# Mátrixok, vektorok, vektorterek

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Adjuk meg az alábbi mátrixok transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$E = < 2\ 5\ 7 >$$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C^*$

d) $\underline{b^*} \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d^*}$

f) $A^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Írjuk föl a $P(7,8,9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk föl a $P(3,5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3,5,7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Vektorteret alkotnak-e?

a) Komplex számok

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\underline{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

| vektorok száma | megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen $R^3$-ban | megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen $R^3$-ban |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in R^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}, \underline{c}-\underline{a}$ is lineárisan független.

d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ is lineárisan független.

e) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.

f) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy $W$ altere-e $R^3$-nak, ha igen, adjunk meg egy bázist $W$-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy $W$ altere-e $R^4$-nek, ha igen, adjunk meg egy bázist $W$-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{c} a, b, c, d \in R \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{array} \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ $R^n$-beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e $V$-ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

Az alábbi bázist alakítsuk át ortogonális bázissá a Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével.

$$\underline{b_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot