MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MATEK 1 tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 18.

Tartalomjegyzék

Mátrixok, vektorok, vektorterek

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi mátrixok transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt néhány vektor, és végezzük el velük a következő műveleteket.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$E = < 2\ 5\ 7 >$

a) $A \cdot \underline{b}$

b) $A \cdot C$

c) $A \cdot C*$

d) $\underline{b*} \cdot \underline{d}$

e) $\underline{b} \cdot \underline{d*}$

f) A^2

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(7,8,9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk föl a $P(3,5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3,5,7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorteret alkotnak-e?

a) Komplex számok

b) Másodfokú polinomok

c) Legfeljebb másodfokú polinomok

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetelenek vagy összefüggőek.

$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen R^3-ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen R^3-ban
1		
2		
3		
4		
5		

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in R^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}+\underline{b}+\underline{c}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}, \underline{c}-\underline{a}$ is lineárisan független.

d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ is lineárisan független.

e) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.

f) Ha $\underline{a}-\underline{b}, \underline{b}-\underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^3-nak, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a+1 \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$$

b) Vizsgáljuk meg, hogy W altere-e R^4-nek, ha igen, adjunk meg egy bázist W-ben.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \middle| \begin{matrix} a, b, c, d \in R \\ a = b \\ \text{és} \\ c = 3d \end{matrix} \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ R^n-beli vektorok. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ is lineárisan független.

b) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan összefüggő, akkor $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ is lineárisan összefüggő.

c) Ha $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

d) Ha $\underline{a}+\underline{b}, \underline{b}+\underline{c}, \underline{c}+\underline{a}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg, hogy $W \subset V$ halmaz altére-e V-ben. Ha igen, adjunk meg a dimenzióját és egy bázisát.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi bázist alakítsuk át ortogonális bázissá a Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével.

$$\underline{b_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{b_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok inverze

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$

$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$

$x_1 - x_3 + x_4 = 2$

$2x_2 + x_4 = 8$

$x_1 + x_4 = 5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

b)

$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$2x_1 + x_2 = 2$

$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$2x_1 - x_4 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$

$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$

$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az α, β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elinimáció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v_3} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $\underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}$ független vektorok, és

$$\underline{v_1} = \underline{a_1} - 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_2} = \underline{a_1} + \underline{a_3}$$

$$\underline{v_3} = 3\underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$$

Mekkora a $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \underline{v_3}$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a_1} + 2\underline{a_2} + \underline{a_3}$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az alábbi mátrix inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Determináns, sajátérték, sajátvektor

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adott az A 2x2-es mátrix, és nézzük meg, hogy sajátvektora-e ennek az $\underline{u}$, és a $\underline{v}$ vektor.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Számításaink során a bázis transzformációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adott az A 2x2-es mátrix, és nézzük meg, hogy sajátvektora-e ennek az $\underline{u}$, és a $\underline{v}$ vektor.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Számoljuk ki az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

Számításaink során a Gauss eliminációt használjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A bázis transzformáció segítségével nézzük meg ennek a 3x3-as mátrixnak a sajátértékeit és sajátvektorait.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A bázis transzformáció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Gauss elimináció segítségével állítsuk elő ennek a 3x3-as mátrixnak a diagonális alakját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a mátrix.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Számoljuk ki, hogy mennyi A^{10}.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vannak itt ezek a mátrixok, döntsük el, hogy milyen definitek.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az A mátrixhoz és $\underline{x}$ vektorhoz tartozó kvadratikus alakokat.

a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

c) Adott a $Q(\underline{x})$ kvadratikus alak, határozzuk meg ebből az A mátrixot.

$Q(\underline{x}) = 5x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_1x_2 + 7x_1x_3 - 6x_2x_3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el az alábbi kvadratikus alakok definitségét.

a) $Q(\underline{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3$

b) $Q(\underline{x}) = -5x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az x tengelyre való tükrözés mátrixát R^2-ben.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tükrözzük az x tengelyre a $\underline{v}$ vektort, ha

a) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ és a bázis vektorok: $\underline{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ és $\underline{a_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

a) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 \\ b \end{pmatrix} \qquad a,b \in R$

b) $R^2 \to R^2 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ 0 \end{pmatrix} \qquad a,b \in R$

c) $R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ a \cdot b \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját:

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-a \\ c \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ellenőrizzük, hogy az alábbi leképezések lineáris leképezések-e, ha igen adjuk meg a képteret, a magteret és a transzformáció mátrixát, adjuk meg a sajátértékeit, sajátvektorait, ha van, akkor a sajátbázisát és a diagonális alakját.

$$R^3 \to R^3 \qquad \varphi\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b \\ b-c \\ c-a \end{pmatrix} \qquad a,b,c \in R$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a R^2-ben az x tengelyre tükrözés, az origó középpontú α-szögű forgatás, és az origóra tükrözés mátrixait.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sík transzformációi közül melyek dimenzió tartó transzformációk?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi mátrixok közül melyek hasonlóak.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Konvergencia és divergencia definíciója, küszöbindex keresése (emelt szint)

Igazoljuk a konvergencia definíciójával, hogy ennek a sorozatnak a határértéke $\frac{1}{7}$ és adjuk meg az $\epsilon = 10^{-2}$-hoz tartozó küszöbindexet.

$a_n = \frac{n+1}{7n+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Igazoljuk a konvergencia definíciójával, hogy ennek a sorozatnak a határértéke $\frac{3}{2}$ és adjuk meg az $\epsilon = 10^{-2}$-hoz tartozó küszöbindexet.

$a_n = \frac{3n^2+1}{2n^2+5}$

b) Igazoljuk a konvergencia definíciójával, hogy ez a sorozat konvergens, és adjuk meg az $\epsilon = 10^{-2}$-hoz tartozó küszöbindexet.

$a_n = \frac{4n^3+5}{n^3+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Igazoljuk a konvergencia definíciójával, hogy ez a sorozat konvergens, és adjuk meg az $\epsilon = 10^{-3}$-hoz tartozó küszöbindexet.

$a_n = \frac{4n^8+5}{n^8+4}$

b) Igazoljuk, hogy ez a sorozat plusz végtelenbe tart, és adjuk meg az $M = 10^2$-hoz tartozó küszöbindexet.

$a_n = \sqrt[4]{5 \cdot n^3 + 6}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki ennek a sorozatnak a határértékét, és ha konvergens, akkor adjuk meg az $\epsilon = 10^{-3}$-hoz tartozó küszöbindexet.

$a_n = \frac{6-n}{8n^2-600}$

b) Számoljuk ki ennek a sorozatnak a határértékét, és ha konvergens, akkor adjuk meg az $\epsilon = 10^{-3}$-hoz tartozó küszöbindexet.

$a_n = (-1)^n \cdot \sqrt[3]{\frac{n^4-5}{5\ 000\ 000-n^6}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A konvergencia definíciójával igazoljuk, hogy ez a sorozat konvergens, és adjunk tetszőleges pozitívϵ-hoz n_0 küszöbindexet.

$$a_n = \frac{n^8-5n^4-6}{2n^8+n} \to \frac{1}{2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) A konvergencia definíciójával igazoljuk, hogy ez a sorozat konvergens, és adjunk tetszőleges pozitívϵ-hoz n_0 küszöbindexet.

$$a_n = \frac{n^5+3n^4+2n}{4n^5+12} \to \frac{1}{4}$$

b) A konvergencia definíciójával igazoljuk, hogy ez a sorozat konvergens, és adjunk tetszőleges pozitívϵ-hoz n_0 küszöbindexet.

$$a_n = \sqrt[3]{\frac{n^4+4n^3+n^2-5}{n^5+4}} \to 0$$

c) A konvergencia definíciójával igazoljuk, hogy ez a sorozat divergens, és a határértéke végtelen. Adjunk meg minden M-hez n_0 küszöbindexet.

$$a_n = \frac{5n^8+7n^4-6n}{n^5+4n^3+5n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) A konvergencia definíciójával igazoljuk, hogy ez a sorozat konvergens, és adjunk tetszőleges pozitívϵ-hoz n_0 küszöbindexet.

$$a_n = \sqrt{n^4+4n} - \sqrt{n^4+3} \to 0$$

b) A konvergencia definíciójával igazoljuk, hogy ez a sorozat konvergens, és adjunk tetszőleges pozitívϵ-hoz n_0 küszöbindexet.

$$a_n = \sqrt{\frac{9n^2+1}{n^2+n}} \to 3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorok, koordináták, térelemek

Milyen hosszú az $\underline{a} = (2,4)$ vektor?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg x értékét úgy, hogy az $\underline{a} = (x,3)$ és $\underline{b} = (5,2)$ vektorok egymásra merőlegesek legyenek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $\underline{a} = (3,2)$ vektor +90°-os és -90°-os elforgatottját.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(7,8,9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk föl a $P(3,5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3,5,7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi vektorok vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1,1)$ és $Q(3,5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1,4,1)$ a $Q(3,5,7)$ és az $R(6,5,2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$e_1: \frac{x-7}{4} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-4}{3}$

$e_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{3}$

b) Adjuk meg a $7x - 4y + 2z = 7$ és a $16 - 7y + z = 21$ egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $2x + y - 3z = 2$ egyenletű S_1 és az $x + 7y + 3z = 21$ egyenletű S_2 síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5;1;3)$ pont az S_1 és az S_2 metszésvonalán,

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Átmegy-e az origón az S sík, amely tartalmazza a $P(2;-1;4)$ pontot és az $\frac{x-1}{4} = \frac{1-y}{5} = \frac{z-3}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Tartalmazza-e az $R(1;3;4)$ pontot az a sík, amelyet a $P(1;7;-1)$ és a $Q(11;9;-5)$ pontokat összekötő egyenes a P-ben merőlegesen döf?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen döfi az $x + 2y + 3z = 6$ egyenletű síkot az $(1;1;1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmegy az $(5;2;-1)$ ponton és a $(13;4;-5)$ ponton. Döntsük el, hogy e-nek és f-nek van-e közös pontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van-e az $A(-1;-2;1)$, $B(3;1;3)$, és $C(7;6;3)$ pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az y-tengelyre esik? Ha igen, melyik?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az e egyenes egyenletrendszere $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, az f egyenes egyenletrendszere pedig $\frac{x}{-2} = \frac{3-y}{6} = \frac{2-z}{10}$. Döntsük el, hogy e és f párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az $x-4=\frac{y+5}{4}=\frac{2-z}{3}$ egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P-t a $Q(7;12;4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e-re.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2;3;3)$, $B(3;4;1)$, $C(4;6;2)$, és $D(p;2;5)$ pontok?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Párhuzamos-e az $\frac{5x+3}{10}=\frac{4-y}{5}=\frac{5-2z}{2}$ egyenletrendszerű egyenes a $6x+y+7z=91$, illetve az $5x+2y=79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12;1;7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x-3=\frac{y-2}{3}=\frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Komplex számok

Van itt két komplex szám: $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = 1 + 2i$.

$\dot{} z_1 + z_2 = ?$ $\quad z_1 \cdot z_2 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két komplex szám: $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - 2i$.

$\dot{} z_1 + z_2 = ?$ $\quad z_1 - z_2 = ?$ $\quad z_1 \cdot z_2 = ?$ $\quad \frac{z_1}{z_2} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Alakítsuk szorzattá az alábbi polinomokat.

a) $x^2 - 9$

b) $x^2 + 4$

c) $x^4 - 81$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi másodokú egyenletet.

$x^2 + 6x + 13 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hol helyezkednek el a komplex számsíkon azok a komplex számok, amelyekre

a) $|z - 4i| \leq |z + 2|$

b) $|z - 3 + i| > 2$

c) $|z + 6 + 3i| > |2z|$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $(1 + i)^6 = ?$

b) $\left(1 - \sqrt{3}i\right)^3 (-1 + i)^2 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a $z = 1 + \sqrt{3}i$ komplex szám ötödik gyökét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a 8-adik egységgyököket

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$z = 1 + i \qquad z^4 = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vonjunk a $z = 1 - \sqrt{3}i$ komplex számból harmadik gyököt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi lesz az n-edik egységgyökök szorzata és összege?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\sqrt[5]{\frac{-2+6i}{1+2i}}$

b) $(1+i)^4 \left(\sqrt{3}+i\right)^5$

c) $\frac{i}{1+\sqrt{3}i}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $(6-i)^2 z + 9 + 2i^3 = \frac{-34i}{5-3i}$

b) $4z^2 + 4z + 17 = 0$

c) $z^2 + 6i = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a következő műveleteket.

a) $\left(\frac{-9+13i}{4-3i}\right)^{10}$

b) $\sqrt[4]{\frac{16}{2-2i} \cdot (-1-i)^3}$

c) $2i \cdot (\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ) \cdot \left(\sqrt{5} - i\sqrt{15}\right)^{10}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $\left(z^4 - i\right) \cdot \left(z^2 + 7\right) = 0$

b) $\left(2 + \sqrt{3}i\right) \cdot z^5 + 2 - \sqrt{3}i = -3$

c) $2z^6 + 4\sqrt{2}z^3 + 8 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Adjuk meg exponenciális alakba: $-\sqrt{3} + i$

b) Határozzuk meg az alábbi komplex szám valós és képzetes részének összegét.

$(1+i)^{12} + \frac{\sqrt{3}+i}{(1-i)(\sqrt{3}-i)}$

c) Adjuk meg a $\left(\sqrt{2}\frac{i}{1+i}\right)^{999}$ komplex számot kanonikus alakban!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy a komplex számsíkon elhelyezkedő szabályos háromszög középpontja az origó, egyik csúcsa $z_1 = 1 + i$. Adjuk meg a további csúcsait!

b) Írjuk fel a komplex síkon annak a szabályos háromszögnek a csúcsait algebrai alakban, amelynek középpontja az origó, és egyik csúcsa a $z_1 = 1 + 2i$ pont!

c) Adjuk meg az összes olyan komplex számot, amelynek az egyik hetedik gyöke megegyezik az egyik harmadik gyökével!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $iz^3 = \frac{1}{2} \cdot (1-i)^8$

b) $(1 + i^{1001} + i \cdot z + z)(z^2 + 2z + 10) = 0$

c) $z^6 - \frac{3-i}{2+i}z^2 = 0$

d) $z^6 + 7z^3 - 8 = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

a) $z - |z| = 1 + i$

b) $|z| + z = 2 + i$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg a $z_1 \cdot z_2 \cdot z^3 - (z_1 + z_2) = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán, ahol $z_1 = -4 - 4i$ és $z_2 = 8(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = 4\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$, és $z_3 = 1 + i$ komplex számok. Végezzük el a következő műveletet.

$$\sqrt{\frac{z_2}{z_3}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adottak a $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = 4\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$, és $z_3 = 1 + i$ komplex számok. Végezzük el a következő műveletet.

$$3z_1 - \overline{z_2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Függvények és a függvények ábrázolása

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = (x-3)^2$

b) $f(x) = (-x-2)^2$

c) $f(x) = (x-4)^2 - 3$

d) $f(x) = \sqrt{x-3} + 2$

e) $f(x) = -\sqrt{x}$

f) $f(x) = \sqrt{-x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk a következő függvényeket.

a) $f(x) = (x-3)^2$

b) $f(x) = x^2 - 3$

c) $f(x) = (x-4)^2 - 8$

d) $f(x) = (x+2)^2 - 4$

e) $f(x) = 2 \cdot x^2$

f) $f(x) = 3 \cdot (x-4)^2 - 5$

g) $f(x) = (-x+3)^2 - 8$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 7$

b) $f(x) = x^2 + 5x + 6$

c) $f(x) = 3x^2 - 12x + 9$

d) $f(x) = -2x^2 + 2x - 12$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk a következő függvényeket.

