Hatványozás, logaritmus, exponenciális és logaritmusos egyenletek

Végezzük el ezeket a műveleteket a hatványazonosságok segítségével.

a) $\left(\frac{\left(u^4 \cdot u^2\right)^3}{u^{20}}\right)^5 = ?$

b) $\sqrt[6]{\left(\frac{u^4}{v^4}\right)^3} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\log_3 81 = ?$

b) $\log_8 2 = ?$

c) $\log_8 16 = ?$

d) $\log_{81} 27 = ?$

e) $3^x = 7 \qquad x = ?$

f) $4^{x+3} + 5 = 13 \qquad x = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Bob laborjában baktériumok tenyésztésével foglalkozik. A baktériumok mennyiségének alakulását ez a képlet adja meg:

$$R = 5 \cdot 2^x$$

Itt x jelöli az eltelt időt órában megadva és R pedig azt jelenti, hogy x óra elteltével hány milligramm baktérium van a tenyészetben.

Hány óra alatt lesz a tenyészetben 30 milligramm baktréium?

b) Egy másik baktériumok mennyiségének alakulását ez a függvény írja le:

$$K(t) = K_0 \cdot \sqrt{3}^{\frac{t}{24}}$$

Itt K_0 azt jelenti, hogy hány milligramm baktérium volt kezdetben, t az eltelt idő percben, $K(t)$ pedig azt adja meg, hogy t idő múlva hány milligramm baktérium van a tenyészetben.

Kezdetben 5 milligramm baktérium volt a tenyészetben. Mennyi lesz másfél óra múlva?

Hány perc alatt lesz 54 milligramm baktérium a tenyészetben, ha kezdetben 12 milligramm volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+5} = \left(\frac{9}{16}\right)^{x-3}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-4} = \left(\frac{4}{9}\right)^{x-10}$

c) Egy baktériumtenyészet generációs ideje 25 perc, ami azt jelenti, hogy ennyi idő alatt duplázódik meg a baktériumok száma a tenyészetben. Kezdetben 5 milligramm baktérium volt a tenyészetben. Mekkora lesz a tömegük két óra múlva?

d) Egy másikfajta baktérium generációs ideje 12 perc, vagyis 12 percenként duplázódik meg a baktériumok száma. Egy tenyészetben 736 milligramm baktérium van. Mennyi idő telt el azóta, amikor még csak 23 milligramm volt a tenyészetben?

e) A radioaktív anyagok felezési ideje azt jelenti, hogy mennyi idő alatt csökken a radioaktív anyagban az atommagok száma a felére. A 239-plutónium felezési ideje például 24ezer év, a 90-stronciumé viszont csak 25 év.

Ez a remek kis képlet adja meg a radiaktív bomlás során az atommagok számát az idő függvényében:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Egy 90-stronciummal szennyezett területen hány százalékkal csökken 40 év alatt a radioaktív atommagok száma? Hány százalékkal csökken 100 év alatt a 90-stroncium mennyisége? $\lambda = 0,0277$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) A radiaktív anyagok felezési ideje azt jelenti, hogy mennyi idő alatt csökken a radioaktív anyagban az atommagok száma a felére. A 239-plutónium felezési ideje például 24 ezer év, a 90-stonrciumé viszont csak 25 év.

Ez a csinos kis képlet adja meg a radioaktív bomlás során az atommagok számát az idő függvényében (t = évek száma):

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Egy 90-stronciummal szennyezett területen hány százalékkal csökken 40 év alatt a radioaktív atommagok száma? Mennyi idő alatt csökken a 90%-ára a 90-stonrcium mennyisége?

A T felezési idő 25 év, és az alábbi összefüggés áll fenn:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

b) Egy anyagban a radioaktív atommagok száma 30 év alatt 12%-kal csökken. Mekkora a felezési idő? Mennyi idő alatt csökken 50%-ról 10%-ra az anyagban található radioaktív atomok száma?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $4^{5-x} = 16^{3x-1}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-4} = \sqrt[3]{\left(\frac{9}{16}\right)^{x-3}}$

c) $\sqrt[3]{16^x} = 4^{3x-14}$

d) $\sqrt[3]{144^x} = \sqrt{\frac{1}{12^{10-3x}}}$

e) $2^{x+5} + 7 = 7 \cdot 2^{x+3} + 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 56$

b) $3^x 3^4 + 5 = 4 \cdot 3^{x+2} + 3^x + 49$

c) $3^{x-4} \cdot 16 = 4^{x-4} \cdot 9$

d) $9^x - 7 \cdot 3^{x+2} = 19 \cdot 3^x - 81$

e) $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket.

a) $16^{x-3} \leq 8^{x+2}$

b) $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} \leq 117$

c) $\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^{2x+5} \leq \left(\frac{4}{7}\right)^{3x-2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket

a) $\log_3 x + \log_3 16 = 4$

b) $\log_4 x + \log_4 (x-4) = \log_4 5$

c) $\log_3 (x-13) + \log_3 (x+11) = 4$

d) $\log_2 (x-3) + \log_2 (x-7) = \log_2 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket

a) $\log_2(x+11) - \log_2(x-2) = 3 + \log_2 5$

b) $\log_3^2 x - 7 \cdot \log_3 x + 12 = 0$

c) $\log_5 \frac{x}{25} + \log_5^2 x = 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket

a) $\log_3(x+5) = \log_3(x-2) + 2$

b) $\lg(x+7)^2 - \lg(3x+1) = \lg 16$

c) $\lg(x-2) + \lg(x+5) = \lg 18$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő logaritmusos egyenlőtlenségeket.

a) $\log_{\sqrt{5}}(x+4) - \log_{\sqrt{5}} 12 \geq \log_{\sqrt{5}} x - 1)$

b) $\log_2(x-5) - \log_2(x+4) \geq 3$

c) $\log_{\frac{5}{\sqrt{26}}}(x^2+16) \leq \log_{\frac{5}{\sqrt{26}}}(9x-4)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

a) $(0,125)^{3-4x} = \frac{1}{32}$

b) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 120$

c) $4^x + 4^{x+1} + 4^{x+2} = 336$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket.

a) $3^{x-4} \cdot 16 = 4^{x-4} \cdot 9$

b) $4^{x-3} \cdot 144 = 12^{x-3} \cdot 16$

c) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 3^x + 3^{x+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezeket az exponenciális egyenlőtlenségeket.

a) $27^{x+2} \leq 9^{x-3}$

b) $2^{x+2} + 6 \cdot 2^x > 40$

c) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2x-1} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{5x+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt az exponenciális egyenlőtlenséget.

$4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 < 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$\sqrt[3]{4^x} = \sqrt{2^{3x+1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi exponenciális egyenletet.

$2^{\sqrt{x}+2} - 2^{\sqrt{x}+1} = 12 + 2^{\sqrt{x}-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$5 \cdot 2^{\sqrt{x}+1} - 24 = 4 \cdot 2^{\sqrt{x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

a) $2 \cdot 9^x + 2 = 20 \cdot 3^{x-1}$

b) $16^x + 16 - 4^{x+2} = 4^x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$5 \cdot 2^{\sqrt{x}+1} - 56 = 3 \cdot 2^{\sqrt{x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$3^{x+1}+3^{2-x}=28$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

a) $2^{x+1}+3\cdot 2^{1-x}=5+2^x$

b) $\frac{2^x}{2^x+4}=\frac{32}{4^x-16}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet.

$\sqrt{9^x-8\cdot 3^x}=3^{x+1}-24$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt az exponenciális egyenlőtlenséget.

$4^x-3\cdot 2^{x+1}+8<0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt az exponenciális egyenlőtlenséget.

$9^{x+1}-28\cdot 3^x+3\leq 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$x\ln x-3x=0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$\ln^2 x+\ln x-2=0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$\log_5\frac{x^2-1}{x+3}=\log_5(x+9)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_2 x + 8 \cdot \log_x 2 = 6$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_2 (x+3)^x = 4x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_2 (x+5) + \log_2 (x-3) = 1 + \log_2 \left(x^2+9\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$\log_5 x + 1 = 3\log_x 5x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletet

$$x^2 \cdot \log_2 x - 3x^2 = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
