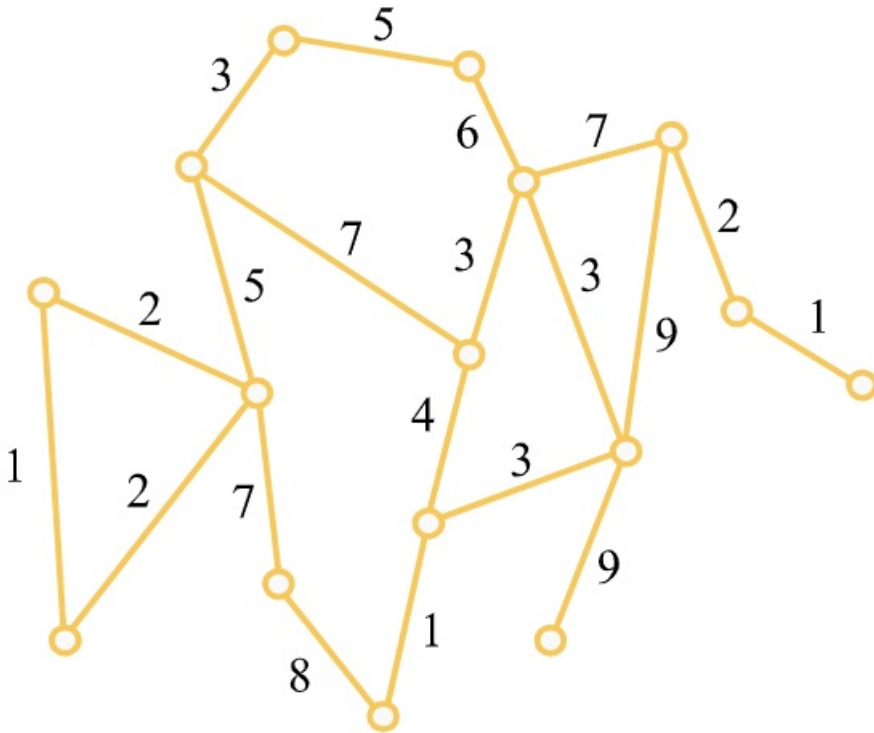


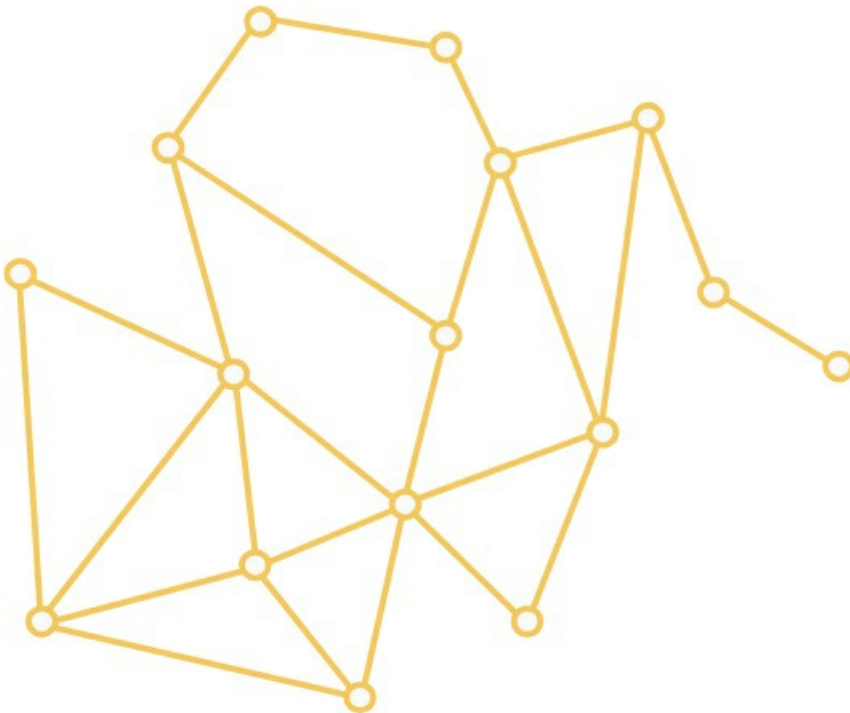
Gráfok bejárása és gráfalgoritmusok

Adjuk meg ennek a gráfnak a minimális súlyú feszítőfáját a Kruskal-algoritmus segítségével.