$f(x) = x^2$

$f(x) = x^3$

$f(x) = x^4$

$f(x) = x^5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = \sqrt{x-5}$

b) $f(x) = \sqrt{6-2x}$

c) $f(x) = -\sqrt{3x+6}$

d) $f(x) = \sqrt{2x-4} + 3$

e) $f(x) = \sqrt{4x-12} + 1$

f) $f(x) = \sqrt{4-2x} - 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = |x-5|$

b) $f(x) = |7-x|$

c) $f(x) = |6-2x|$

d) $f(x) = |x+5| - 3$

e) $f(x) = |3x-12| + 1$

f) $f(x) = 2 - |4-2x|$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = |x^2 - 4|$

b) $f(x) = |x^2 - 5x|$

c) $f(x) = ||x| - 3|$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x)=\frac{1}{x-3}$

b) $f(x)=\frac{x+3}{x-2}$

c) $f(x)=\frac{2x+5}{x+3}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$f(x)=x^4-18x^2+17$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x)=3^{x-5}$

b) $f(x)=3^{x-2}+3$

c) $f(x)=-2^{x-3}+4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x)=e^{x-5}$

b) $f(x)=e^{x-2}+3$

c) $f(x)=-e^{x-3}+4$

d) $f(x)=e^{3-x}+3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x)=\ln(x-5)$

b) $f(x)=\ln(x-2)+3$

c) $f(x)=-\ln(x-3)+4$

d) $f(x)=\ln(2-x)+3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Összetett függvény és inverz függvény

a) Itt ez a két függvény:

$f(x)=\sqrt{x+5} \qquad g(x)=x^3+1$

És gyártsuk le belőlük ezeket:

$f\circ g=? \quad g\circ f=? \quad f\circ f=? \quad g\circ g=?$

b) Nézzük meg a két függvény és az $f\circ g$ összetett függvény értelmezési tartományát.

$f(x)=\log_2(x-3) \qquad g(x)=\sqrt{x-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Itt ez a két függvény:

$f(x)=\sqrt{x} \qquad g(x)=\frac{x+4}{x-3}$

Adjuk meg ezeket az összetett függvényeket és értelmezési tartományukat:

$f\circ g \qquad g\circ f$

b) Itt ez a két függvény:

$f(x)=\lg x \qquad g(x)=\frac{x-4}{x-2}$

Adjuk meg ezeket az összetett függvényeket és értelmezési tartományukat:

$f\circ g \qquad g\circ f$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az inverzét a megadott függvényeknek.

a) $f(x)=\frac{4x-3}{5}$

b) $f(x)=\sqrt{x-3}+2$

c) $f(x)=x^2+3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x) = 16 - x^2$ függvény inverzét, ha

a) $x \in \mathbb{R}$

b) $x \in \mathbb{R}^+$

c) $-4 \leq x \leq 0$

d) $-4 \leq x \leq 4$

Számoljuk ki ennek a függvénynek is az inverzét:

a) $f(x) = \sqrt{x + 10}$

b) $f(x) = 5 - \sqrt{x + 4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az inverzét a megadott függvényeknek, ha létezik. Ha nem létezik inverz, akkor szűkítsük le a függvény értelmezési tartományát úgy, hogy a függvény invertálható legyen, és adjuk meg az inverzét.

a) $f(x) = \frac{x-4}{x+5}$

b) $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

c) $f(x) = 2 + x^2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az inverzét a megadott függvényeknek.

a) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

b) $f(x) = 2^x$

c) $f(x) = 4 + \log_3 x$

Oldjuk meg ezeket:

a) $4^{x+3} + 5 = 13$

b) $\log_2 (x + 5) = 3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az inverzét a megadott függvényeknek.

a) $f(x) = 7 + 3^{4x+5}$

b) $f(x) = 4 + 2^{x-2}$

c) $f(x) = 6 + \log_2 \frac{5x-7}{4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az inverzét a megadott függvényeknek.

a) $f(x) = 5 + e^{4x-3}$

b) $f(x) = 5 + \ln(x-4)$

c) $f(x) = 7 + \ln\frac{x+3}{4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az inverzét a megadott függvényeknek.

a) $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$

b) $g(x) = \frac{x^2-3x}{x^2+4x}$

c) $f(x) = \frac{2x^4-x^3}{x^4-4x^3}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^4-4x}{x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a függvények inverzeit, ha létezik. Ha nem létezik inverz, akkor szűkitsük le a függvény értelmezési tartományát úgy, hogy a függvény invertálható legyen, és adjuk meg az inverzét.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{ha } 0 \le x < 2 \\ 6-x, & \text{ha } 2 \le x \le 4 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 4-x^2, & \text{ha } -2 \le x \le 0 \\ 2x+4, & \text{ha } 0 < x \le 2 \end{cases}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a függvények inverzeit.

a) $f(x) = (x+3)^2 + 2 \quad D_f : x \in R^+$

b) $f(x) = x^2 + 6x + 11 \quad D_f : x \in R^+$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 1 \quad D_f : x \in R^-$

d) $f(x) = (x-2)^2 - 3 \quad D_f : x \in R^-$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a függvények inverzeit, ha létezik. Ha nem létezik inverz, akkor szűkitsük le a függvény értelmezési tartományát úgy, hogy a függvény invertálható legyen, és adjuk meg az inverzét.

$$f(x)=\sqrt{25-x^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Milyen A paraméter esetén invertálható az alábbi függvény a $[0;5]$ intervallumon?

$$f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{ha } 0\le x<2 \\ A-x, & \text{ha } 2\le x\le 5 \end{cases}$$

b) Milyen A paraméter esetén invertálható az alábbi függvény a $[0;4]$ intervallumon?

$$f(x)=\begin{cases} x^2-A, & \text{ha } 0\le x<2 \\ x+A, & \text{ha } 2\le x\le 4 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg ennek a függvénynek az inverzét, ha létezik. Ha nem létezik inverz, akkor szűkítsük le a függvény értelmezési tartományát úgy, hogy a függvény invertálható legyen, és adjuk meg az inverzét.

a) $f(x)=\begin{cases} 4-x & \text{ha } -2\le x\le 0 \\ 4-x^2 & \text{ha } 0<x\le 2 \\ 2x+2 & \text{ha } 2<x\le 3 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} \frac{5}{1+x^2} & \text{ha } -2\le x\le 0 \\ 4+\sqrt{x+4} & \text{ha } 0<x\le 5 \end{cases}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg, hogy milyen A paraméter esetén invertálható a $[0;4]$ intervallumon, és számoljuk ki az inverzét.

$$f(x)=\begin{cases} Ax+2 & \text{ha } 0\le x<2 \\ 2A+x & \text{ha } 2\le x\le 4 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg, hogy milyen A paraméter esetén invertálható a $[-2;3]$ intervallumon, és számoljuk ki az inverzét.

$$f(x)=\begin{cases} Ax^2+2 & \text{ha } -2\le x<0 \\ 2A-x & \text{ha } 0\le x\le 3 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi az inverzfüggvénye?

a) $f(x)=\sqrt[5]{x+2}$

b) $f(x)=\left(1-x^5\right)^{\frac{1}{3}}+1$

c) $f(x)=\frac{2x-3}{x+5}$

d) $f(x)=e^{5-4x}$

e) $f(x)=e^{1-2x}+4$

f) $f(x)=1+\lg(x-5) \qquad x>5$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi az inverzfüggvénye?

$f(x)=1-x^2 \qquad -1\leq x\leq 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi az inverzfüggvénye?

$f(x)=\sqrt{4-x}+2 \qquad x\leq 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi az inverzfüggvénye?

$f(x)=3-x^2 \qquad -1\leq x\leq 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi az inverzfüggvénye?

$f(x)=\sqrt{3+x}+1 \qquad x\geq -3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sorozatok

Adjunk meg két olyan végtelenbe tartó sorozatot, amelyek különbsége

a) konvergens

b) divergens

c) a különbség határértéke 42

d) a különbség határértéke mínusz végtelen

Adjunk meg egy nullához és egy végtelenhez tartó sorozatot, amelyek szorzata

a) 42-höz tart

b) mínusz végtelenbe tart

c) nullához tart

d) végtelenbe tart

Adjunk meg két olyan sorozatot, hogy mindkettő végtelenbe tart, és a hányadosuk

a) végtelenbe tart

b) 42-höz tart

c) nullához tart

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim \frac{n^3+4n^2+5}{n^4+5n^2+7}=?$

b) $\lim \frac{n^3-6n^2+1}{n^2+5n+6}=?$

c) $\lim \left(\frac{n^2+5n+3}{2n^2+7n}\right)^3=?$

d) $\lim \frac{5^{n+2}+2^{n-3}+3^{2n+1}}{4^{\frac{n}{2}}+5\cdot 3^{2n+1}+10}=?$

e) $\lim \frac{\sqrt{n^2+1}+2n}{\sqrt[3]{n^2+6}-\sqrt[5]{n^3}+4n}=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim \left(1+\frac{1}{n}\right) =?$

b) $\lim \left(1+\frac{1}{n}\right)^{2} =?$

c) $\lim \left(1+\frac{1}{n}\right)^{4} =?$

d) $\lim \left(1+\frac{3}{n}\right)^{n} =?$

e) $\lim \left(1+\frac{4}{n^3}\right)^{n^3} =?$

f) $\lim \left(1+\frac{3}{2n}\right)^{n} =?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim \left(\frac{n+4}{n-5}\right)^{n} =?$

b) $\lim \left(\frac{2n+3}{2n-5}\right)^{n} =?$

c) $\lim \left(\frac{2n+3}{3n+4}\right)^{n} =?$

d) $\lim \left(\frac{n^2+3n}{n^2+4n}\right)^{4n-7} =?$

e) $\lim \left(\frac{3n^2+2n^3}{5n^2+2n^3}\right)^{6n+4} =?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim (-1)^n \frac{2n^2+1}{n^2+n} =?$

b) $\lim (-1)^n \frac{2n+1}{n^2+n} =?$

c) $\lim (-1)^n \frac{2n^2+1}{n+1} =?$

d) $\lim (-1)^n \frac{2n^3+9}{n^3+1} =?$

e) $\lim \frac{(-5)^n+4}{5^n+6} =?$

f) $\lim \left(\frac{2n-n^2}{3n+n^2}\right)^{n} =?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim \frac{\sqrt{n^2+1}+2n}{\sqrt[3]{n^2+6}-\sqrt[5]{n^3}+4n}=?$

b) $\lim \frac{\sqrt[3]{n^4+1}-\sqrt{9n^4-5n^2}+1}{\sqrt[4]{n^6+5n^4}+\sqrt[5]{n^8}+\sqrt{4n^4-9n}}=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim \sqrt[n]{5^n+4^n+3^n}=?$

b) $\lim \sqrt[n]{\frac{4^n+3^n}{n^3+n^5+1}}=?$

c) $\lim \sqrt[n]{6^n-5^n}=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim \sqrt[n]{6^n-5^n-4^n}=?$

b) $\lim \sqrt[n]{\frac{5^n-4^n-3^n-2^n}{n^4+n^3-n}}=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim \left(\frac{n^2+4n+6}{n^2}\right)^n=?$

b) $\lim \left(\frac{n^2+4n+12}{n^2+5}\right)^n=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a torlódási pontokat, ha $a_n=\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\lim n^5+4n^3+12n=?$

b) $\lim n^5-4n^3-12n=?$

c) $\lim 4n^3+n^2-n^5+16=?$

d) $\lim \sqrt{4n^3+5}-n^4=?$

e) $\lim \sqrt{4n^2+5n}-\sqrt{3n^2+7}=?$

f) $\lim \sqrt{3n^2+4n}-\sqrt{3n^2+7}=?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozat monotonitását és korlátosságát.

$a_n = \frac{7n^2-1}{7n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-2}\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim \sqrt[n]{2^n+3^n+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2+n}\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+1}{2n^2-3}\right)^{5n^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+2}{2n+3}\right)^{n\sqrt{n}+5n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{n\to\infty}\frac{3^n+2^n}{2^n-3^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n+3^n}{3^n-2^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Monotonitás és korlátosság

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatok monotonitását.

a) $a_n = \frac{6n+7}{2n+1}$

b) $a_n = \frac{2n+1}{5n+7}$

c) $a_n = \frac{4n^2+7}{3n^2+1}$

d) $a_n = \frac{2n^2-3n+6}{n^2+4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatok monotonitását és korlátosságát.

a) $a_n = \frac{6n+1}{2n+7}$

b) $a_n = (-1)^n \frac{2n^2+5}{n^2+1}$

c) $a_n = (-1)^n \frac{5^{n+1}+3}{5^n+7}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatok monotonitását és korlátosságát.

a) $a_n = \frac{3n^2-7}{2n^2+5}$

b) $a_n = \frac{n^2+n}{2n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatok monotonitását és korlátosságát.

a) $a_n = (-1)^n \frac{n+1}{n^2+1}$

b) $a_n = (-1)^n \frac{3n+2}{n+3}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatok monotonitását és korlátosságát.

a) $a_n = (-1)^n \frac{3n+5}{n+1}$

b) $a_n = (-1)^n \frac{5}{n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatok monotonitását és korlátosságát.

a) $a_n = \frac{3n^3+8}{2n^3+13}$

b) $a_n = \frac{4^{n+1}-1}{2^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozat monotonitását és korlátosságát.

$a_n = \frac{7n^2-1}{7n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatok monotonitását és korlátosságát.

a) $a_n = \frac{4^{n+1}-5}{2^{2n+1}+1}$

b) $a_n = \frac{2^{2n+1}}{4^{n+1}+3}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi lesz az $\epsilon = 0,01$-hoz tartozó n_0, ha

$a_n = \frac{3n+2}{5n-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mennyi lesz az $\epsilon = 0,01$-hoz tartozó n_0, ha

$a_n = \frac{2n^2+5}{n^2-3}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sorok

Konvergensek vagy divergensek-e az alábbi sorok?

a) $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty}2^n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=0}^{\infty}5\left(\frac{3}{4}\right)^n \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{-2}\right)^n$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{(-2)^n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty}4\frac{3^n}{(-2)^{2n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty}6\cdot\frac{5}{4^{n+1}}\cdot 3^{n-1} \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^n+4^n+5^n}{6^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^n$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^5+5n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+\sqrt{n}}{n^4-n^3+\sqrt[3]{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+16n+15}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mi lesz az összege az alábbi végtelen soroknak?

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Itt van egy hatványsor, és derítsük ki, hogy mely x-ekre konvergens.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}(x-2)^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2 3^n}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$$

d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^{2n}}{n^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n}+1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^10} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{10}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{10^n}{n^10} \qquad \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\ln n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(\sin 1)^{2n}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(\tan 1)^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n \cdot n!}{3^{n-1}\cdot n^{n+1}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\arctan^2 n}{n^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{9\cdot 2^{2n-1}}{5^{n-1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Állapítsuk meg az alábbi sor összegét.

$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{4}{n^2-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergens-e a következő végtelen sor.

$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy konvergensek-e a következő végtelen sorok.

$\sum_{n\in\mathbb{N}^+}\frac{\sin^n(2n^2)}{n^3} \qquad \sum_{n\in\mathbb{N}}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^n \qquad \sum_{n\in\mathbb{N}}\frac{n^2+3+7^n}{2+2^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg a pontos értékét az alábbi sornak.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{4^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Amennyiben konvergens, úgy adjuk meg a végtelen sor összegét.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 6^{n+1}}{e^{2n}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Függvények határértéke és folytonossága

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \to 2} x^2$$

b)

$$\lim_{x \to 3} x^2$$

c)

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

d)

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \to 2} \frac{4x^2 - 3x - 10}{3x^2 - 8x + 4}$$

b)

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 1}{x^2 + x - 6}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x\to 2}\frac{4x^2+7x-15}{x^2+7x+12}$$

b)

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3}$$

c)

$$\lim_{x\to -3}\frac{4x^2+7x-15}{x^2+7x+12}$$

d)

$$\lim_{x\to -4}\frac{4x^2+7x-15}{x^2+7x+12}$$

e)

$$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-1}{(x-5)^2}$$

f)

$$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-26}{(x-5)^3}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x\to 2} \frac{3x^3-12x^2}{x^4-16x^2}$$

b)

$$\lim_{x\to 4} \frac{16x^2-x^4}{4x^3-16x^2}$$

c)

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-16}{x^3-8}$$

d)

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^4-3x^3}{x^4-5x^3+7x^2+5x-24}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Folytonos-e a következő függvény a 3-ban?

$$f(x)=\begin{cases} \frac{4x^2-9x-9}{x^2-7x+12}, & \text{ha } x\neq 3 \quad x\neq 4 \\ 17, & \text{ha } x=3 \end{cases}$$

b) Adjuk meg az A és B paramétereket úgy, hogy az aábbi függvény folytonos legyen 2-ben és 3-ban.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{3x^2-16x+20}{x^2-5x+6}, & \text{ha } x\neq 2 \quad x\neq 3 \\ A, & \text{ha } x=2 \\ B, & \text{ha } x=3 \end{cases}$$

c) Folytonossá tehető-e az alábbi függvény az x=1 és az x=3 helyen?

$$f(x)=\frac{(x-1)(12x-4x^2)}{(x-1)(3-x)^4}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az alábbi függvények mely x-ekre folytonosak.

a) $f(x) = \begin{cases} -2x+1, & \text{ha } x < -2 \\ x^3, & \text{ha } -2 \leq x \leq 2 \\ 12 - x^2, & \text{ha } 2 < x \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{x^4 - 4x^2}{x^3 - 2x^2}, & \text{ha } 0 < x < 2 \\ x^6 - 7x^3, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Folytonos-e a következő függvény az $x = 2$ helyen?

$$f(x) = \begin{cases} 15 - x^2, & \text{ha } x \neq 2 \\ 2x + 3, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

b) Megadható-e az A szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az $x = 1$ helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{Ax^2 - Ax}{3x^2 - 7x + 4}, & \text{ha } x < 1 \\ \sqrt{4x^3 + 3x + 9}, & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$$

c) Megadható-e az A szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az $x = 3$ helyen?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9Ax - Ax^3}{x^2 - 7x + 12}, & \text{ha } x < 3 \\ -36, & \text{ha } x = 3 \\ \frac{x^2 + 1}{3 - x}, & \text{ha } 3 < x \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határértékek értékeit.

a)

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$$

b)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x}$$

c)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x + \sin 3x}{5x + \sin 4x}$$

d)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 5x + \sin 4x}{4x^2 - 16 \sin 3x}$$

e)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - 16x \sin x}{1 - \cos x + \sin^2 x}$$

f)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Folytonosak-e az alábbi függvények?

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - \cos^2 x}{x^2}, & \text{ha } x < 0 \\ \frac{x-2}{x^2-4}, & \text{ha } 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{4}(x-1)^{12}, & \text{ha } 2 \leq x \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x}, & \text{ha } x < 0 \\ x^6 + 5x^4, & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^4 - x^2}{x^3 - x}, & \text{ha } 1 < x \leq 2 \\ e^{x-2} + 1, & \text{ha } 2 < x \end{cases}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Megadható-e az A és B szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az $x=-1$ és $x=0$ helyen?

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{3x+3}, & \text{ha } x<-1\\ Ax+B, & \text{ha } -1\leq x\leq 0\\ \frac{x-\sin 2x}{x+\sin x}, & \text{ha } x>0\end{cases}$$

b) Megadható-e az A szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az $x=0$ helyen?

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+\sin^2 x}{x^3-\tan\left(4x^2\right)}, & \text{ha } x<0\\ A, & \text{ha } x=0\\ \frac{x^2-\sin\left(3x\right)^2}{\sin^2 2x+3x}, & \text{ha } x>0\end{cases}$$

c) Megadható-e az A szám értéke úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen az $x=4$ helyen?

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x-4+x^2-16}{\tan\left(x^2-16\right)}, & \text{ha } x<4\\ 12A, & \text{ha } x=4\\ -24\frac{16x^2-4x^3}{x^4-64}, & \text{ha } x>4\end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az $f(x)$ függvény mely x-ekre folytonos.

$$f(x)=\begin{cases}e^x+1, & \text{ha } x\leq 0\\ x+1, & \text{ha } 0<x<1\\ x^2, & \text{ha } 1\leq x\end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az $f(x)$ függvény mely x-ekre folytonos.

$$f(x)=\begin{cases}e^x, & \text{ha } x\geq 0\\ x^2+1, & \text{ha } x<0\end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az $f(x)$ függvény mely x-ekre folytonos.

$$f(x)=\begin{cases}1-x, & \text{ha } x\geq 0\\ x^2+1, & \text{ha } x<0\end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+1}\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Döntsük el, hogy az $f(x)$ függvény mely x-ekre folytonos.

$$f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{ha } x<1 \\ 2-x^2, & \text{ha } x\geq 1 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$$\lim_1 \frac{x^3-3x^2}{2x-2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$$\lim_{+\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x^2+5}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$$\lim_{+\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-4}\right)^{\frac{x}{3}+2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$$\lim_{+\infty}\frac{2x^3-3x^2+6x+1}{(2x-1)^3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^5+6x^2-1}{2x^3+4x^5+x+3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az alábbi határérték értékét.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^5+3x^2+2}{2x^5+4x^3+1}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A függvényhatárérték precíz definíciója

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

a) $\lim_{x \to 2} (5x+6) = 16$

b) $\lim_{x \to 2} (x^2+3) = 7$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

a) $\lim_{x \to 3} \left(\frac{x+3}{x+5}\right) = \frac{3}{4}$

b) $\lim_{x \to 1} \sqrt{x^2+3x} = 2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to \frac{1}{2}} \left(\frac{2x-1}{x}\right) = 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

a) $\lim_{x \to 1} \frac{x+5}{(x-1)^2} = +\infty$

b) $\lim_{x \to -2} \frac{x^2}{(x^2-4)^2} = +\infty$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to 3} (2x+5) = 11$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to 2} (x^2+5) = 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to 2} \left(x^2 + 2x + 1\right) = 9$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to 3} \left(x^2 - 2x + 5\right) = 8$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to 2} \left(\frac{x+2}{x+3}\right) = \frac{4}{5}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to 2} \sqrt{x^2 + 6x} = 4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy

$\lim_{x \to 2} \frac{x+6}{(x-2)^2} = +\infty$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriválás

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $\left(5\cdot x^3\right)' = ?$

b) $\left(\frac{x^5}{7}\right)' = ?$

c) $\left(x^2+\ln x\right)' = ?$

d) $\left(x^3\cdot \ln x\right)' = ?$

e) $\left(\frac{x^2}{\ln x}\right)' = ?$

f) $\left(\frac{5}{x^3+2}\right)' = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $\left(\sin\left(x^6+x^2\right)\right)' = ?$

b) $\left(\left(3^x+\ln x\right)^4\right)' = ?$

c) $\left(5^{x^3+x}\right)' = ?$

d) $\left(\ln\left(x^4+x^2\right)\right)' = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = x^x$

b) $f(x) = (\cos x)^{\sin x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = x^{100} + x^7 + 7^x + \sqrt{42}$

b) $f(x) = \frac{x^6 - 4x^4 + 7^x}{42}$

c) $f(x) = \sqrt[5]{x} + x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[5]{x^3}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[7]{x^3 \cdot \sqrt[4]{x}} \cdot \lg x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[4]{x^3 + \sqrt[7]{x}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = e^x + e \cdot x^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[4]{e^x} + \sqrt[3]{e^x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln\left(x^6 - x^2 + 6\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\ln x - 3^x}{\sqrt[5]{x^4} + x^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \frac{3x}{(4-x)^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{e^x+1}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \frac{\lg 3x+e^2}{\sqrt[3]{4-x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \frac{e^{4x}-\sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x)+7}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \left(x^5 - 4^x\right)\left(\ln x - \sqrt[6]{x^7}\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \ln^3 x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = 5^{x^3+5x^4-7x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \ln \frac{x^5-2^x}{\sqrt[4]{x-6}+e^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\ln\sqrt[3]{\frac{x^4-e^x}{5^{2x-4}-\ln\pi}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{e^{4x}-\sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x)+7}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\left(\frac{5^x+\ln x}{\sqrt{1-x}+x^6}\right)^4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sqrt[5]{\left(\ln x-5^{6-2x}+(4x+5)^3-x\right)^4}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{\left(x^5-\ln(x^3+x)-6^{3-x}+\sqrt{\pi}\right)^7}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{5}{\sqrt[3]{6x^5-\lg(3-2x)-2^{4-x}}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\lg\frac{7x^4+2^x}{\sqrt{3}+\sqrt[4]{x}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{7^{2x+3}-4x^3}{5\ln x+\sqrt[4]{x^7}+x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{\log_{\sqrt{3}} x+e^{8-5x}}{7+\sqrt[3]{1+2x^4+x^8}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\left(5^x+\lg\left(9x^2-1\right)\right)\left(\sqrt[5]{(6-x)^2}+4e^x\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sqrt{\frac{6^x+\lg x}{\ln 2+3x^8}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sqrt[7]{5-3x}\cdot\left(e^{x^2+x}+4\lg x\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\ln\left(\frac{\log_{\sqrt{3}} x+e^{8-x}}{7+\sqrt[3]{x^4+x^6}}\right)^5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{\left(7^{1-x}+\lg x\right)^4}}\cdot e^{x^2-x^3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{1}{\lg\left(x^3+x\right)+3^x}\cdot e^{x^4-4x^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sqrt[5]{\frac{1}{\left(3^{6-x}+\lg x\right)^4}}\cdot\ln\left(x-x^{100}\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\ln\sqrt[4]{\left(\frac{3^x-\log_{\sqrt{7}}x}{5x^3-\sqrt[7]{x}}\right)^3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\ln\left(\frac{1}{x^{100}+5^x}\cdot\frac{1}{\ln x}\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sqrt[7]{\frac{\left(x^2-e^x\right)^4}{100}}\cdot\frac{1}{\ln\left(x^{100}+x^2\right)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sqrt{\frac{3^x+\lg^2 x}{\ln^3 x^2+x^7}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\left(4^x+\lg^2\left(5x^2-1\right)\right)\left(\sqrt[5]{\ln^2\left(x^4-3\right)}+4x^5\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\log_3^5\left(x^4+x\right)-4^{x^3-x}}{5\ln^2\left(x^3-4\right)+\sqrt[4]{x^7+7^x}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln\left(\lg x\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^2\left(\lg x^4\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^3\left(\lg^2 x\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^4\left(\ln^3 x\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^4\left(\ln^5 x^3\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^4\sqrt[5]{\ln^6\sqrt{x^3}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\tan\left(\frac{\sqrt{x}+4}{x^3}\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{\sin(6-x)+\tan\ln x}{e^{\cos x}+\ln\tan x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\arctan x^3\cdot\tan^3 x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sin^2 x+\sin x^2+\arctan(e^x+x)\cdot\tan x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\cos^4(\ln\tan x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\arctan^4(\cos\ln x+\sin e^x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sin^4(\tan x)+\tan^4(\sin x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\sqrt[7]{x^4-5^x+\ln(x^3+6x^4)+e^\pi}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \sin \frac{x}{e^x} + \sqrt{\tan x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \tan(e^x) + \frac{\ln(\cos x)}{x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot e^{-x^2} + \frac{\ln x}{\cos(\sqrt{x})}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{-x} + \frac{\ln x}{\sin \sqrt{x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \sin(e^x) + \frac{\cos x \cdot 2^x}{\sqrt[3]{x} + 3}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \cos(2^x) + \frac{\arctan \sqrt{x}}{x+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \sin(2^x) + \frac{\ln \sqrt[3]{x}}{x^2+1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$f(x) = \frac{\tan x}{x^2} + \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = 5^x \cdot \sin x + \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (\sin x)^{2x+3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[5]{\tan 2x} \cdot 4^{\frac{1}{x}} - 7\ln^3 x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{-2\sin x + 5 \cdot \sqrt[3]{x}}{5 \cdot 3^x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\sin x \cdot \log_3 x}{\sqrt[5]{x^3}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \left(x^5 - 2x^2 + 3x + 5\right)^{11}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[3]{5x^4 - x^2 + 10x} + (2x+3)^{10} \cdot \cos x^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = e^{cos^3 x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{\sqrt{2^{x^3+5x}}}{5}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{(x^{25}-\sqrt{x})e^{2x}}{\arctan x^3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\left(\frac{1}{\cos x+2}\right)^{x^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=\frac{e^{2x^3+\sqrt{x}}}{\sin^2 2x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x)=(\tan x)^{\ln 3x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Differenciálhatóság vizsgálata és az érintő egyenlete

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Mi lesz az $f(x) = x^2 + 5x - 7$ függvények a deriváltja az $x_0 = 2$-ben?

b) Mi lesz az $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ függvények a deriváltja az $x_0 = 1$-ben?

c) Mi lesz az $f(x) = -4x^2 + 5x$ függvények a deriváltja az $x_0 = -3$-ban?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Deriválható-e az alábbi függvény az $x_0 = 2$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} 9 - x^2, & \text{ha } x < 2 \\ 3x - 1, & \text{ha } x \geq 2 \end{cases}$$

b) Deriválható-e az alábbi függvény az $x_0 = -3$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - 4x^2, & \text{ha } x < -3 \\ \sqrt{x^2 + 16}, & \text{ha } x \geq -3 \end{cases}$$

c) Deriválható-e az alábbi függvény az $x_0 = 2$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 7e^{x-2} - 9, & \text{ha } x < 2 \\ \ln\left(x^3 - 3x - 1\right), & \text{ha } x \geq 2 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Milyen A paraméter esetén deriválható az alábbi függvény az $x_0 = 1$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[4]{\ln x + 6x + 10}, & \text{ha } x > 1 \\ \frac{A}{x^2+4}, & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$$

b) Megadható-e az A és B paraméter úgy, hogy ez a függvény deriválható legyen az $x_0 = -2$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} Ax^4 + 4x, & \text{ha } x \leq -2 \\ x^3 + Bx^2, & \text{ha } x > -2 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = 2x^3 + 1$ függvényt az $y_0 = 55$ pontban érinti.

b) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = x^2 - x + 4$ függvényt egy olyan pontban érinti, aminek x koordinátája negatív, y koordinátája 24.

c) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, amely érinti az $f(x) = x^4 + 5x + 12$ függvényt és párhuzamos az $y = -27x + 1$ egyenessel.

d) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = 2e^{x-4} + 5$ függvényt az $y_0 = 7$ pontban érinti.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Van itt ez a függvény: $f(x) = \sqrt[3]{\ln x + x^2}$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 1$ pontban.

b) Van itt ez a függvény: $f(x) = \sin(\ln x) + x$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 1$ pontban.

c) Van itt ez a függvény: $f(x) = \ln(\cos x) + e^{4x}$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 0$ pontban.

d) Van itt ez a függvény: $f(x) = \arctan x + e^x$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 0$ pontban.

e) Van itt ez a függvény: $f(x) = \arctan(\ln x)$, és keressük az érintő egyenletét az $x_0 = 1$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Deriválható-e ez a függvény az $x_0 = 3$ és $x_1 = 6$ pontokban?

$$f(x) = |x^2 - 6x|$$

b) Deriválható-e ez a függvény az $x_0 = 0$ és $x_1 = 6$ pontokban?

$$f(x) = x \cdot |x^2 - 6x|$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Deriválható-e ez a függvény az $x_0 = 0$ pontban?

$$f(x) = |x| \cdot \sin x$$

b) Milyen A paraméter esetén deriválható ez a függvény az $x_0 = 0$ pontban?

$$f(x) = \begin{cases} e^{Ax^2 - x}, & \text{ha } x < 0 \\ \cos(x^2 + x), & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mely pontban, vagy pontokban párhuzamos egymással az $f(x)=(x-3)^2+7$ és a $g(x)=3\ln x$ függvények érintője?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x)=(x+2)e^x$ függvény esetén az alábbiakat:

a) paritását

b) érintő egyenes egyenletét $x_0=-3$ helyen.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a függvény: $f(x)=2x\cdot\ln x$

És keressük az érintő egyenletét az $x_0=\sqrt{e}$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a függvény: $f(x)=(x-2)e^{2x-4}$

És adjuk meg az érintő egyenletét a függvény zérushelyén.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

L'Hospital szabály, Taylor sor, Taylor polinom

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x\to 4} \frac{x^2-9x+20}{x^2-x-12}$

b) $\lim_{x\to 2} \frac{x^4-5x-6}{4x^3-16x}$

c) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+4\sin x}{x+\cos x-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x+12}-x}{x^2-3x-4}$

b) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-4x^2+4x}{x^4-8x^2+16}$

c) $\lim_{x\to 0} \frac{x+\cos x-e^x}{1-\cos x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x\to\infty} x^2 e^{-x}$

b) $\lim_{x\to 0^+} x\ln x$

c) $\lim_{x\to 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{x\to 0^+} x^4\cdot\ln^2 x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x\to 0^+} x^x$

b) $\lim_{x\to 0^+} x^{\sin x}$

c) $\lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{x\to 0^+} x^{x^{\frac{1}{\sqrt[3]{\ln^2 x}}}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$

b) $\lim_{x\to 0^+} (\sin x)^{\sin x}$

c) $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{x\to 0^+} (\tan x)^{\sin x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x) = \cos x$ függvény $a = 0$ pontban felírt Taylor polinomját!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Írjuk fel az $f(x) = e^x$ Taylor sorát $x = 0$-nál.

b) Írjuk fel az $f(x) = \ln x$ Taylor sorát $x = 1$-nél.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki 0,05-nél kisebb hibával, mennyi $\sqrt{2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sinh(4x+3)}{\cosh(5-4x)}$

b) $\lim_{x\to 0} \frac{x\cdot\sinh 4x}{\cos 2x-1}$

c) $\lim_{x\to 0} \frac{x\cdot\sin 4x}{\cosh 2x-1}$

d) $\lim_{x\to\infty} \frac{e^x\cdot\cosh 4x}{\sinh 5x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \to 0} \frac{2^x - \cos x}{\arctan x + \sin x}$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - \cos x}{\ln(1+x) + \sin x}$

c) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x - x}{\ln(x+1) + 6x}$

d) $\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(2x) - x}{\ln(3x) + x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos 2x - 1}$

c) $\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{e^{x^2} - \cos x}$

d) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 \cdot \ln x}{x^2 + x + 1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk $e^{0,2}$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk $\sin 0,3$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk $\cos 0,2$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk $e^{-0,1}$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 3$. Adjunk hibabecslést is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk $\cos 0,1$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 4$. Adjunk hibabecslést is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjunk $e^{-0,2}$ értékére becslést, használjuk a Taylor polinomot, ahol $a = 0$ és $n = 3$. Adjunk hibabecslést is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{x\to 0} \frac{x^3+x^2}{e^{4x}-\cos x-4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{+\infty} (3x+1)^3 e^{-4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{0^+} 2x \ln 3x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{2} \left(\frac{\sin(3(x-2))}{\sin(5(x-2))} - \frac{log_2 x-1}{3x-6} \right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{x\to 3} (x-3)\cdot \cot(\pi x)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{x\to \infty} \frac{e^x}{x^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{-\frac{2}{3}} \frac{\sin(3x+2)}{e^{3x^2+2x}-1}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_{1} \frac{e^{x^2-2x+1}-1}{2x-2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi határértéket.

$\lim_2 \frac{\sin\left(x^2-2x\right)}{x^2-4}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = 1$ helyen.

$f(x) = \frac{4}{3x+2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a harmadfokú Taylor polinomját az $x_0 = \frac{1}{4}$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{2-4x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Írjuk fel a másodfokú Taylor polinomját az $x_0 = 3$ helyen.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+7}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az alábbi függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorfejtését, Taylor-sorának konvergenciasugarát és az $f^{100}(0)$ deriváltat.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Szélsőértékfeladatok, könnyű függvényvizsgálatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$f(x) = x^4 - 4x^3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$f(x) = x^3 - 3x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg az a, b, c valós paramétereket úgy, hogy az $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28$ függvénynek $x = 2$-ben zérushelye, $x = -4$-ben lokális maximumhelye, $x = -1$-ben pedig inflexiós pontja legyen!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Egy vasúti alagút építése során minél mélyebbre helyezik a nyomvonalat, annál hosszabb alagutat kell fúrni és maga az építkezés is egyre drágább lesz. Az eredetileg kijelölt nyomvonal 340 méteres tengerszintfeletti magasságban halad és az építési költség 5,6 milliárd svájci frank. A nyomvonal x méterrel mélyebbre helyezése az eredeti költséget ennyivel növeli: $a(x) = 40x^4 + 160x^3$ frank.

A mélyebben futó nyomvonalnak az előnye, hogy az áthaladó vonatoknak a hegységben történő átkelés során kisebb szintkülönbséget kell megtenniük. Ennek évenkénti gazdasági haszna: $p(x) = 80x^3$ frank.

Hogyha az alagút átadását követő 40 éves periódust vizsgálunk, hány méterrel lenne érdemes mélyebbre helyezni a nyomvonalat, hogy a lehető legnagyobb legyen a megtérülés?

b) Egy termék árbevétel függvénye $R(x) = 12400x^2 - 4000x^3$, a költségfüggvénye pedig $C(x) = 400x^2 + 2000$, ahol x a termék ára dollárban. Milyen egységár esetén maximális a profit és mekkora ez a profit?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 20000x^2 - 1000x^3 - 72000x$$

ahol x a termék árát jelöli euróban.

a) Milyen ár esetén maximális az árbevétel?
b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 5 eurós ár esetén?

Egy másik termék keresleti függvénye

$$f(x) = 260x^3 - 11x^4$$

ahol x a termék árát jelöli euróban.

A termék fajlagos költsége (tehát az egy termékre jutó költség) 12 euró.

a) Milyen ár esetén lesz maximális a profit?
b) Mekkora a keresleti függvény elaszticitása 16 eurós és 21 eurós ár mellett?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy 33x18 cm-es kartonlapból téglatest alakú dobozt készítünk. A doboz kiterített hálója és méretei itt láthatóak.

a) Mekkora a doboz térfogata, ha $a = 7$ cm?

b) Hogyan kell megválasztani az a, b, c élek hosszát ahhoz, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2x^6 - 6x^4 + \sqrt{37}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Függvényvizsgálat, gazdasági feladatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{4x}{(x-3)^4}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 4xe^{1-x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

a) Egy részvény árfolyamának napi alakulását az alábbi függvény adja meg reggel nyolc és este hat óra között, ahol a nap x-edik órájában az árfolyam ezer dollárba megadva

$$f(x) = (x-12)^2 e^{-\frac{x}{2}} + 10 \qquad 8 \le x \le 18$$

Mekkora volt a nyitási és zárási árfolyam? A nap melyik órájában volt az árfolyam minimális, illetve maximális?

b) Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 10^6 \frac{1}{100+x^2}$$

ahol x termék egységárát jelöli. Milyen egységár esetén maximális az árbevétel?

c) Egy termék fajlagos nyeresége dollárban megadva

$$\pi(x) = e^{\frac{-x^2}{2}+2}$$

ahol x a hetente eladott mennyiséget jelenti 1000 darabban.

Milyen eladási szám esetén optimális a heti teljes nyereség?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 4xe^{6-x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{2x}{(3+x)^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x \cdot e^{\frac{-1}{x}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2\ln(x-3) - (x-3)^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{3x}{x^2-4}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{3x}{(4-x)^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x + 2 + \frac{8}{x^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x + 2 + \frac{9}{x-3}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{3-x}{x^4}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \ln(x-1)^2 + \ln(x+1)^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = e^{4x-2x^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^2 \ln x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^2 \ln x$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozatlan integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

b) $f(x) = x^2 \qquad F(x) = \int f(x)\,dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2\,dx = ?$

d) $\int_0^1 e^x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x^3}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{4x+5}\,dx = ?$

d) $\int \frac{1}{6x+5}\,dx = ?$

e) $\int (3x+7)^{10}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x-10)^6\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{(5x-4)^{10}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{5x-4}\,dx = ?$

d) $\int e^{4x-6}\,dx = ?$

e) $\int 5^{-2x+4}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\cos\frac{x}{4}\ dx = ?$

b) $\sin\frac{2x-3}{5}\ dx = ?$

c) $\frac{1}{\cos^2(5x+6)}\ dx = ?$

d) $\frac{1}{\sin^2(5-4x)}\ dx = ?$

e) $\frac{1}{1+(6-5x)^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 42 \cdot x^3\ dx = ?$

b) $\int \frac{x^4}{100}\ dx = ?$

c) $\int x^5 + \frac{1}{x}\ dx = ?$

d) $\int \left(x^2 + \sqrt{x}\right) \cdot x\ dx = ?$

e) $\int \left(x^5 + x^4\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x^6}\right)\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(x^4 + x\right)^6 \cdot \left(4x^3 + 1\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(\sqrt[5]{x^2 + 3x}\right)^8 \cdot (2x+3)\ dx = ?$

c) $\int \sqrt[3]{\ln^8 x} \cdot \frac{1}{x}\ dx = ?$

d) $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \left(e^{4x}+x^4\right)^{100} \cdot \left(4e^{4x}+4x^3\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(x^2+3\right) \cdot 12x\ dx = ?$

c) $\int \left(4x^2+5\right)^{6} \cdot x\ dx = ?$

d) $\int \left(2x^2+7\right)^{5} \cdot 3x\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[5]{\left(x^4+2x^2\right)^7} \cdot \left(x^3+x\right)\ dx = ?$

b) $\int \left(x^4+x^3\right)^{8} \cdot \left(16x^3+12x^2\right)\ dx = ?$

c) $\int \frac{5x^4+6}{\left(x^5+6x\right)^8}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^8}\ dx = ?$

b) $\int \frac{4x^3+5}{\sqrt[3]{\left(x^4+5x\right)^8}}\ dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}+x}{\left(\sqrt[5]{x^2+e^{2x}}\right)^4}\ dx = ?$

d) $\int \frac{3x^3+9}{\sqrt[3]{\left(x^4+12x\right)^7}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{\left(\sqrt[6]{\sin x}\right)^7}\, dx = ?$

b) $\int \frac{\sin x}{\left(\sqrt[3]{\cos^2 x}\right)^5}\, dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{1-\cos^2 x}}\, dx = ?$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln^4 x}}\, dx = ?$

b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt[5]{\tan^4 x}}\, dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2) \cdot \arctan^4 x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int x \cdot e^x \, dx = ?$

b) $\int x^2 \cdot e^x \, dx = ?$

c) $\int x \cdot \ln x \, dx = ?$

d) $\int \ln x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\ln x}{x^5}\, dx = ?$

b) $\int \frac{6 \ln x}{\sqrt[3]{x}}\, dx = ?$

c) $\int 18x \cdot e^{3x+2} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 12x \cdot \sinh \frac{4x+5}{2} \, dx = ?$

b) $\int \left(4x^2 - 5x\right) \cdot \cosh\left(2x+1\right) \, dx = ?$

c) $\int \arctan x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \, dx = ?$

b) $\int \cos\left(x^2+1\right) \cdot 2x \, dx = ?$

c) $\int 5^{4x^2+11} \cdot 8x \, dx = ?$

d) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int e^{x^4+12x} \cdot \left(x^3+3\right) \, dx = ?$

b) $\int \frac{5^{7\tan x}}{\cos^2 x} \, dx = ?$

c) $\int \frac{x}{e^{x^2}} \, dx = ?$

d) $\int \frac{3x^2}{1+x^6} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} \, dx = ?$

b) $\int \frac{5^x}{1+25^x} \, dx = ?$

c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} \, dx = ?$

d) $\int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{x^{100}+4x^5+6x+1}{x}\,dx = ?$

b) $\int \frac{x\cdot\sqrt[3]{x}+4\cdot\sqrt[6]{x^5}+\sqrt{x^3}+1}{\sqrt{x^5}}\,dx = ?$

c) $\int \frac{e^{-x}+x^4}{e^{-x}\cdot x^4}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x+3}{x-2}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{3x+4}{x-2}\,dx = ?$

b) $\int \frac{8x+5}{2x+3}\,dx = ?$

c) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x+3}}\,dx = ?$

d) $\int \tan^2 x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{4+e^x}{4x+e^x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx = ?$

d) $\int \frac{x}{2x^2+5}\,dx = ?$

e) $\int \frac{6x}{x^2+7}\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{4x^2+9}\,dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx = ?$

c) $\int \frac{1}{(1+x^2)\arctan x}\,dx = ?$

d) $\int \tan x\,dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x+3}}\, dx = ?$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}\, dx = ?$

c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}\cdot e^{\sqrt{x}}+\sqrt{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{5x}{\sqrt{x+16}+4}\, dx = ?$

b) $\int e^{\sqrt{x}}\, dx = ?$

c) $\int \frac{7x+6}{\sqrt[3]{4x+5}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+4}\ dx} = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{x}\cdot(x+1)}\, dx = ?$

b) $\int \frac{4e^x+1}{2e^x+1}\, dx = ?$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}\, dx = ?$

b) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}\, dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^4\cdot\sqrt{x^6-1}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^3 x}}{x}\, dx = ?$

b) $\int x^2 \sqrt[5]{1+4x^3}\, dx = ?$

c) $\int 4xe^{x+2}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int 4xe^{x^2+2}\, dx = ?$

b) $\int (2x+3)^{-\frac{1}{5}}\, dx = ?$

c) $\int \frac{x}{\sqrt[5]{2x+3}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int \frac{12}{3x+4}\, dx = ?$

b) $\int \frac{4x+12}{3x^2+12x+15}\, dx = ?$

c) $\int \frac{5x^2+14x+5}{x^3+4x^2+5x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^5-3x^4+9x^3+7x^2+5x+9}{x^4-4x^3+9x^2}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \cos x\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{6\ln x}{\sqrt[3]{x}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^4 \cdot \ln x \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \ln \sqrt[3]{x} \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{6+4x^3} \; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int (3x+2) \cdot e^{3x^2+4x} \; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 4x^2 \cdot e^{1-x^3} \; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 3x^2 \cdot 7^{x^3+1} \; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \left(3x^2+1\right) \cdot \cos\left(x^3+x\right) \, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x+2} \; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 18x \cdot e^{3x^2+2} \; dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{3x}{\sqrt{e^{x+1}}}\, dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int 6x \cdot 5^{2x^2+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+5}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int xe^{1+x^2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{7-6x}{2x+1}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int x^3 \left(2x^4+4\right)^3\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{5x^3}{x^4+2}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{1}{\sqrt{49-25x^2}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int e^x \cdot \sin x\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\int \frac{x^2+2x+4}{x \cdot (x^2+1)}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozott integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2\ dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0, 6]$ intervallumon.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Integrálható-e az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha x irracionális} \\ 1 & \text{ha } x = \frac{p}{q} \text{ ahol a tört tovább nem egyszerűsíthető} \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$-nál húzható érintője által határolt területet.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

a) $\int_1^\infty \frac{5}{x^4}\ dx = ?$

b) $\int_{-\infty}^1 e^{2x-2}\ dx = ?$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4x^3}{(x^4+1)^4}\ dx = ?$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\ dx = ?$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi improprius integrálásokat

a) $\int_0^1 \frac{1}{x}\ dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x}\ dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az x tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 1-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x) = x^3$ függvényt megforgatjuk az y tengely körül. Számoljuk ki az így keletkező forgástest térfogatát és felszínét 0-tól 3-ig.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az f integrálható függvény a $[0, a]$ intervallumon, és primitív függvénye F. Számítsuk ki ezt az integrált:

$$I = \int_0^a f(x)\, dx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg a $p > 0$ paraméter értékét úgy, hogy $\int_0^p (3x^2 - 24x + 20)\, dx = 0$ teljesüljön!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = 2\sqrt{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{4}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = (x-1)^2 \quad g(x) = 2 - (x-1)^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$$f(x) = -x^2 + 18 \quad g(x) = x^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = \sqrt{x+5}$ függvény grafikonja, az $x = -1$ pontban húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amit az $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ függvény grafikonja az x tengellyel bezár.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg azon síkidom területének mérőszámát, amelyet az $f(x) = \ln x$ függvény grafikonja, az $x_0 = e$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az x tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = x^2 - 7x + 14$ függvény grafikonja, a függvény grafikonjához az $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintő és az y tengely határol!

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mekkora az a terület, amit az f függvény és a koordinátatengelyek határolnak?

$f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Határozzuk meg annak a síkidomnak a területét, amelyet az $f(x) = \sqrt{x+2}$ és $g(x) = \sqrt{3x-12}$ függvények grafikonjai és az x tengely határol.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Végezzük el az alábbi határozott integrálást.

$\int_1^2 \frac{5x^2}{1+x^3}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az f és g függvények grafikonjai közötti területet.

$f(x) = 6x - x^2 \qquad g(x) = x^2 - 2x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_0^2 \frac{1}{2-x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_2^\infty \frac{4}{x^3}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_{-\infty}^{1} \frac{7}{7x+11}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számítsuk ki az alábbi improprius integrált, ha létezik.

$\int_1^{2} \frac{x-1}{\ln x}\, dx$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x,y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x,y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvények lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x,y) = e^{x-2} - x + \ln\left(y^2+1\right)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az A típusú eladási ára \$x a B típusúé \$y, akkor az alkalmazott áraktól függően az A típusból $f(x,y) = 29 - 3x + y$, a B típusból pedig $g(x,y) = 16 + x - 4y$, az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az A típusú termék előállítási költése \$2/darab míg a B típusúé \$1/darab?

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$f(x,y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$f(x,y) = \left(x^2 - 6x\right) \cdot \left(y^2 - 4y\right) \qquad x, y > 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = xy^2 - y^2 - 2\ln(xy)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az $f(x,y) = 2x\ln\left(x^2 - xy^2 - 4\right)$ függvény totális deriváltját a $P(5,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=yx^5-2xy^3+4x-5$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x,y)=x^3-3xy^2-5y+e^{2x}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\arctan\left(y^x\right)$ gradiensét a $P_0(1,2)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\sin\left(\ln\left(y^x\right)\right)$ gradiensét a $P_0(3,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számoljuk ki az $f(x,y)=\cos\ln\left(x^y\right)$ gradiensét a $P_0(7,1)$ pontban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$g(x,y)=2x^3-6xy+3y^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x,y)=x^2-xy+y^2+9x-6y+20$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
