# Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel

a) Egy király úgy szeretné izgalmasabbá tenni az elítéltjeinek kivégzését, hogy három ládikába helyez 25 arany és 25 ezüst érmét. A kivégzésre szánt rabnak bekötött szemmel húznia kell valamelyik ládából egy érmét. Ha aranyat húz, akkor nem végzik ki, de ha ezüstöt, akkor igen. A király a nagyobb izgalom kedvéért mindig máshogy osztja szét az érméket a ládákban. Egyik alkalommal éppen így:




A kérdés, hogy mekkora esélye van az elítéltnek a megmenkülésre.

b) Egy zöldséges három helyről szerez be almákat. Az első helyről a készlet 20%-át szerzi be, ezek mind jók. A második helyről a 30%-át és itt 5% romlott, de nem baj mert ezt is el tudja adni néhány vak öregasszonynak. A harmadik helyről a maradék 50%-ot szerzi be, és itt 15% romlott. Kiválasztunk egy almát, amiről kiderül, hogy romlott. Mekkora valószínűséggel származik a hármas termelőtől?

c) Egy alkatrészt három különböző helyről szerzünk be. Az első helyről, ahol a selejtek aránya 3% 12 darab származik. A második helyről 5 darab, és itt 4% selejt, míg a harmadik helyről 3 darab és itt 95% nem selejt. Kiválasztunk egy alkatrészt.

Mi a valószínűsége, hogy selejtes?

Ha selejtes, mekkora valószínűséggel származik az első helyről?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

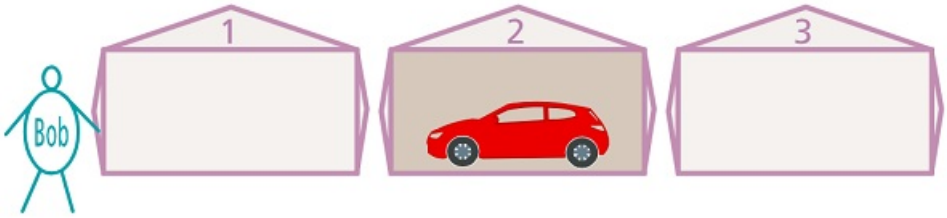
a) Egy TV-s vetélkedőben a játékosnak három színpad közül kell választania egyet. Az egyik színpad nyer, és ebben egy autó van a másik kettő üres.

A játékos egy kis gondolkodás után az 1-es színpadot választja.

Aztán az őrületes izgalmak fokozása érdekében megmutatnak egyet a két üres színpad közül. A játékvezető megmutatja, hogy a 3-as színpad üres.

Végül megkérdezi a játékost, hogy marad-e az 1-es színpadnál, vagy inkább váltana-e a 2-esre.

Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 2-es színpad lesz a nyerő?




b) Egy biztosító kétféle autóbiztosítást forgalmaz, normált és sportautóra köthetőt. Normál biztosítást négyszer annyian kötnek, mint sportautóra köthetőt. A normál biztosítást kötők 2%-a balesetezik egy éven belül, míg a sportautósoknál 97% nem balesetezik.

Egy biztosítottat kiválasztva mekkora a valószínűsége, hogy balesetezik?

Ha belesetezik, mekkora a valószínűsége, hogy sportautóra kötött biztosítása volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy betegség kimutatásához szűrővizsgálatot végeznek. A vizsgálat a betegséget az esetek 90%-ában képes kimutatni. Ugyanakkor megesik, hogy tévesen betegnek diagnosztizál olyanokat is, aki egészséges. Ez az esetek 3%-ban fordul elő. A betegség a lakosság 35%-át érinti. Egy lakosról a teszt elvégzése során kiderül, hogy egészséges. Mi a valószínűsége, hogy valóban az?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy kereskedő 3 termelőtől szerez be almákat. A vásárolt mennyiség 45%-a az első termelőtől származik, ennek fele első osztályú. A második termelőtől az összes mennyiség 35%-át szerzi be, ennek 70%-a első osztályú, míg a harmadik termelő csak első osztályú árút szállított.

Kiválasztunk egy almát és az nem első osztályú. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a második termelőtől származik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy biztosító három irodájában autóbiztosítással rendelkező ügyfelek száma 100, 150 és 250, közülük rendre 70%, 60% és 55% a következő évre megújítja biztosítását.

a) Egy ügyfelet véletlenszerűen kiválasztva mekkora valószínűséggel újítja meg a biztosítást?

b) Ha egy ügyfél megújítja a biztosítását mekkroa valószínűséggel tartozik az első irodához?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 2%-a selejtes. A második helyről kétszer annyi terméket szállítanak, mint az elsőtől. A selejtarány az első helyről származóknál 4%, a másodiknál 2%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes. Egy terméket véletlenszerűen kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy azt a harmadik helyről szállították?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy üzemben három műszakban állítanak elő egy terméket aminek a 2%-a selejtes. Az első műszak kétszer annyi terméket állít elő, mint a második. A selejtek aránya az első műszakban 2%, a másodiknál 4%, míg a harmadiknál 1%.

Egy terméket kiválasztva mekkora valószínűséggel készítette a harmadik műszak?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

A következő táblázat az autóvezetők életkor szerinti éves baleseti statisztikáit tartalmazza. Ha egy adott évben az autóvezető nem okozott balesetet mekkora a valószínűsége, hogy 50 évnél idősebb?

| életkor | baleset okozás valószínűsége | %-os megoszlás az összes autóvezető közül |
|---|---|---|
| -30 | 0,06 | 20% |
| 31-50 | 0,02 | 45% |
| 51- | 0,04 | 35% |

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy üzemben három műszakban folyik a termelés. A reggeli műszak 4.00-tól 12.00-ig tart és itt 4% esély van a gépsor meghibásodására. A délutáni műszakban, ami 12.00-tól 18.00-ig tart 5% eséllyel történik meghibásodás, míg az esti műszakban, ami 18.00-tól éjfélig tart a meghibásodás esélye 7%. Mekkora a valószínűsége, hogy ha egy nap pontosan egy meghibásodás történik, akkor az a délelőtti műszakban van?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy alkatrészt száz darabos tételekben szállítanak. Az egyes tételekben azonos arányban fordul elő három, kettő és egy hibás alkatrészt tartalmazó. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy tételből 2 alkatrészt véletlenszerűen kiválasztva mindkettő hibátlan lesz?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy vizsgán a hallgatók 60%-a első éves, 30%-uk másodéves, a többiek felsőbb évesek. Annak a valószínűsége, hogy egy hallgató vizsgán elért eredménye legalább közepes, rendre 6/25, 9/20, és 3/5. Ha egy találomra kiválasztott hallgató eredménye közepesnél gyengébb, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető első éves?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy terméket 50 darabos csomagolásban szállítanak. Ismert, hogy a csomagok egynegyede egy hibásat, másik negyede két hibásat tartalmaz, míg a többiben nincs hibás. Egy találomra kiválasztott csomagból kiveszünk 2 terméket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő hibátlan?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlannak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választottunk, amelyben 2 hibás volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy gazdaság két almáskertje közül az első negyedakkora, mint a második. Az elsőben az almák 90%-a első osztályú, a másodikban pedig 35% nem első osztályú. Találomra kiválasztunk egy almát, ami első osztályú.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első kertben termett?

b) Ha 10 almát választunk ki, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy közülük legfeljebb 2 nem első osztályú?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy géphez szükséges alkatrészt két helyről szerzünk be, az egyik helyről szállítottak hibátlan működésének valószínűsége 0,9, a másik helyről származóknál pedig 96%. Jelenleg az első típusúból 8, a második fajtából 12 darab van összekeverve. Találomra kiveszünk egy alkatrészt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az nem hibátlan?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 3%-a selejtes. A második helyről háromszor annyi terméket szállítanak, mint az elsőtől. A selejtarány az első helyről származóknál 5%, a másodiknál 3%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

A leopárd-vadászaton, a vadászt 0,2 valószínűséggel támadja meg a leopárd, és ilyenkor az esetek 80%-ban a vadász belehal a sérüléseibe. Vadászat közben egyéb körülmények miatt a vadász 0,1 valószínűséggel hal meg. Egy alkalommal a vadász a vadászat során meghalt. Mi a valószínűsége, hogy leopárd ölte meg?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlannak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választunk, amelyben 2 hibás volt?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Egy biztosító a biztosítandó festményről azt tudja, hogy 0,15 valószínűséggel hamis. A szakértőről, akit bevonnak a vizsgálatba, korábbi munkái alapján megállapítható, hogy az eddigi 1000 esetből ötször tévedett. Négy esetben hamisnak állapította meg a festményt, amiről később kiderült, hogy mégis eredeti, míg egyszer eredetinek minősített egy hamisítványt. A biztosító megvizsgáltatja vel a képet, amiről megállapítja, hogy eredeti. Mi a valószínűsége, hogy ha azt állapítja meg, hogy a kép eredeti, akkor valóban az?

Megnézem a kapcsolódó epizódot