# Kettős és hármas integrál

Határozzuk meg az alábbi kettős integrál értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \; dxdy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \; dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \; dydx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \; dydx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \; dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 xe^{xy}\, dxdy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2\, dydx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5-x^2-y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a $D: x^2+y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}+4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2+y^2}$ és a $z = 6-x^2-y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x+y+z)\, dxdydz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1\, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^{2} 1 \, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk az origó középpontú $R = 5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$f(x, y, z) = z\left(x^2 + y^2\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2}$

$D: \sqrt{x^2 + y^2} < z \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x, y, z) = z\left(x^2 + y^2\right)$

$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad x^2 + y^2 + z^2 < 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} 3x - 2y^3 + 2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 2)^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(y + e^{3x} - 1\right)\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{\left(2x + 3y^2 + 1\right)^2}\, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(x^2 - 1\right) \cdot e^{-3y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x + y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 4 \leq x^2+y^2 \leq 25 \qquad 0 \leq x \quad 0 \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 4 \leq x^2+y^2 \leq 25 \qquad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy \cdot \sqrt{x^2+y^2}$

$D: 4 \leq x^2+y^2 \leq 25 \qquad 3x^2 \leq y^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy$

$D: x^2-4x+y^2 \leq 21$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2+y^2}$ és a $z = 2-x^2-y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}} \, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: \sqrt{x^2+y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z \cdot \sqrt{x^2+y^2}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Integráljuk a $D$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2}\ dxdy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$f(x,y) = 2x\cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$f(x,y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \left\{(x,y) \in R^2 \ \mid\ 1 \leq x \leq 4 \quad \sqrt{x} \leq yx\right\}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az $f(x,y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az $x$ tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot