ki a sorozatot a hiányzó csúcsok neveivel és adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS fát.

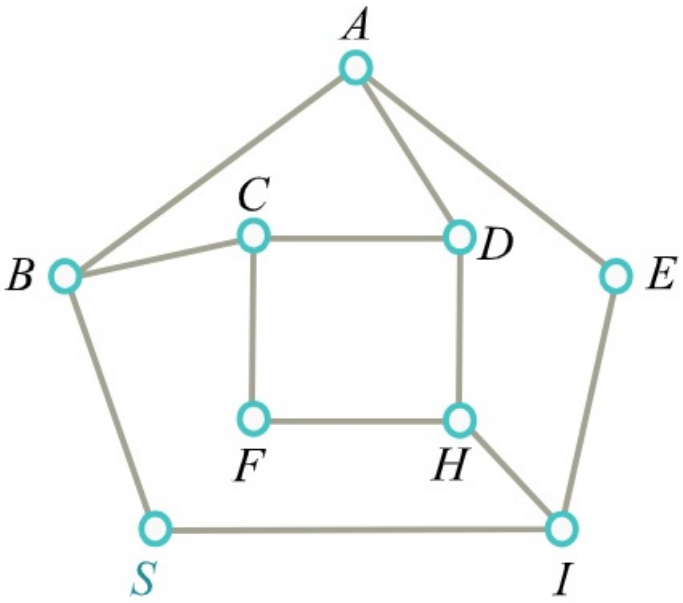


b) Az ábrán látható gráf egyik élét elhagytuk. Az él elhagyása előtt S-ből indított BFS algoritmus a gráf csúcsait az alábbi sorrendben járta be:

i) S, B, I, C, A, F, H, E, D

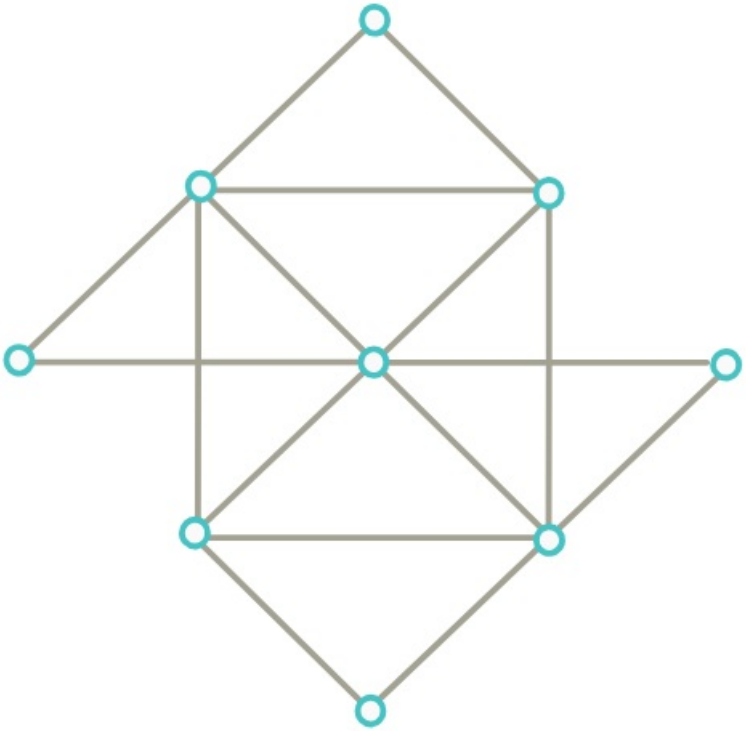
ii) S, I, B, E, D, H, C, A, F

Megállapítható-e egyértelműen, hogy melyik élt hagytuk el? Ha igen, akkor adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS-fát is.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

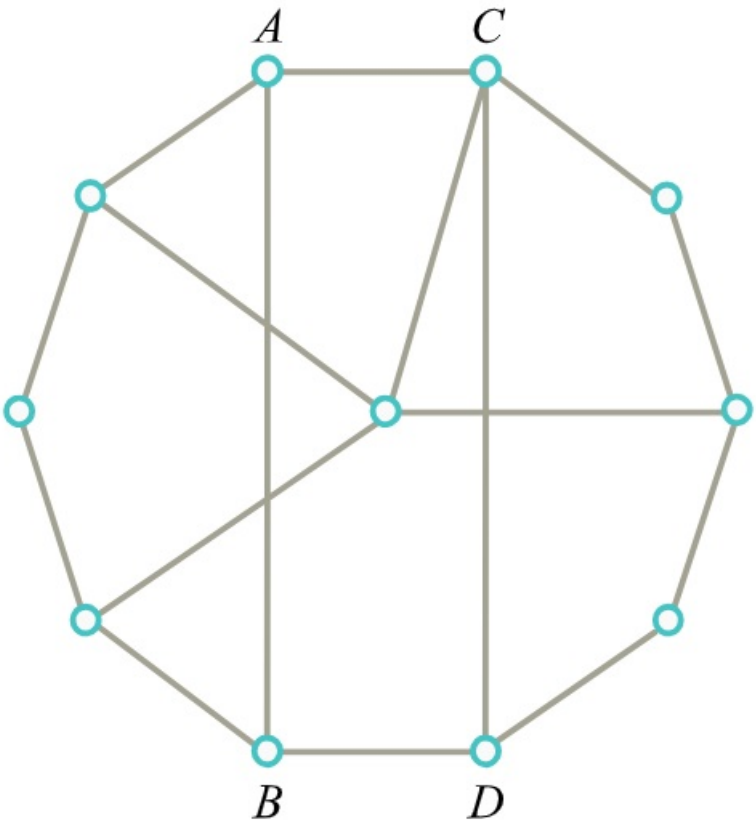
a) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



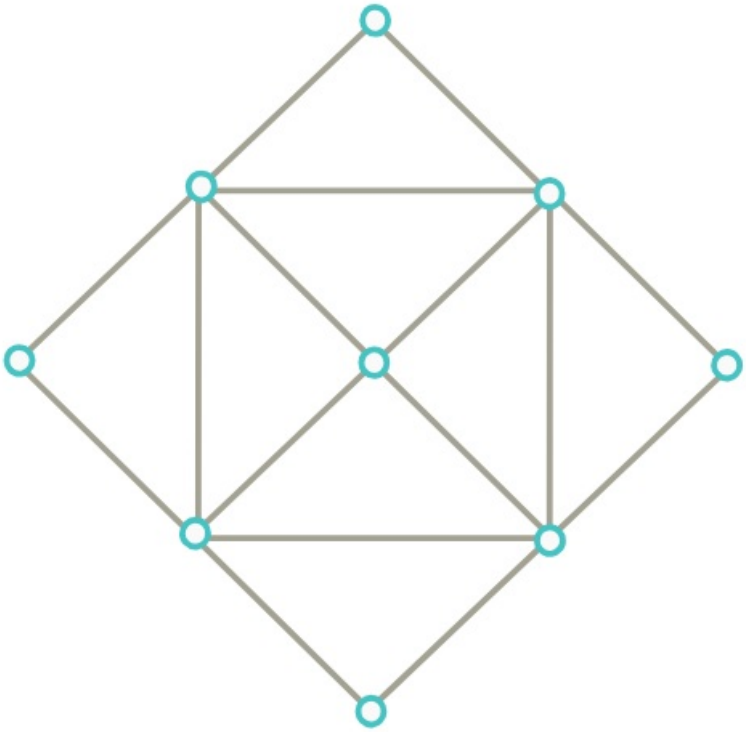
b) Van-e az alábbi gráfban olyan Hamilton kör...

i) ami nem tartalmazza az {A,B} élt?

ii) ami nem tartalmazza a {C,D} élt?

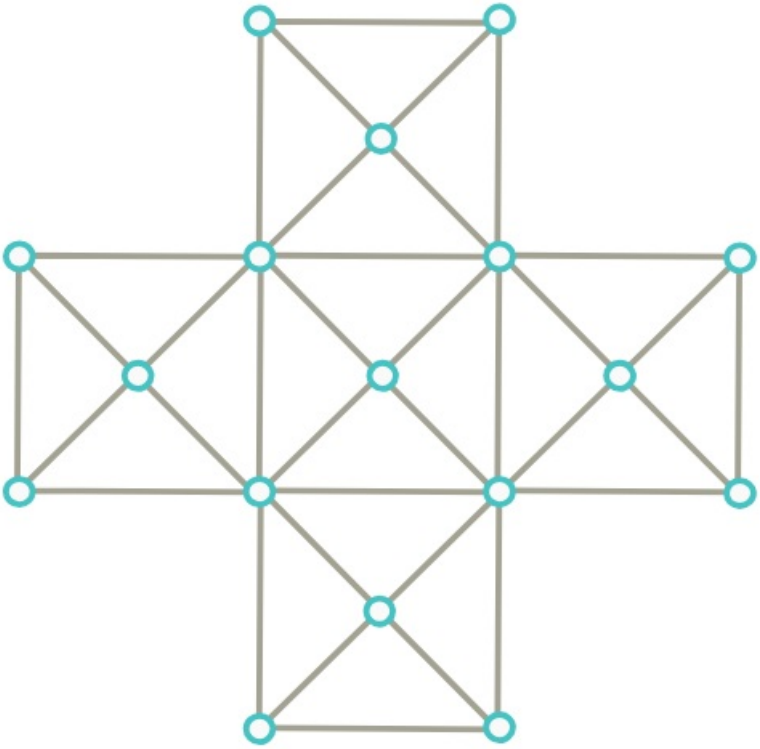


c) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



d) 1001 pontú gráf minden csúcsa legalább 501 fokú, kivéve egyetlen csúcsot, aminek a fokszáma 500. Bizonyítsuk be, hogy a gráfban van Hamilton kör.

e) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G)=\{1,2,\ldots,10\}$. Az $x,y\in V(G), x\neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G-ben, ha $|x-y|\leq 2$.

Van-e G-nek olyan feszítőfája, hogy összes éle olyan, amelyre $|x-y|=2$ teljesül?

b) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G)=\{1,2,\ldots,10\}$. Az $x,y\in V(G), x\neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G-ben, ha $|x-y|=2$ vagy $|x-y|=3$.

Van-e G-ben Hamilton út, illetve Hamilton kör?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy 100 csúcsú G összefüggő gráf éleit az 1 és 2 súlyokkal súlyoztuk úgy, hogy az 1 súlyú élek részgráfja (vagyis az a gráf, melynek csúcsai azonosak G csúcsaival, de annak csak az 1 súlyú éleit tartalmazza) 7 komponensből áll.

Határozzuk meg G egy minimális összsúlyú feszítőfájának súlyát.

b) Egy 100 csúcsú összefüggő, egyszerű gráfnak 101 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor van a gráfban 3 páronként különböző feszítőfa. (Két feszítőfa akkor különböző, ha nem pontosan ugyanazon élek alkotják.)

Megnézem a kapcsolódó epizódot
