Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5\left(\frac{3}{4}\right)^n \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} 4\frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \frac{5}{4^{n+1}} \cdot 3^{n-1} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n + 5^n}{6^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+\sqrt{n}}{n^4-n^3+\sqrt[3]{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+16n+15}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x) = \cos x$ függvény $a = 0$ pontban felírt Taylor polinomját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk fel az $f(x) = e^x$ Taylor sorát $x = 0$-nál.

b) Írjuk fel az $f(x) = \ln x$ Taylor sorát $x = 1$-nél.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a) $f(x) = e^{x-3}$

b) $f(x) = \sin(x+4)$

c) $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d) $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e) $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f) $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi $\sqrt{2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \frac{1}{4+5x^4}$

b) $f(x) = \frac{x^4}{3+4x^3}$

c) $f(x) = \frac{4}{x^2+6x+7}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \arctan(4x)$

b) $f(x) = \ln(x+2)$

c) Adjuk meg az $f(x) = \ln(2x+5)$ $x_0 = 2$ középű és $x_0 = -3$ középű hatványsorát!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \arctan(x+1)$

b) $g(x) = \ln(x+4)$

c) $h(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \frac{1}{x+4}$

b) $g(x) = \frac{x+6}{x+4}$

c) $h(x) = \frac{3x^4}{x+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi függvények hatványsorát!

a) $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$

b) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{9x^4 - 5x^6}$

d) $f(x) = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{16-3x^6}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n}+1}{\sqrt{n}+1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^10} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{10}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^n}{(2n)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n! n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-100)^n}{n!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\ln n}{\ln n^2} \right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n x^n}{n+2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+4}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2+1)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-\pi)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{(n+3)^{n^2}} x^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left((n+3)^n \cdot x\right)^n}{(n+5)^{n^2}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sin 1)^{2n}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1} \cdot n^{n+1}}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{9 \cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens-e a következő végtelen sor.

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \frac{\sin^n(2n^2)}{n^3}$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^n$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{4^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = 1$ helyen.

$f(x) = \frac{4}{3x+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = \frac{1}{4}$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{2-4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az $x_0 = 3$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az $f^{100}(0)$ deriváltat.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
