MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

ANALÍZIS 2 tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 13.

Tartalomjegyzék

Határozatlan integrálás, primitív függvény

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

b) $f(x) = x^2 \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2\,dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5}\,dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5}\,dx = ?$

e) $\int (3x+7)^{10}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x-10)^6\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4}\,dx = ?$

d) $\int e^{4x-6}\,dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos \frac{x}{4}\ dx = ?$

b) $\sin \frac{2x-3}{5}\ dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)}\ dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)}\ dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3\ dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100}\ dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x}\ dx = ?$

d) $\int \left(x^2 + \sqrt{x}\right) \cdot x\ dx = ?$

e) $\int \left(x^5 + x^4\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right)\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(x^4 + x\right)^6 \cdot \left(4x^3 + 1\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x + 3)\ dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x}\ dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(e^{4x}+x^4\right)^{100} \cdot \left(4e^{4x}+4x^3\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(x^2+3\right) \cdot 12x\ dx = ?$

c) $\int \left(4x^2+5\right)^{6} \cdot x\ dx = ?$

d) $\int \left(2x^2+7\right)^{5} \cdot 3x\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{\left(x^4+2x^2\right)^{7}} \cdot \left(x^3+x\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(x^4+x^3\right)^{8} \cdot \left(16x^3+12x^2\right)\ dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4+6}{\left(x^5+6x\right)^{8}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^{8}}\ dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3+5}{\sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^{8}}}\ dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}+x}{\left(\sqrt[5]{x^2+e^{2x}}\right)^{4}}\ dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3+9}{\sqrt[3]{\left(x^4+12x\right)^{7}}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7}\, dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5}\, dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}}\, dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}}\, dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x\, dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x\, dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x\, dx = ?$

d) $\int \ln x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5}\, dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}}\, dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2}\, dx = ?$

b) $\int \left(4x^2 - 5x\right) \cdot \cosh(2x+1)\, dx = ?$

c) $\int \arctan x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x\, dx = ?$

b) $\int \cos\left(x^2+1\right) \cdot 2x\, dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x\, dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot \left(x^3+3\right)\, dx = ?$

b) $\int \frac{5^{7\tan x}}{\cos^2 x}\, dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}\, dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x}\, dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100}+4x^5+6x+1}{x}\,dx = ?$

b) $\int \frac{x\cdot\sqrt[3]{x}+4\cdot\sqrt[6]{x^5}+\sqrt{x^3}+1}{\sqrt{x^5}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x}+x^4}{e^{-x}\cdot x^4}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2}\,dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3}\,dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}}\,dx = ?$

d) $\int \tan^2 x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5}\,dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2)\arctan x}\,dx = ?$

d) $\int \tan x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}}\,dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}\cdot e^{\sqrt{x}}+\sqrt{x}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4}\,dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}\ \,dx} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x}\cdot(x+1)}\,dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}\,dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4\cdot\sqrt{x^6-1}}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x} \, dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3} \, dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2} \, dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}} \, dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4} \, dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15} \, dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{14x^2+12x+2}{6x^3+8x^2+2x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{6x^2+20x+15}{(2x+1)(2x^2+15x+7)} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sin x} \, dx = ?$

b) $\int \frac{\cos x}{-\sin x + \cos x + 1} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sin^6 x \cdot \cos^3 x \, dx = ?$

b) $\int \sin^4 x \cdot \cos^7 x \, dx = ?$

c) $\int \sin^4 x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \cos x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^4 \cdot \ln x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6 + 4x^3} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int (3x+2) \cdot e^{3x^2+4x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \left(3x^2+1\right) \cdot \cos\left(x^3+x\right)\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x^2+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x e^{1+x^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{7-6x}{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x\cdot(x^2+1)}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^3 \left(2x^4+4\right)^3 dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{5x^3}{x^4+2}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \sin x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x\cdot(x^2+1)}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2\, dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0, 6]$ intervallumon.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha x irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$-nál húzható érintője által határolt területet.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4}\, dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2}\, dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4}\, dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x}\, dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens vagy divergens.

a) $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^2}\,dx$

b) $\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx$

c) $\int_0^1 \frac{x}{\tan x}\,dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x)=x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x)=x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg a $p>0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p(3x^2-24x+20)\,dx=0$ teljesüljön!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x)=2\sqrt{x} \quad g(x)=\frac{x^2}{4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x)=(x-1)^2 \quad g(x)=2-(x-1)^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x)=-x^2+18 \quad g(x)=x^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x)=\sqrt{x+5}$ függény grafikonja, az $x=-1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függény grafikonja az x tengellyel bezár.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x-12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F. Számítsuk ki ezt az integrált:

$I = \int_0^a f(x)\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat.

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2}\, dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

c) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x}}\, dx$

d) $\int_0^\infty x \cdot e^{-4x}\, dx$

e) $\int_0^1 x \cdot \ln x\, dx$

f) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 6x - x^2 \qquad g(x) = x^2 - 2x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_0^2 \frac{1}{2-x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_2^\infty \frac{4}{x^3}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_{-\infty}^1 \frac{7}{7x+11}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^2 \frac{x-1}{\ln x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Paraméteres görbék

Adjuk meg az Arkhimédészi spirál paraméteres görbe képletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a ciklois paraméteres görbe képletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=\cos^3 t \quad y=\sin^3 t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a paraméteres görbék. Ábrázoljuk őket koordinátarendszerben és találjuk ki, hogy így melyik függvény grafikonját kaptuk.

a)

$x(t)=t+3 \qquad t\in[0,+\infty)$

$y(t)=\sqrt{t}$

b)

$x(t)=e^t+1 \qquad t\in[0,+\infty)$

$y(t)=e^{2t}-2$

c)

$x(t)=3+\cos t \qquad t\in[0,2\pi)$

$y(t)=2+\sin t$

d)

$x(t)=3\cos t \qquad t\in[0,2\pi)$

$y(t)=2\sin t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék görbületét.

a)

$$x(t) = 6 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 2 \cdot \sin t$$

b)

$$x(t) = 4 \cdot \cos t$$

$$y(t) = 3 \cdot \sin t$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $y = x^2$ parabola simulókörét az origóban.

b) Adjuk meg a koszinusz függvény simulókörét az origóban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi görbe kísérő triéderét.

$$r(t) = (2\cos t, 2\sin t, t)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi görbe görbületét és torzióját.

$$r(t) = (2\cos t, 2\sin t, t)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi görbe síkgörbe, adjuk meg a görbe síkjának normálvektorát és számoljuk ki a görbületet.

$$r(t) = (\sin t, \cos t, \sin t)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$x(t) = t - 2 \qquad t \in [0, +\infty)$

$y(t) = \sqrt{t} + 1$

b)

$x(t) = t - 1 \qquad t \in [0, +\infty)$

$y(t) = t^2 - 2$

c)

$x(t) = t + 1 \qquad t \in [0, +\infty)$

$y(t) = t^3 - 1$

d)

$x(t) = 1 + \cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$

$y(t) = 1 + \sin t$

e)

$x(t) = 3 + \cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$

$y(t) = 2 + \sin t$

f)

$x(t) = -2 + \cos t \qquad t \in [0, \pi)$

$y(t) = 1 + \sin t$

g)

$x(t) = 3 + 2\cos t \qquad t \in [0, 2\pi)$

$y(t) = 1 + 2\sin t$

h)

$x(t) = 2 + 3\cos t \qquad t \in [0, \pi)$

$y(t) = 1 + 2\sin t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi ellipszisek paraméteres egyenleteit, majd ábrázoljuk is őket.

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

b) $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi paraméteres görbék Descartes-koordinátás egyenleteit, és ábrázoljuk is őket.

a)

$x(t)=\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=\sinh t$

b)

$x(t)=3\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=2\sinh t$

c)

$x(t)=-2\cosh t \qquad t\in R$

$y(t)=2\sinh t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=R(t-\sin t) \quad y=R(1-\cos t)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,\pi]$ intervallumon.

$x=\cos^3 t \quad y=\sin^3 t$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sebességvektort és számoljuk ki az alábbi görbe ívhosszát a $[0,3]$ intervallumon.

$x=t^3 \quad y=6t^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Differenciálegyenletek

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' = \sqrt{y}(x + e^x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y' = 2xy - x^2 y'$

b) $y' + y^2 = e^x \left(1 + y^2\right) - 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(x^2 + y^2\right) dx = xydy$

b) $x^2 y' = x^2 + xy + y^2$

c) $\left(x^4 + 5y^4\right) dx = 4xy^3 dy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(4x^3 y^3 + e^x\right) dx + \left(3x^4 y^2 + 3y^2\right) dy = 0$

b) $\left(2xe^y + 4x^3\right) dx + \left(x^2 e^y - \sin y\right) dy = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $(3xy + 2)dx + x^2 dy = 0$

b) $\left(y^3 - x\right) dx + 3y^2 dy = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $\left(y+\cos^3 x\right) dx+\sin x \cos x dy=0$

b) $\left(y \frac{1}{\cos^2 x}+\cos x\right) dx+\frac{\sin x}{\cos x} dy=0$

c) $4xydx+\left(x^2+1\right) dy=0$

d) $4xy^{\frac{1}{2}} dx+\left(x^2+1\right) y^{-\frac{1}{2}} dy=0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'+y \tan x=e^x \cos x$

b) $xy'+y=x^3$

c) $y'+4x^3 y=x^3 e^{x^4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$\cos^8 x \cdot y'+\frac{\cos^9 x}{\sin x} y=1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'+4y=\cos x$

b) $y'+2y=4x^2+12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'-2y=\cos 4x+e^{3x}$

b) $y'-4x=x+e^{3x}+e^{4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $2y'' - 9y' + 4y = 0$

b) $y'' - 12y' + 36y = 0$

c) $y'' - 4y' + 13y = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

$y'' - 10y' + 16y = 4x^2 + 12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket.

a) $y'' + 4y' - 12y = 4x + e^{2x}$

b) $y'' - 4y' + 13y = 4x + e^{2x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'(e^x + 1) = e^x y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - 5y' + 6y = 2\sin(2x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y''(x^2 + 1) = 2xy'$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$\sin^7 x \cdot y' - \frac{\sin^8 x}{\cos x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1736$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - 6y' + 9y = 2\cosh(3x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az $y' = z$ helyettesítéssel.

$y''(e^x + 1) = e^x y'$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$\cos^8 x \cdot y' + \frac{\cos^9 x}{\sin x} y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$y' + (\sin x)y = \sin x \quad y(0) = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' = \frac{\sinh^6(2y)}{\cosh(2y)} \sqrt[5]{3 + 8x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$y' + \frac{2}{x} y = 3x^2 \quad y(1) = 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - y' - 6y = 4\cosh(3x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y^{(3)} + 3y'' + 2y' = x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' = (2y+1)^6 \ln 3x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' = \frac{x}{y} e^{2x^2+3y} \quad y > 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' + 2xy = 4x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$xy' - y = e^x \left(x^2 + x^3\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y'' - y = x^2 - x + 1 + e^x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát!

$y'' + y = -4\cos x + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet.

$y' \left(x^2 + 1\right) = 2xy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet:

$y'' - 3y' + 2y = x^2 + x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! (Elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{e^{-2y^2} \cosh(2x)}{y}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet.

$$y'' - 4y' + 5y = 13 \sin 2x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Izoklinák

a) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

b) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 3$ differenciálegyenlet $K = 0$ izoklináját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $y' = \sqrt{x^2 + y^2} - 4$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és nézzük meg, hogy a $(4, 0)$ pontjában, van-e a megoldásfüggvénynek szélsőértéke.

b) Adjuk meg az $y' = x^2 + y^2 - 8$ differeciálegyenlet $K = 0$ izoklináját és vizsgáljuk meg a $(2, -2)$ pontjának lokális tulajdonságait.

c) Adott a következő differenciálegyenlet

$$y' = xy^3 - y^2 + 2$$

Van-e lokális szélsőértéke a megoldásgörbéjének az $(1, -1)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Laplace transzformáció

Mi a Laplace transzformáltja az alábbi függvényeknek?

a) $f(x) = 4\sin(3x) + e^{5x} - 7x^4$

b) $g(x) = \sin(3x)e^{5x}$

c) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{3x}}$

d) $g(x) = 2x\cos x(\sin x + 5)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak az alábbi Laplace transzformáltak, mik lehettek az eredeti függvények?

a) $F(s) = \frac{s}{s^2+16}$

b) $F(s) = \frac{1}{(s-7)^4}$

c) $F(s) = \frac{7s}{s^2-6s+13}$

d) $G(s) = \frac{7s}{s^2-6s+8}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$$y' + 2y = 5e^{3x} + 4 \quad y(0) = 3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$$y' + y = 12\cos(3x)e^{2x} \quad y(0) = 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$$y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x} \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 9$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x} \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 6$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = x + 4y \quad x(0) = 2$

$y' = 2x - y \quad y(0) = -2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = 2y + 3x \quad x(0) = 1$

$y' = -2x + 3y + 4e^t \quad y(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' - 7y' + 12y = 2\sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = 5x - y \quad x(0) = -1$

$y' = 3x + y \quad y(0) = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = -8y \quad x(0) = 1$

$y' = 2x \quad y(0) = -2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' - 2y' + y = x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = -3x + 4y \quad x(0) = 1$

$y' = -x + y \quad\quad y(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' + 2y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y'' = -y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenlet-rendszert a Laplace transzformáció segítségével.

$x' = -8y \quad x(0) = 1$

$y' = 2x \quad\quad y(0) = -2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az inverz Laplace-transzformációt.

$F(s) = \frac{3s+2}{s^2-2s}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a nagyszerű Laplace transzformáció segítségével.

$y'' + y' - 2y = 30\cos x \qquad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y' - y = 5\sin 2x \qquad y(0) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg ezt a differenciálegyenletet a Laplace transzformáció segítségével.

$y' - 5y = e^{5x} - 5x + 6 \qquad y(0) = 1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sorok & hatványsorok & Taylor-sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5\left(\frac{3}{4}\right)^n \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(-2)^n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} 4\frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \frac{5}{4^{n+1}} \cdot 3^{n-1} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n+4^n+5^n}{6^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+\sqrt{n}}{n^4-n^3+\sqrt[3]{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+16n+15}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x) = \cos x$ függvény $a = 0$ pontban felírt Taylor polinomját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk fel az $f(x) = e^x$ Taylor sorát $x = 0$-nál.

b) Írjuk fel az $f(x) = \ln x$ Taylor sorát $x = 1$-nél.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő függvények Taylor sorát!

a) $f(x) = e^{x-3}$

b) $f(x) = \sin(x+4)$

c) $f(x) = e^{x^2-6x+13}$

d) $f(x) = e^{x-2} \quad x = 3$

e) $f(x) = \frac{1}{e^{4x-12}}$

f) $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-8x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a következő végtelen sorok összegét!

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 4^n$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n)!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi $\sqrt{2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \frac{1}{4+5x^4}$

b) $f(x) = \frac{x^4}{3+4x^3}$

c) $f(x) = \frac{4}{x^2+6x+7}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a nulla körüli hatványsorukat!

a) $f(x) = \arctan(4x)$

b) $f(x) = \ln(x+2)$

c) Adjuk meg az $f(x) = \ln(2x+5)$ $x_0 = 2$ középű és $x_0 = -3$ középű hatványsorát!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \arctan(x+1)$

b) $g(x) = \ln(x+4)$

c) $h(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fejtsük sorba az alábbi függvényeket!

a) $f(x) = \frac{1}{x+4}$

b) $g(x) = \frac{x+6}{x+4}$

c) $h(x) = \frac{3x^4}{x+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi függvények hatványsorát!

a) $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$

b) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{9x^4 - 5x^6}$

d) $f(x) = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{16-3x^6}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sqrt[3]{n}+1}{\sqrt{n}+1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^10} \qquad \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sqrt[n]{10}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^n}{(2n)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{2^n n! n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-100)^n}{n!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\ln n}{\ln n^2} \right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n x^n}{n+2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+4}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2+1)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-\pi)^n}{\sqrt{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{(n+3)^{n^2}} x^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left((n+3)^n \cdot x\right)^n}{(n+5)^{n^2}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sin 1)^{2n}}$ $\quad$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1} \cdot n^{n+1}}$ $\quad$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{9 \cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens-e a következő végtelen sor.

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n \in \mathbb{N}^+} \frac{\sin^n (2n^2)}{n^3}$ $\quad$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^n$ $\quad$ $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{4^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = 1$ helyen.

$f(x) = \frac{4}{3x+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = \frac{1}{4}$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{2-4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az $x_0 = 3$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az $f^{100}(0)$ deriváltat.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Fourier sorok

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } -\pi<x\leq 0\\ 4, & \text{ha } 0<x\leq \pi\end{cases} \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=x,\ \text{ha } -\pi<x\leq \pi \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=|x|,\ \text{ha } -\pi<x\leq \pi \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2}<x\leq 0\\ 4, & \text{ha } 0<x\leq \frac{\pi}{2}\end{cases} \quad f(x)=f(x+\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } 0<x\leq \pi\\ 4, & \text{ha } \pi<x\leq 2\pi\end{cases} \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}-4, & \text{ha } -\pi<x\leq -\frac{\pi}{2}\\ 0, & \text{ha } -\frac{\pi}{2}<x\leq \frac{\pi}{2}\\ 4, & \text{ha } \frac{\pi}{2}<x\leq \pi\end{cases} \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$$f(x)=\begin{cases}x, & \text{ha } 0<x\leq \pi\\ 4, & \text{ha } \pi<x\leq 2\pi\end{cases} \quad f(x)=f(x+2\pi)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt ez a remek függvény, és készítsük el a Fourier-sorát.

$f(x) = x^2 \quad f(x) = f(x + 2\pi)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mátrixok, vektorok, vektorterek

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$E = < 2\ 5\ 7 >$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C*$

d) $\underline{b*} \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d*}$

f) A^2

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(7,8,9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk föl a $P(3,5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3,5,7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorteret alkotnak-e?

a) Komplex számok

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen R^3-ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen R^3-ban
1		
2		
3		
4		
5		

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in R^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}, \underline{c} - \underline{a}$ is lineárisan független.

d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ is lineárisan független.

e) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.

f) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^3-nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \middle| \, \begin{matrix} a, b, c, d \in R \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{matrix} \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ R^n-beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a} + \underline{b}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c} + \underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V-ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi bázist alakítsuk át ortogonális bázissá a Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével.

$$\underline{b_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok inverze

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$

$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Determináns, sajátérték, sajátvektor, leképezések

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Sajátvektora-e az A mátrixnak az $\underline{u}$ és a $\underline{v}$ vektor?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$$

És a feladatunk az, hogy derítsük ki, ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektora az A mátrixnak. A sajátvektorhoz pedig számoljuk majd ki a sajátértékeket is.

b) Számoljuk ki az A mátrix sajátértékeit.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

c)

Itt van egy nagyszerű mátrix, ezzel a három vektorral:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Nézzük meg, hogy ezek közül a vektorok közül melyik sajátvektor, és a sajátvektorokhoz számoljuk ki a hozzájuk tartozó sajátértékeket is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a mátrix, és számoljuk ki a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Itt jön aztán ez a 3x3-as mátrix. Számoljuk ki a sajátértékeit, sajátvektorait és a saját vektorok által generált sajátaltereket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A megoldásunk során a Gauss-transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A bázis transzformáció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki, hogy mennyi A^{10}.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a mátrixok, döntsük el, hogy milyen definitek.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrixhoz és $\underline{x}$ vektorhoz tartozó kvadratikus alakokat.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

c) Adott a $Q(\underline{x})$ kvadratikus alak, határozzuk meg ebből az A mátrixot.

$$Q(\underline{x}) = 5x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_1x_2 + 7x_1x_3 - 6x_2x_3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el az alábbi kvadratikus alakok definitségét.

a) $Q(\underline{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3$

b) $Q(\underline{x}) = -5x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az x tengelyre való tükrözés mátrixát R^2-ben.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tükrözzük az x tengelyre a $\underline{v}$ vektort, ha

a) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

a) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 \\ b \end{pmatrix} \qquad a,b \in R$

b) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ 0 \end{pmatrix} \qquad a,b \in R$

c) $R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ a \cdot b \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját:

