

## Gráfok izomorfiaja és síkbarajzolhatósága

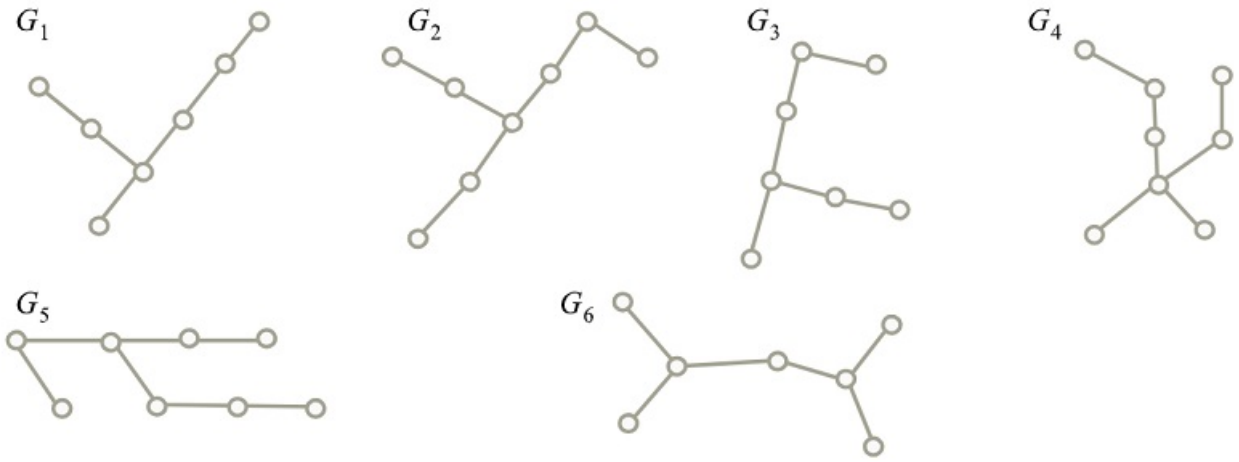
- a) Egy 24 csúcsú  $G$  egyszerű gráfban 12 csúcs foka 5, a másik 12 csúcs foka pedig 16. Összefüggő-e a  $G$  gráf komplementere?
- b) Egy összefüggő egyszerű gráfnak 40 csúcsa és 42 éle van. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban 3 különböző kör. Két kör akkor különböző, ha van legalább egy olyan él, amelyiket az egyik kör tartalmazza, de a másik nem.
- c) Egy összefüggő egyszerű gráfnak 1000 csúcsa és 1000 éle van. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban 3 különböző feszítőfa. Két feszítőfa akkor különböző, ha van legalább egy olyan él, amelyiket az egyik feszítőfa tartalmazza, de a másik nem.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

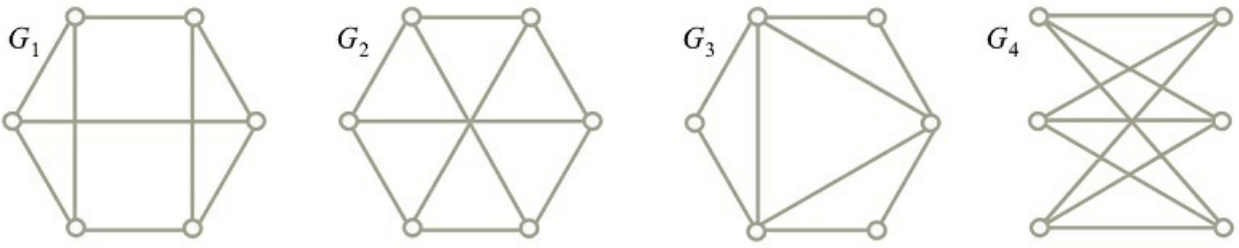
---

Próbáljuk meg kitalálni, hogy mely gráfok izomorfak egymással.

a)



b)

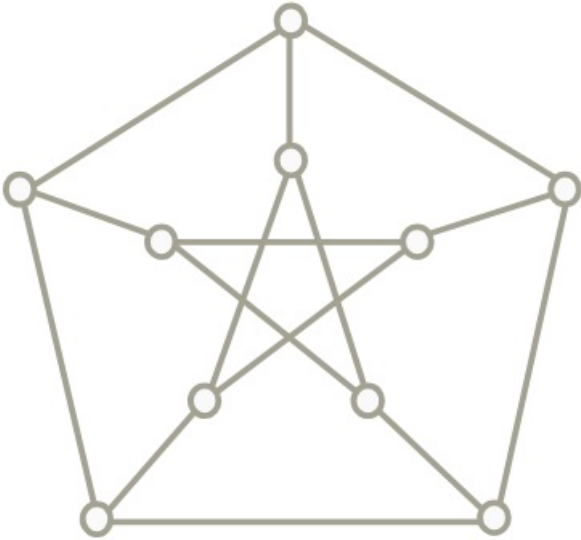


c)



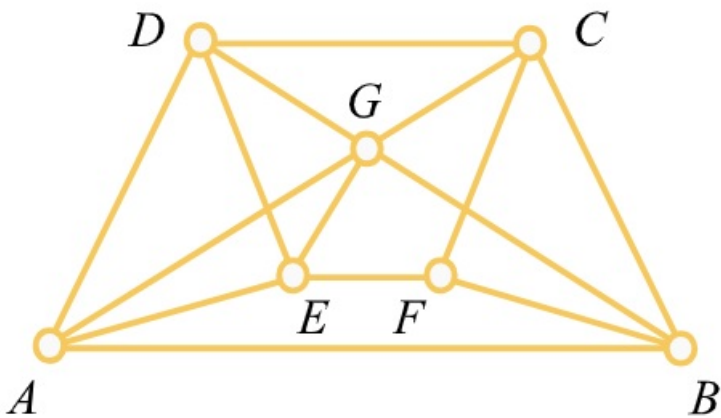
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Nézzük meg, hogy síkbarajzolható-e.

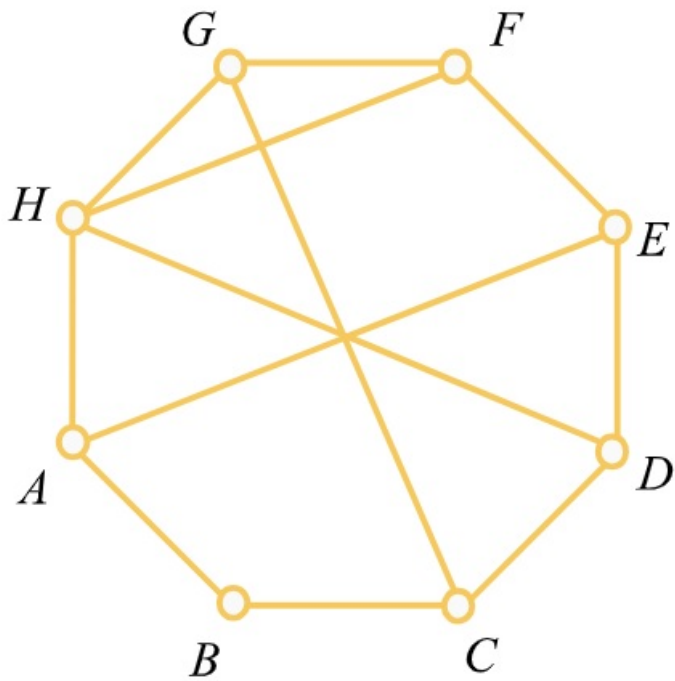


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

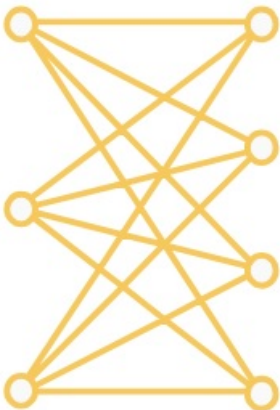
a) Döntsük el, hogy síkbarajzolható-e. Ha igen, rajzoljuk síkba.



b) Döntsük el, hogy síkbarajzolható-e. Ha igen, rajzoljuk síkba.



c) Legalább hány élt kell törölnünk ebből a gráfból, hogy a megmaradt gráf síkbarajzolható legyen?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy 100 pontú gráfról tudjuk, hogy 50 csúcs mindegyikének a foka legfeljebb 7 a másik 50 csúcs foka pedig legalább 56. Hány éle van ennek a gráfnak?

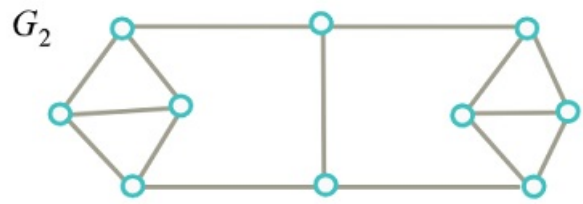
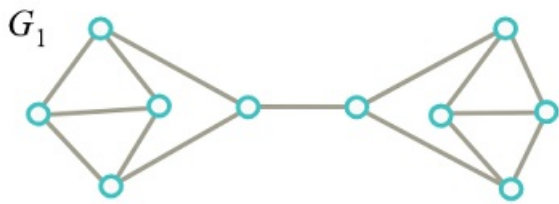
b) Egy konferencián 60-an vesznek részt. A résztvevők közül 20-an már legalább 27 emberrel kezefogtak, a többiek pedig még csak legfeljebb 4 emberrel. Hány kézfogás történt eddig?

c) Bizonyítsuk be, hogy egy  $G$  gráf és a komplementere közül legalább az egyik összefüggő.

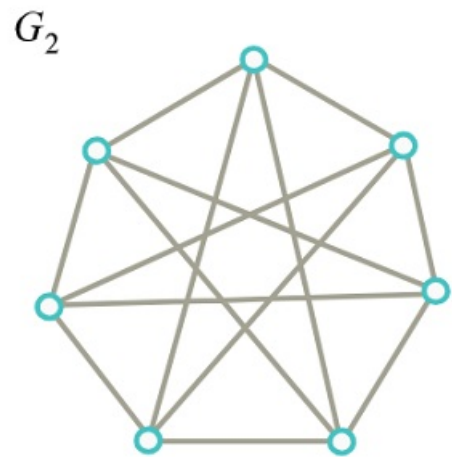
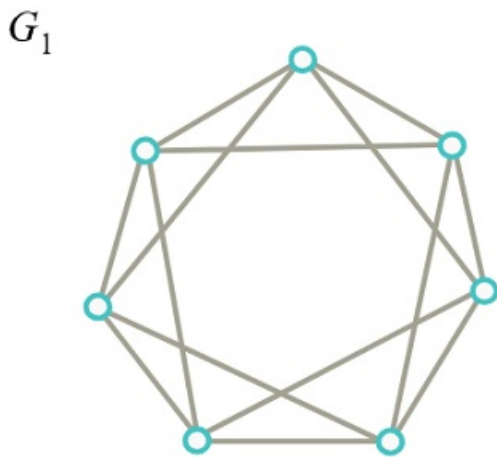
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

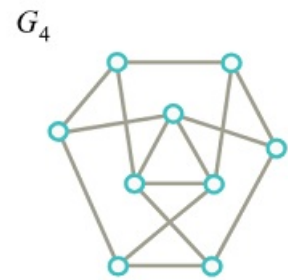
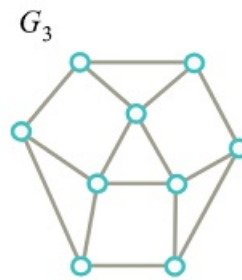
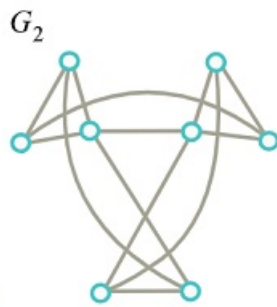
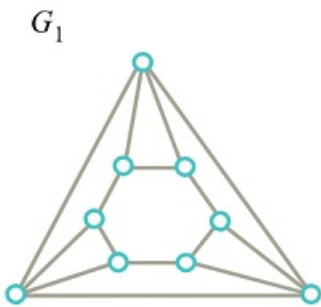
a)



b)



c)

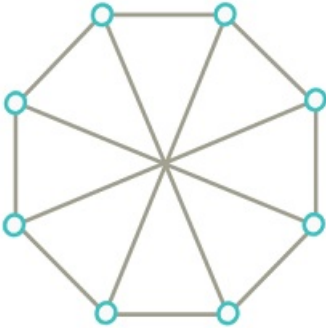


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

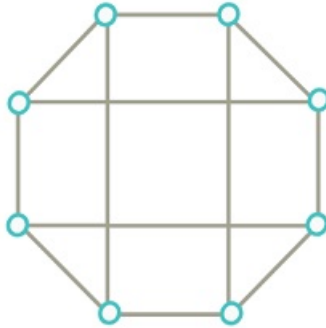
A következő gráfok közül melyek izomorfak?

a)

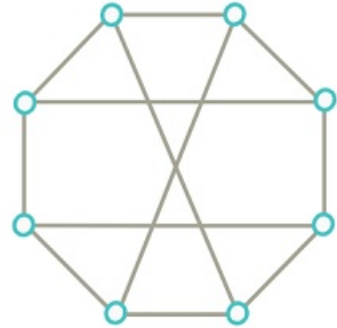
$G_1$



$G_2$

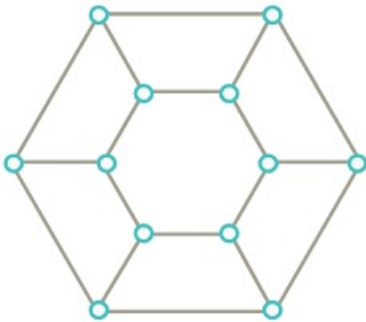


$G_3$

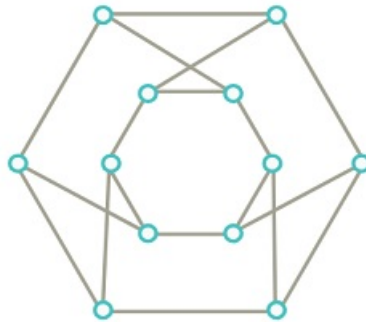


b)

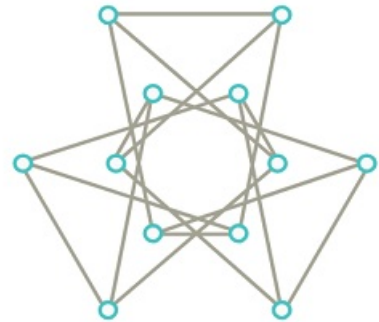
$G_1$



$G_2$

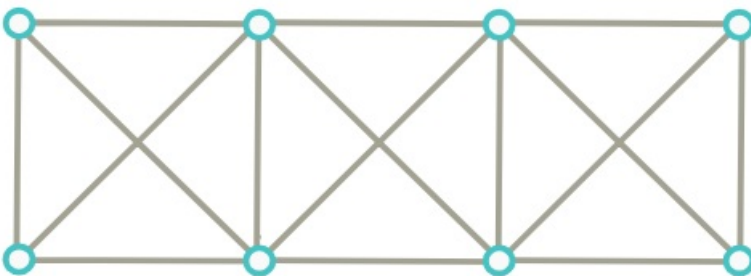


$G_3$

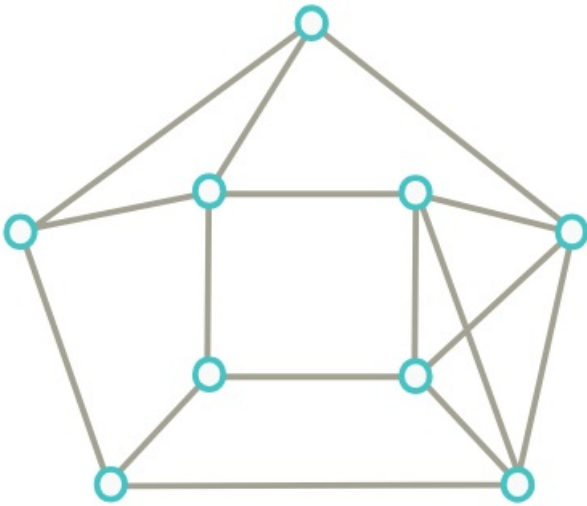


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

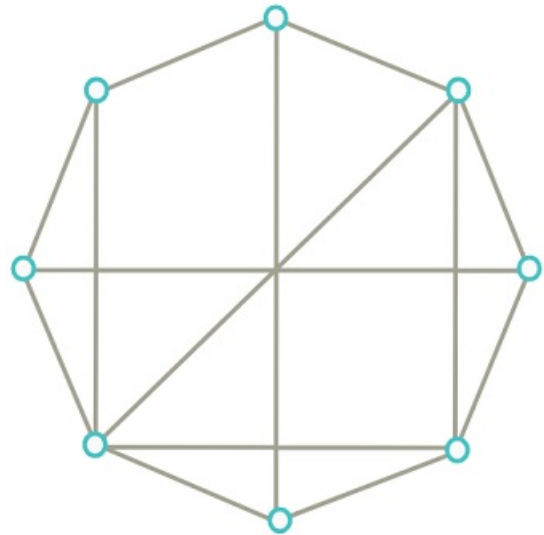
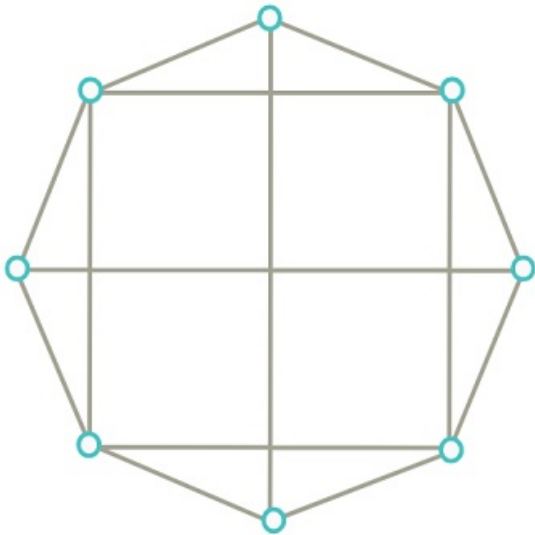
a) Maximálisan hány élt lehet hozzávenni az alábbi gráfhoz úgy, hogy egyszerű, síkbarajzolható gráfot kapjunk?



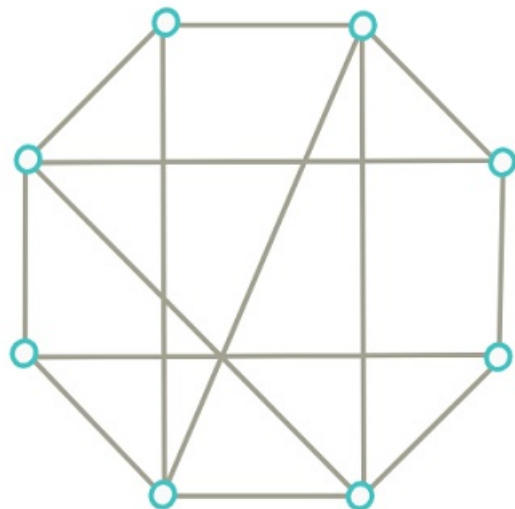
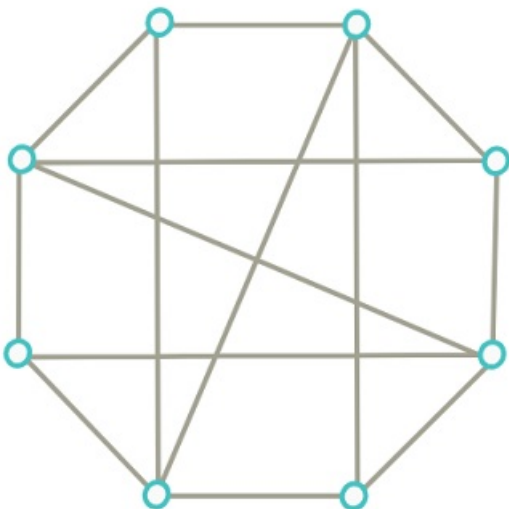
b) Síkbarajzolható-e az alábbi gráf? Ha igen, rajzoljuk le síkba úgy, hogy az élei egyenes szakaszok legyenek, ha nem, akkor bizonyítsuk be ezt.



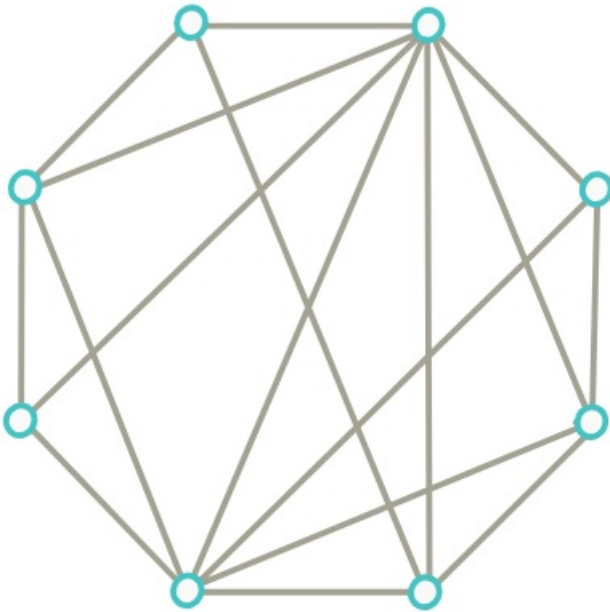
c) Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



d) Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



e) Síkbarajzolható-e az alábbi gráf?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- Bizonyítsuk be, hogy minden egyszerű, síkbarajzolható gráfban van olyan csúcs, melynek foka legfeljebb 5.
- Legyen  $G$  egy 13 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy  $G$  és a komplementere közül legalább az egyik nem síkbarajzolható.
- Létezik-e olyan 4, 5, illetve 6 csúcsú gráf, amely izomorf a saját komplementerével?
- Az 1000 csúcsú  $G$  gráf nem tartalmaz kört, a komponenseinek száma 8. Hány éle van  $G$ -nek?
- Egy fában csak két különböző fokszám fordul elő: az egyik fajta 7-szer, a másik 44-szer. Mi a szóban forgó két fokszám?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

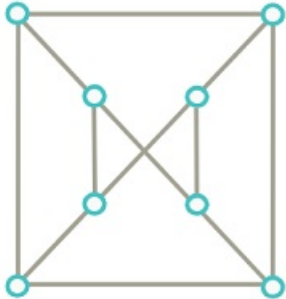
- Hány csúcsa van egy síkbarajzolható 3-reguláris gráfnak, ha a síkbarajzolás során 20 tartomány keletkezik?
- Egy versenyre 6 különböző országból érkeztek versenyzők. Bizonyítsuk be, hogy van köztük két olyan versenyző, akiknek az országa nem határos egymással.
- Egy versenyre különböző országból érkeztek versenyzők. Legfeljebb hány országból indulhattak a versenyzők, ha bármelyik két versenyző szomszédos országból érkezett?
- Egy 20 csúcsú, 3 komponensű gráfnak 18 éle van. Mutassuk meg, hogy a komponensek közül pontosan kettő fa.
- Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban minden pont foka legalább 33. Mutassuk meg, hogy a gráfhoz hozzá lehet venni egyetlen új élt úgy, hogy a kapott gráf összefüggő legyen.
- Mutassuk meg, hogy minden összefüggő gráfban van olyan csúcs, melyet a gráfból elhagyva (az összes rá illeszkedő éllel együtt) összefüggő gráfot kapunk.
- Rajzoljuk le az összes 3, 4, illetve 5 pontú fát. (Az izomorfakat csak egyszer)

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

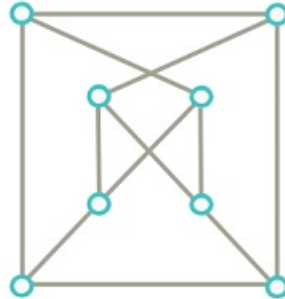
A következő gráfok közül melyek izomorfak?

a)

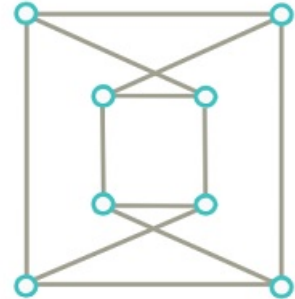
$G_1$



$G_2$

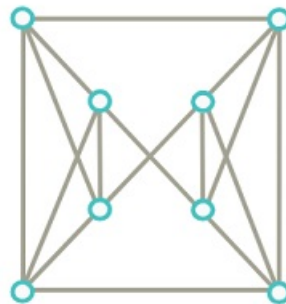


$G_3$

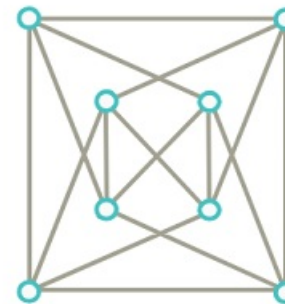


b)

$G_1$



$G_2$



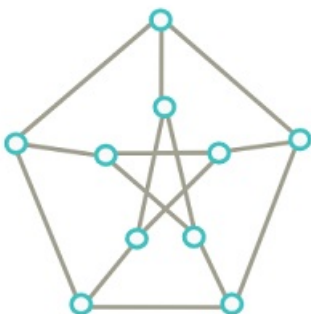
$G_3$



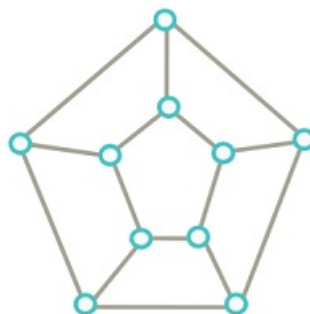
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

$G_1$



$G_2$



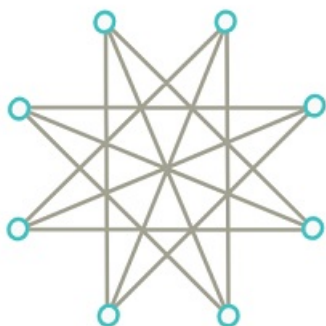
$G_3$



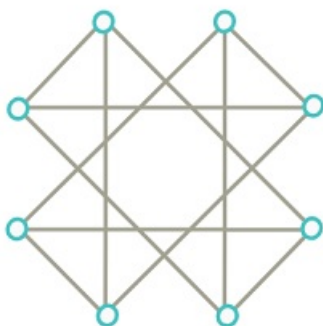
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

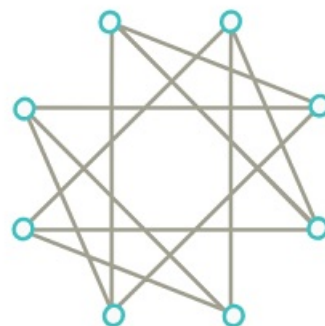
$G_1$



$G_2$



$G_3$



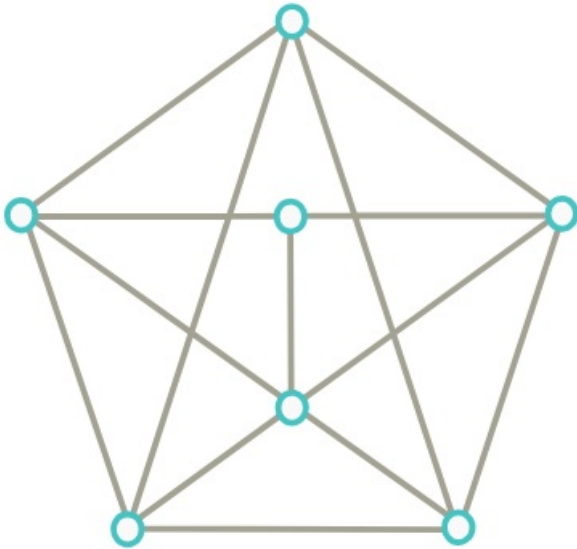
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

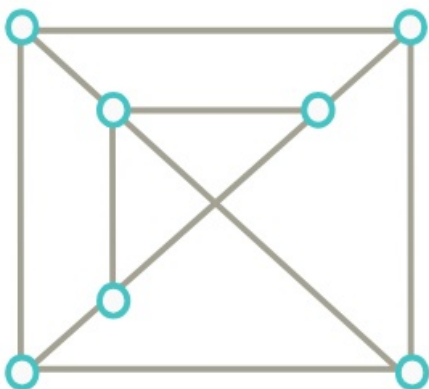
Döntsük el, hogy síkbarajzolható-e.

Ha igen, rajzoljuk síkba.

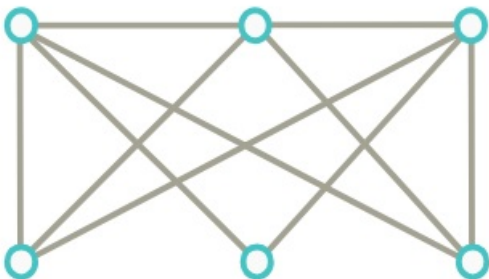
a)



b)



c)



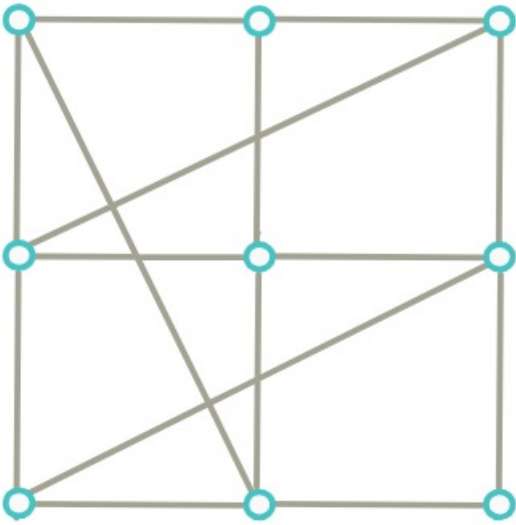
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

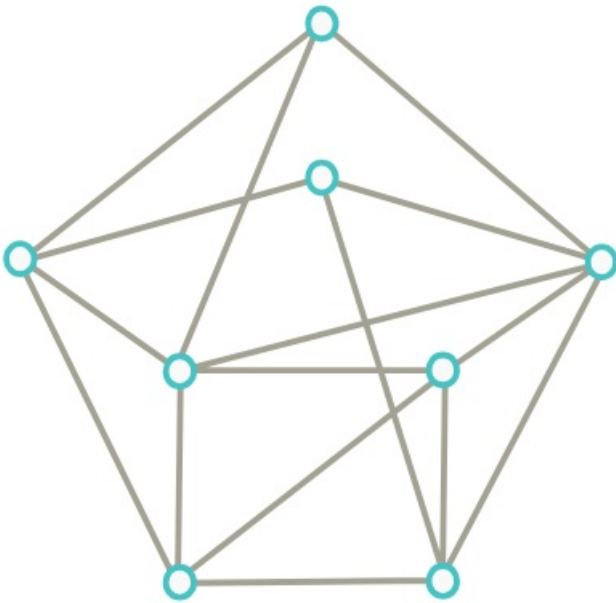
Döntsük el, hogy az alábbi gráfok síkbarajzolhatók-e.

---

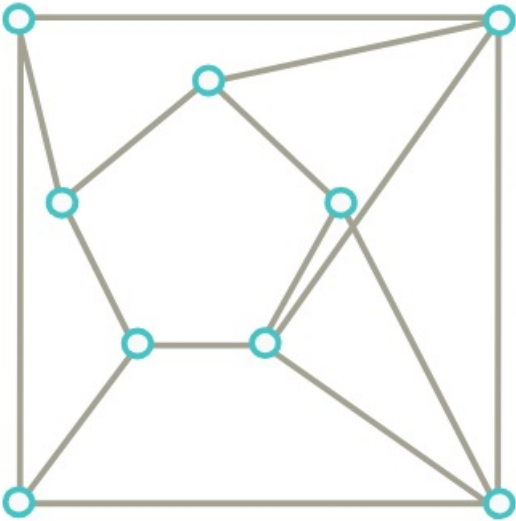
a)



b)



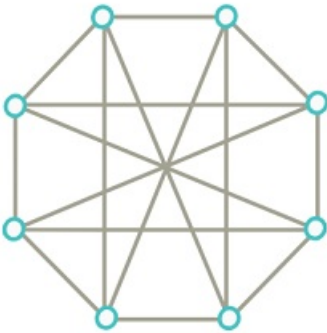
c)



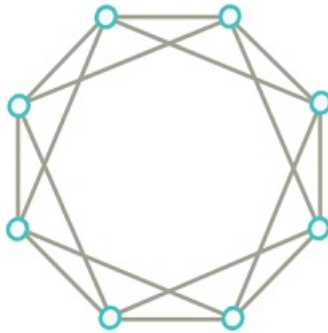
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

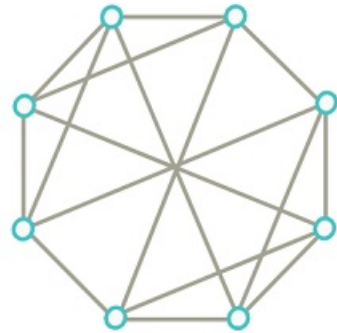
$G_1$



$G_2$



$G_3$



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)