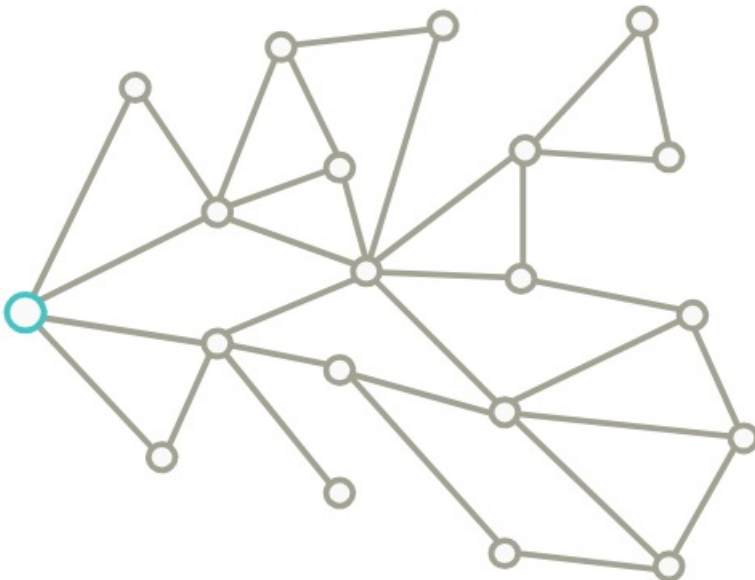
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Térképezzük föl az alábbi gráfot a szélességi bejárás (BFS) segítségével.



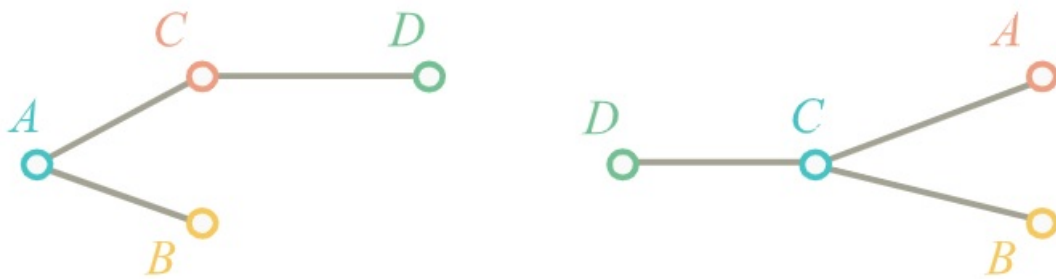
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Térképezzük föl az alábbi gráfot a mélységi bejárás (DFS) segítségével.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Íme, egy gráf két különböző kezdőpontjából készített BFS fája:



Adjuk meg az eredeti gráfot.

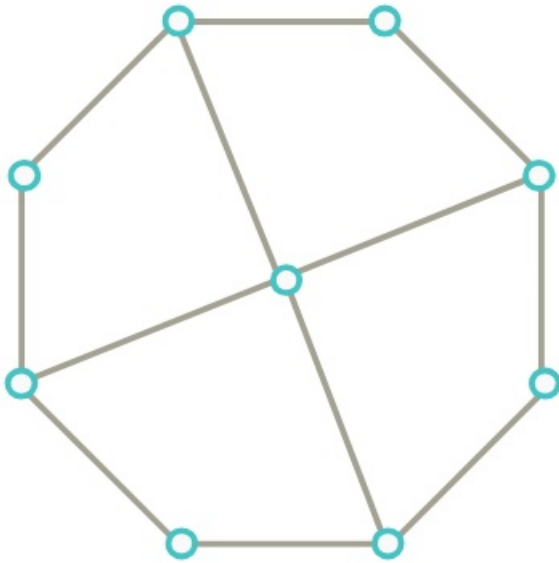
b) Egy gráfban minden csúcs fokszáma páros, és két különböző kezdőpont alapján készített BFS fája:



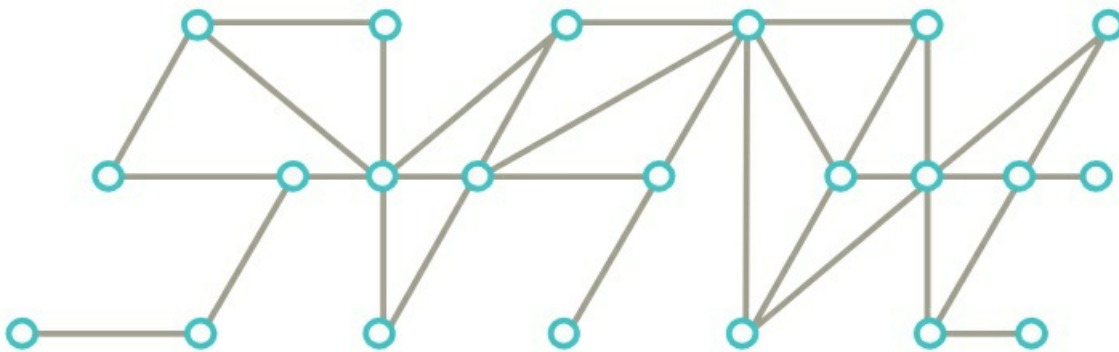
Adjuk meg az eredeti gráfot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton kör?



b) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton út?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

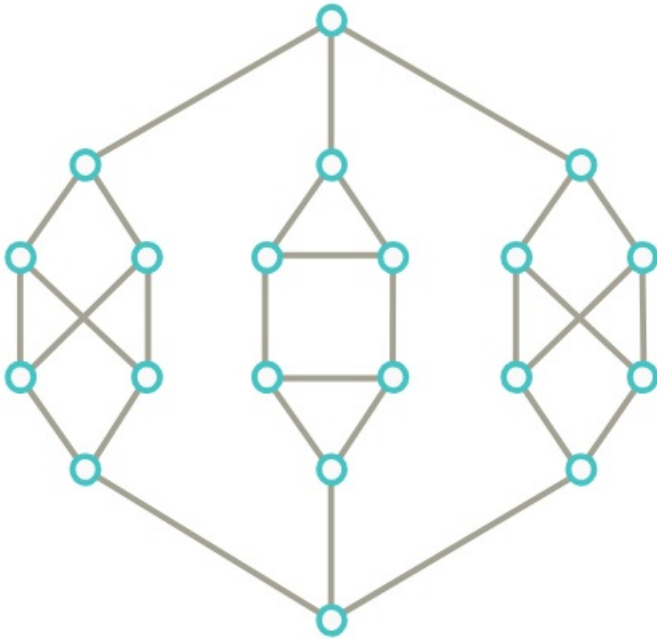
a) Bizonyítsuk be, hogy minden 4-nél nagyobb n számra van olyan n csúcsú G gráf, hogy G -ben és a komplementerben is van Hamilton kör.

b) Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban két nem szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

c) Mit mondhatunk arról a 101 pontú gráfról, amiben minden csúcs foka legalább 50. Van-e a gráfban Hamilton út?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

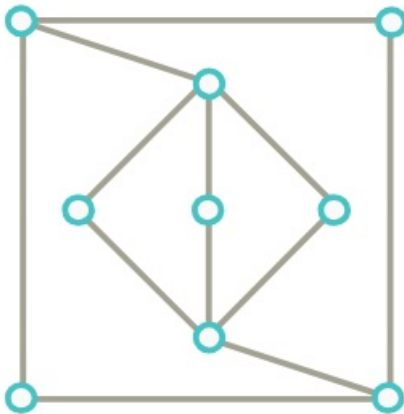
a) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávinnünk ahhoz, hogy legyen?



b) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávinnünk ahhoz, hogy legyen?



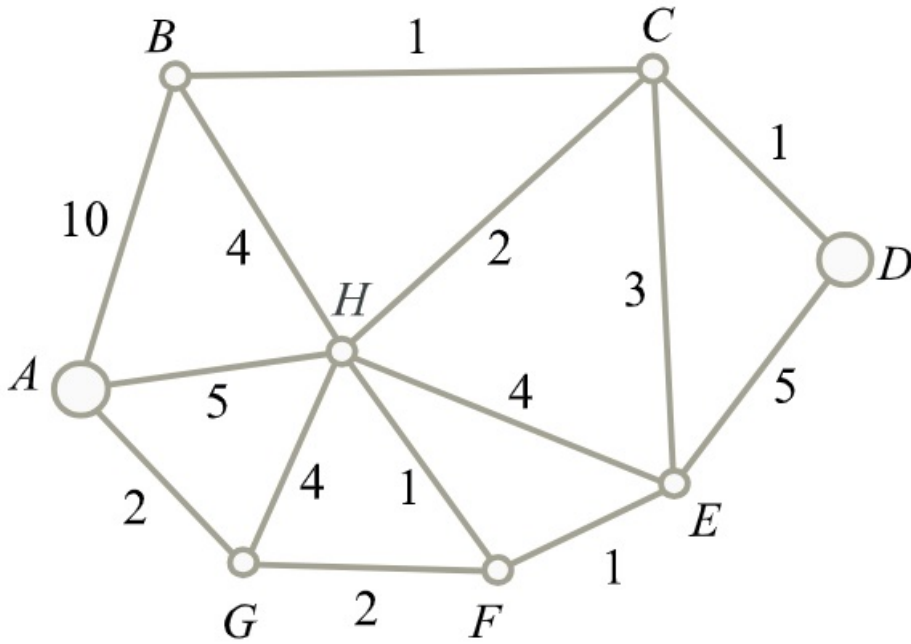
c) Minimum hány élt kell behúznunk ebben a gráfban, hogy legyen benne Hamilton kör?



d) Adott egy 100 csúcsú egyszerű gráf, amiben két szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka pedig legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

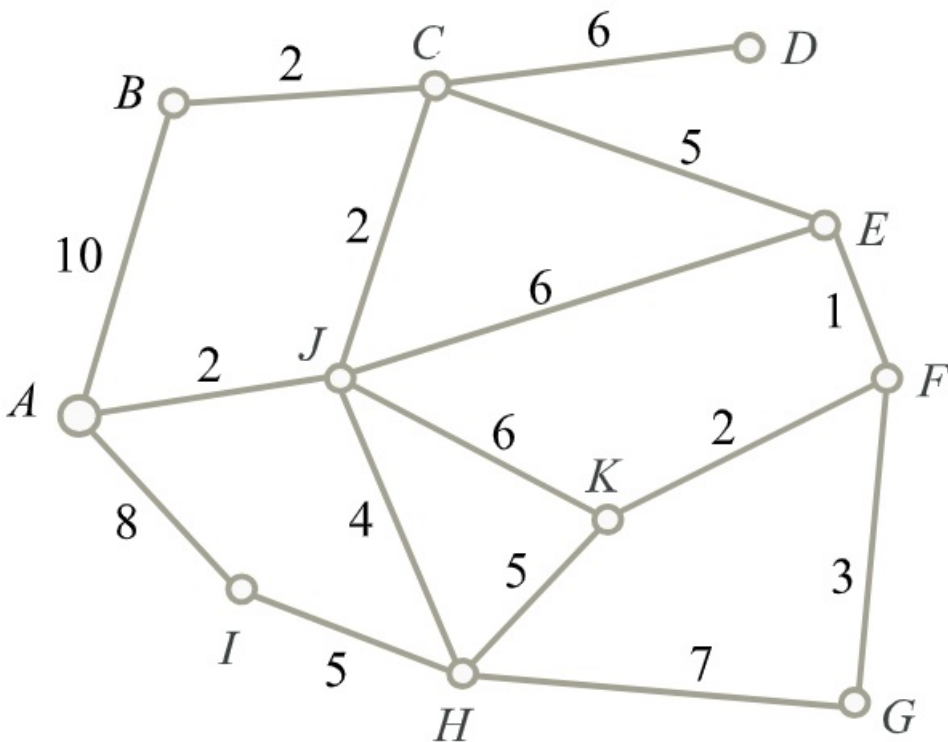
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi gráfban az A és D csúcsok távolságát.



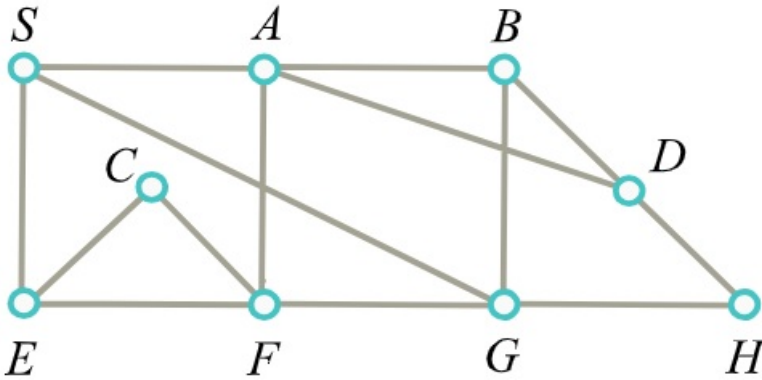
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Térképezzük föl az alábbi gráfot a Dijkstra algoritmus segítségével.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

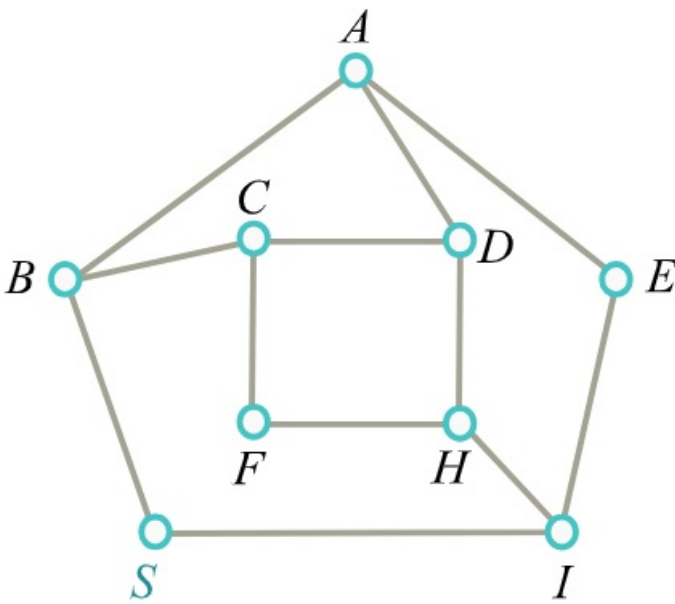
a) A BFS algoritmus az alábbi ábra gráfjának csúcsait a következő sorrendben járta be: S, , , , H, , F, C, .
 Egészítsük ki a sorozatot a hiányzó csúcsok neveivel és adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS fát.



b) Az ábrán látható gráf egyik élét elhagytuk. Az él elhagyása előtt S-ből indított BFS algoritmus a gráf csúcsait az alábbi sorrendben járta be:

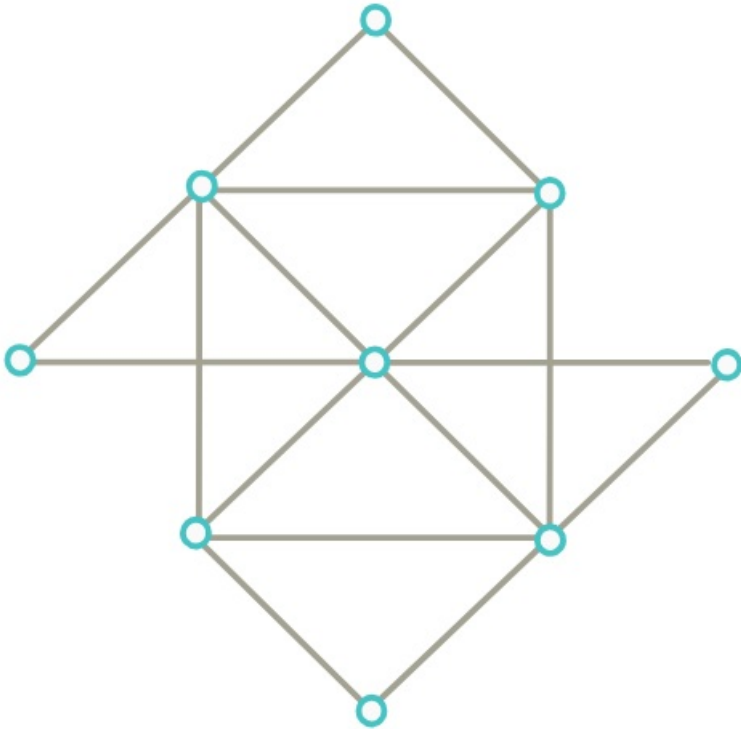
- i) S, B, I, C, A, F, H, E, D
- ii) S, I, B, E, D, H, C, A, F

Megállapítható-e egyértelműen, hogy melyik élt hagytuk el? Ha igen, akkor adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS-fát is.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

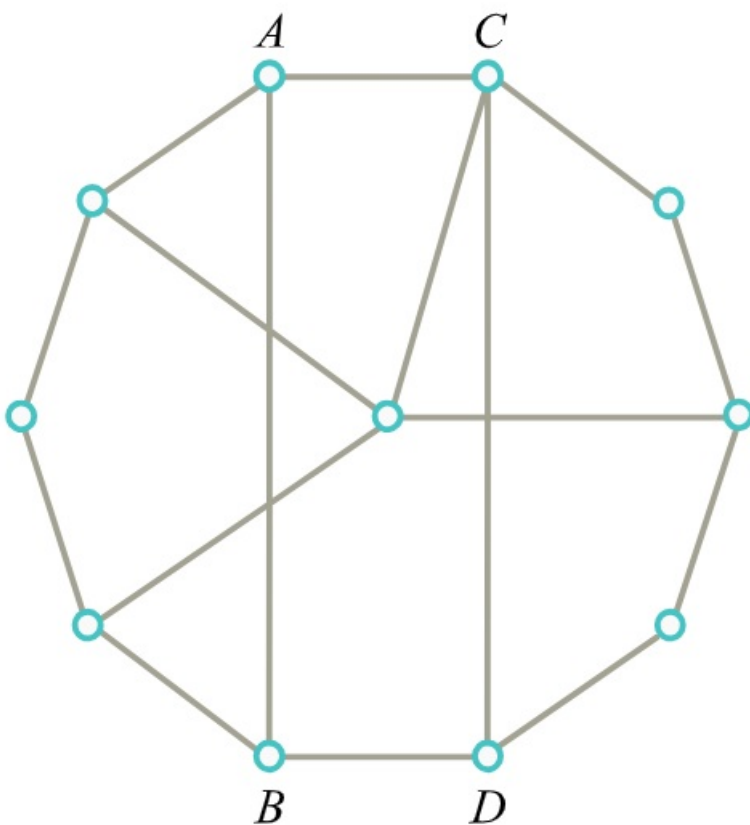
a) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



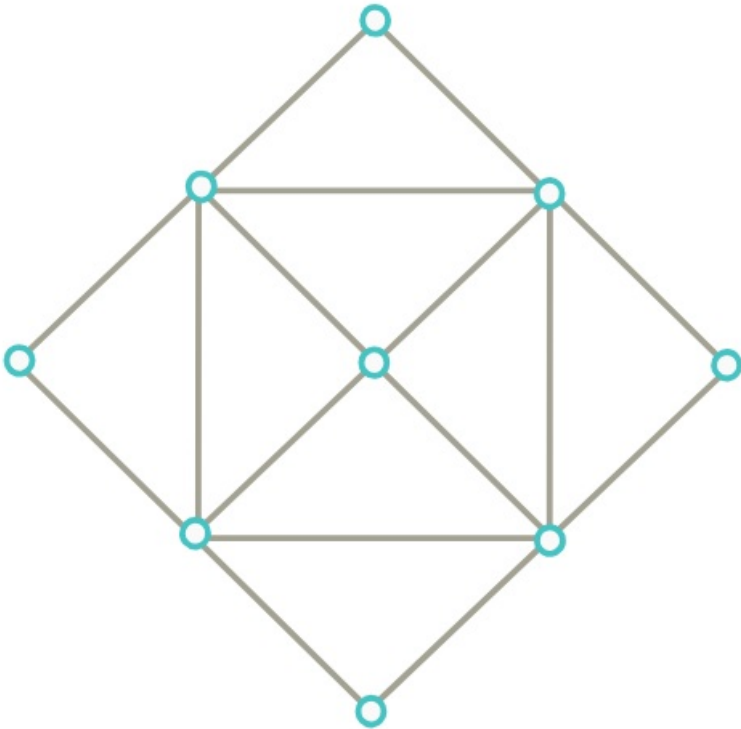
b) Van-e az alábbi gráfban olyan Hamilton kör...

i) ami nem tartalmazza az $\{A,B\}$ élt?

ii) ami nem tartalmazza a $\{C,D\}$ élt?

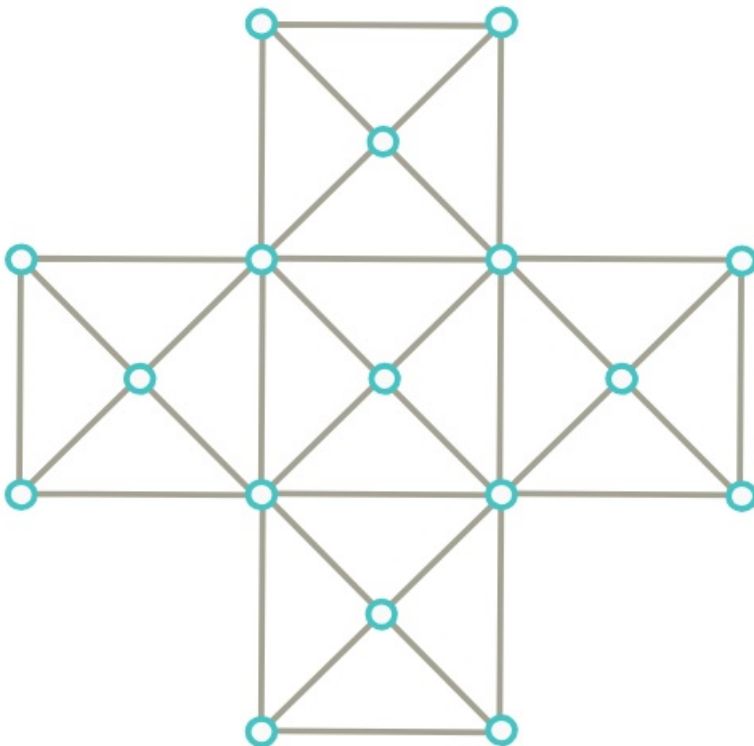


c) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



d) 1001 pontú gráf minden csúcsa legalább 501 fokú, kivéve egyetlen csúcsot, aminek a fokszáma 500. Bizonyítsuk be, hogy a gráfban van Hamilton kör.

e) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 10\}$. Az $x, y \in V(G)$, $x \neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $|x - y| \leq 2$.

Van-e G -nek olyan feszítőfája, hogy összes éle olyan, amelyre $|x - y| = 2$ teljesül?

b) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 10\}$. Az $x, y \in V(G)$, $x \neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $|x - y| = 2$ vagy $|x - y| = 3$.

Van-e G -ben Hamilton út, illetve Hamilton kör?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy 100 csúcsú G összefüggő gráf éleit az 1 és 2 súlyokkal súlyoztuk úgy, hogy az 1 súlyú élek részgráfja (vagyis az a gráf, melynek csúcsai azonosak G csúcsaival, de annak csak az 1 súlyú éleit tartalmazza) 7 komponensből áll.

Határozzuk meg G egy minimális összsúlyú feszítőfájának súlyát.

b) Egy 100 csúcsú összefüggő, egyszerű gráfnak 101 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor van a gráfban 3 páronként különböző feszítőfa. (Két feszítőfa akkor különböző, ha nem pontosan ugyanazon élek alkotják.)

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
