

Lineáris algebra

Végezzük el az alábbi műveleteket.

$$a) 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrixok](#) transzponált mátrixait!

$$a) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$b) B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

$$\text{a) } 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } (3 \ 2 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot (4 \ 1 \ 2)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetelenek vagy összefüggők.

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetelenek vagy összefüggők.

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen \mathbb{R}^3 -ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen \mathbb{R}^3 -ban
1		
2		
3		
4		
5		

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in \mathbb{R}^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

- Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- Ha $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.
- Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}, \underline{c} - \underline{a}$ is lineárisan független.
- Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ is lineárisan független.
- Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Bontsuk fel a \underline{v} vektort az $\underline{a}, \underline{b}$ és \underline{c} vektorokkal párhuzamos komponensekre.

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Egy síkban vannak-e az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok?

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$

$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$

$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α , β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α , β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elimináció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségével az \underline{a} és \underline{b} vektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségével az \underline{a} és \underline{b} vektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ független [vektorok](#), és

$$\underline{v}_1 = \underline{a}_1 - 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_2 = \underline{a}_1 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_3 = 3\underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

Mekkora a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$ vektor? Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ független [vektorok](#), és

$$\underline{v}_1 = \underline{a}_1 - 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_2 = \underline{a}_1 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_3 = 3\underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

Mekkora a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$ vektor? Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrix](#) determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)