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát, adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-c \\ c-a \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a R^2-ben az x tengelyre tükrözés, az origó középpontú α-szögű forgatás, és az origóra tükrözés mátrixait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sík transzformációi közül melyek dimenzió tartó transzformációk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi mátrixok közül melyek hasonlóak.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x,y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x,y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x,y) = e^{x-2} - x + \ln\left(y^2+1\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y) = xy + 12$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

b) $f(x,y) = 12 - x^2 - y^2$, a feltétel: $x - y - 4 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4 \to \min.$, a feltétel: $3x - y = 2$

b) $f(x,y) = x + y + 4 \to \min.$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$f(x,y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$, adjuk meg a szintvonalakat $c = 0$, $c = 5$, $c = 10$ és $c = 15$ esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőértékhelyeit.

a) $f(x,y)=5x^2+5y^2 \to \min.$, a feltétel: $x-y=2$

b) $f(x,y)=10xy \to \max.$, a feltétel: $x+y=2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg az $f(x,y)=x^3-x^2y^4+4y^3$ függvény $(2,1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0,1,1)$ pontban az $f(x,y)=\ln\left(\alpha\cdot x+y^2\right)+ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1,0,1)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=x^4-x^2y^3+\ln x$ iránymenti deriváltját a $\underline{v}=(3,4)$ irány szerint az $(1,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $e^x+y^2=x^3+\ln y$ implicit függvény deriváltját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az A típusú eladási ára \$x a B típusúé \$y, akkor az alkalmazott áraktól függően az A típusból $f(x,y)=29-3x+y$, a B típusból pedig $g(x,y)=16+x-4y$, az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az A típusú termék előállítási költése \$2/darab míg a B típusúé \$1/darab?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y)=-x^3+30xy-30y^2+10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y)=2x^2y+2xy-3y^2+10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y)=x^3+2xy-4x^2-y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = xy^2 - y^2 - 2\ln(xy)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = \left(x^2 - 6x\right) \cdot \left(y^2 - 4y\right) \qquad x, y > 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(2,5,f(2,5))$ pontban!

$$f(x,y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl az érintősík egyenletét a $P(1,-1,f(1,-1))$ pontban!

$$f(x,y)=6xy-3x^2y-y^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos a $z=3x+2y-7$ síkkal és az $f(x)=2x^3y-y^2+3x$ függvényt érinti!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0,2,1)$ pontban, az $f(x,y)=e^{\alpha\cdot x}+y\cdot\ln\left(xy^2+1\right)$ függvényhez húzott érintő az $R(1,3,1)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Milyen α paraméter esetén halad át a $P(1,0,f(1,0))$ pontban, az $f(x,y)=\alpha\cdot x^2\cdot e^y+y\cdot\ln\left(xy^2+\alpha\right)$ függvényhez húzott érintő az $R(0,1,2)$ ponton?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x,y)=2x\ln\left(x^2-xy^2-4\right)$ függvény totális deriváltját a $P(5,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=yx^5-2xy^3+4x-5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=x^3-3xy^2-5y+e^{2x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\arctan\left(y^x\right)$ gradiensét a $P_0(1,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\sin\left(\ln\left(y^x\right)\right)$ gradiensét a $P_0(3,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\cos\ln\left(x^y\right)$ gradiensét a $P_0(7,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$g(x,y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kétváltozós határérték és totális differenciálhatóság

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) Itt van ez a függvény

$$f(x,y) = 3x + 4y$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(2,1)} 3x + 4y = 10$$

b) Itt van ez a függvény

$$f(x,y) = x^2 + x + y^2 + 7$$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^2 + x + y^2 + 7 = 13$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x+5y}{x-3y} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4xy}{2x^2+xy+y^2} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2+(y-2)^2} = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4xy^2}{x^2+y^2} = ?$$

b)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{12xy}{x^2+y^4} = ?$$

c)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{12xy}{x^4+y^4} = ?$$

d)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^6+y^6} = ?$$

e)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{x^4+y^4} = ?$$

f)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^2+x^2y^4} = ?$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$$f(x,y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$$

Adjuk meg az x és y szerinti parciális deriváltjait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$$f(x,y) = x^2 + 3y^2$$

Differenciálható-e az $R(1,2)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x, y) = x \cdot \cos y$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} x \cdot \cos y = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x, y) = \frac{x^2-y^2}{x-y}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2-y^2}{x-y} = 2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 5$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^2 + 3y^2 + 5 = 18$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2+y^2}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2}$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2} = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 + y^2$

és igazoljuk, hogy

$$\lim_{(x,y)\to(3,4)} x^2 + y^2 = 25$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = 4x^2 + y^2$

Differenciálható-e az $R(1,2)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = x^2 y$

Differenciálható-e az $R(2,3)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = xy^2$

Differenciálható-e az $R(1,0)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van ez a függvény

$f(x,y) = xy^2$

Differenciálható-e az $R(2,1)$ pontban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kettős és hármas integrál

Határozzuk meg az alábbi kettős integrál értékét:

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 + xy^4 + y^3 \, dxdy$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott derékszögű háromszög!

$$\iint_D x^2 + 4y^3 \, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = 2 - x$ és $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D x + 4y \, dydx$$

b) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D xy \, dydx$$

c) Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol D az $y = \sqrt{x}$ és $y = x^2$ által közrefogott tartomány!

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x}} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_0^1 \int_1^2 xe^{xy}\, dxdy$$

b)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos y^2\, dydx$$

c)

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 5-x^2-y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a $D: x^2+y^2 \leq 9$ tartományon a következő függvényt:

$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}+4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki a $z=\sqrt{x^2+y^2}$ és a $z=6-x^2-y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi intergálásokat.

a)

$$\int_1^2 \int_0^1 \int_1^2 (x+y+z)\, dxdydz$$

b)

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^2 1\, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^5 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-2}^{2} 1 \, dxdydz$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk az origó középpontú $R=5$ sugarú gömbön ezt a függvényt:

$f(x,y,z) = z\left(x^2+y^2\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z\sqrt{x^2+y^2}$

$D: \sqrt{x^2+y^2} < z \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 < 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z\left(x^2+y^2\right)$

$D: \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2+y^2} < z < \sqrt{3}\sqrt{x^2+y^2} \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 < 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 3x - 2y^3 + 2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy+2)^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(y+e^{3x}-1\right)\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{6y}{\left(2x+3y^2+1\right)^2}\, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_0^2 \left(x^2-1\right) \cdot e^{-3y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(6,0), C(3,4), és a D(1,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(0,0), B(5,0), C(4,6), és a D(3,6) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T e^{6x+y}\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kettősintegrál értékét, ahol T az A(2,0), B(4,0), C(0,4), és a D(6,4) pontok által meghatározott trapéz!

$$\iint_T x+y^2\, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^{16} \int_{\frac{\sqrt{y}}{2}}^2 \sqrt[5]{1+x^3} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad 0 \leq x \quad 0 \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = \frac{x^3 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad x \leq y \quad -\sqrt{3}x \leq y$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$

$D : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25 \qquad 3x^2 \leq y^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y) = xy$

$D : x^2 - 4x + y^2 \leq 21$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt térrész térfogatát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} x^2 + y^2 \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}} \, dydx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a következő függvényt:

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2} \, dxdy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: \sqrt{x^2+y^2} < z \quad \& \quad 4 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = z \cdot \sqrt{x^2+y^2}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integráljuk a D tartományon a következő függvényt:

$f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$D: 12 \leq x^2+y^2 \quad \& \quad x^2+y^2+z^2 \leq 16 \quad \& \quad 0 \leq z$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi integrált.

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} \, dx dy$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi kétváltozós függvény integrálját azon a véges tartományon, amelyet az adott egyenletű görbék zárnak közre.

$$f(x,y) = 2x \cos y \quad y = x^2 \quad y + x = 6 \quad y = 0$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vázoljuk fel az integrálási tartományt, majd számítsuk ki a megadott függvény kettős integrálját!

$$f(x,y) = \frac{8y}{x^3} \quad D = \left\{ (x,y) \in R^2 \;\middle|\; 1 \le x \le 4 \quad \sqrt{x} \le yx \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az $f(x,y) = e^y + x$ kettős integrálját azon a tartományon, melyet az x tengely, az $x = 4$ egyenes és az $y = \ln x$ függvények határolnak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot
