



MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE 2
tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 10.

Tartalomjegyzék

Kombinatorika.....	2
Gráfelméleti alapok.....	10
Gráfok izomorfiaja és síkbarajzolhatósága.....	13
Gráfok bejárása és gráfalgoritmusok.....	26
Kromatikus szám, klikk, perfekt gráfok.....	36
Gráfparaméterek, párosítások.....	46
Hálózatok.....	55
Irányított gráfok, gráfalgoritmusok irányított gráfokban.....	66
Menger tételei, többszörös összefüggőség.....	70
Páros gráfok, párosítások.....	71

Kombinatorika

Egy futóverseny döntőjében 3 versenyző ér célba leghamarabb. Hányféle sorrendben érkehetnek be?

Egy másik futóversenyen 6-an kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd. Hányféle sorrendben érkehetnek célba?

Egy harmadik futóversenyen 7-en kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd, magyar.

- Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző ér először célba?
- Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző a negyedik?
- Hány olyan sorrend van, amikor a német az első és a francia a negyedik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- Hányféle ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy 7-es, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy páros, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bob örülten rajong a modern művészetekért, és elhatározza, hogy festeget egy kicsit... Minden festményét két színnel készíti el, a színeket pedig 9 lehetséges szín közül választja ki.

- Hányféleképpen tud két színt kiválasztani?
- Bob 36 darab képe közül 4-et kiállítanak egy múzeumban. Hányféleképp lehet kiválasztani a 36 darab kép közül azt a 4-et amit kiállítanak?
- Bob 36 darab képe közül 4-et elajándékoz 4 különböző múzeumnak. Hányféleképpen teheti ezt meg?
- Egy másik kiállítás megnyitóján 24 festő volt jelen, akiknek a képeit kiállították. A megnyitón a 24 festő mindegyike mindegyik másik festővel koccint. Hány koccintás történt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- Hányféleképpen ülhet le öt ember egymás mellé a padon?
- Hányféleképpen ülhet le öt ember közül három egymás mellé a padon?
- Hányféleképpen választhatunk ki öt ember közül hármat?
- Egy buszon 20-an utaznak, és az öt megállója során végül minden utas leszáll. Hányféleképpen tehetik ezt meg?
- Egy nyereményjátékon 20 ember között kisorsolnak 5 ajándékot. Hányféleképpen lehetséges ez, ha a nyeremények különbözőek, és egy ember csak egyet kaphat? Hogyha a nyeremények különbözőek, de egy ember többet is kaphat? Végül, ha a nyeremények egyformák és egy ember csak egyet kaphat?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Lili együtt megy moziba, és öt egymás melletti helyre vesznek jegyet.

- Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?
- Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen középen szeretne ülni?
- Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen a szélén szeretne ülni?
- Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Mira és Lili mindenképpen egymás mellé szeretne ülni?
- Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Hanna és Luca biztosan nem akar egymás mellé ülni?

Hányféleképpen rakhatunk egymás mellé egy polcra hat könyvet, ha a piros és a kék könyvet nem szeretnénk egymás mellé rakni. Ezek a könyvek: Rózsaszín, sárga, piros, lila, kék, zöld

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hat darab számkártyánk van: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

Hat darab számkártyánk van: 7, 7, 8, 8, 8, 8. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

12 darab virágot szeretnénk sorban egymás mellé ültetni. Van köztük 5 piros, 4 sárga és 3 lila. Hányféle lehetőség van?

Ezeknek a számkártyáknak a segítségével nyolcjegyű számokat készítünk: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7

- Összesen hány nyolcjegyű szám készíthető?
- Hányféle páros nyolcjegyű szám készíthető?

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

- Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet többször is használhatunk?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

1) Öt lány hányféleképpen ülhet le egy kerek asztal köré?

2) Hat különböző szín felhasználásával szeretnénk hat cikkelyből álló esernyőket színezn. A hat szín: piros, sárga, zöld, kék, türkiz és rózsaszín.

- Hányféle különböző színezésű esernyő készíthető?
- Hány olyan eset van, amikor a piros és a sárga színek egymás mellé kerülnek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részekben elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

b) Egy állatkert beszerez 4 hím és 5 nőstény oroszlánt, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

- 1) Háromnál kevesebb oroszlán egyik kifutóban sem lehet.
- 2) A nagyobb kifutóba több oroszlán kerül, mint a kisebbikbe.
- 3) Mindkét kifutóban hím és nőstény oroszlánt is el kell helyezni.
- 4) Egy kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény.

Hányféleképpen helyezhetik el a 9 oroszlánt a két kifutóban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy bármelyik számjegyet akárhányszor felhasználhatjuk.

- a) Hány négyjegyű szám alkotható?
- b) Hány páros szám alkotható?
- c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy minden számjegyet csak egyszer használhatunk.

- a) Hány négyjegyű szám alkotható?
- b) Hány páros szám alkotható?
- c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tíztagú társaság raftingolni indul egy ötszemélyes, egy háromszemélyes és egy kétszemélyes csónakkal.

- a) Hányféleképpen ülhetnek a csónakokba, ha a csónakokon belül a helyek között nem teszünk különbséget?
- b) Hányféleképpen ülhetnek be, ha két ember mindenképpen ugyanabban a csónakban szeretne utazni?

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy egy jegyet csak egyszer használhatunk.

- a) Hány olyan szám keletkezik, amelyben két páros és két páratlan számjegy szerepel?
- b) Hány olyan szám készíthető, amiben szerepel a 9-es számjegy?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hat szín felhasználásával zászlókat készítünk. A hat szín: fehér, piros, sárga, zöld, kék és fekete

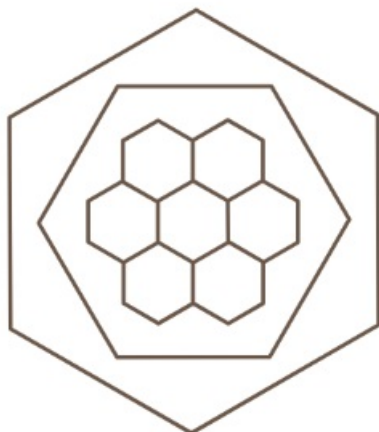
- a) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek?
- b) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű?
- c) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű, és szerepel benne a piros szín?
- d) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek, és szerepel benne a piros szín?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csempét hat különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



Egy másik csempét három különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az A, B, C és D pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az E, F és G pontokra illeszkedő egyenessel.

- Hány olyan különböző egyenes létezik, amely a pontok közül legalább kettőre illeszkedik?
- Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait a 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszög különböző, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy szabályos háromszög egyik oldalát az A és B pontokkal három egyenlő részre osztottuk, a másik oldalát a C, D és E pontokkal négy egyforma szakaszra osztottuk, a harmadik oldalát pedig az F, G, H és I pontokkal öt egyforma részre osztottuk. Hány olyan különböző négyszög van, amelyeknek csúcsai ezek az osztópontok, és az eredeti háromszögnek minden oldalán van legalább egy csúcs?

Helyezzük el a síkon az A, B, C, D, E, F és G pontokat úgy, hogy a pontok közül bármelyik hármat kiválasztva azok egy háromszög három csúcsát alkossák. Hány olyan egyenes van a síkban, amely legalább két ponton átmegy?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tíz különböző szín felhasználásával hányféle különböző 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol

- minden cikkely más színű?
- két szín ismétlődik felváltva?
- az egyik szín kétszer szerepel, de a többi szín csak egyszer?

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Olívia leülnek egy kerek asztal köré.

- Hányféle lehetőség van, ha Luca és Léna mindenképpen egymás mellett akar ülni?
- Hány lehetőség van, ha Mira és Olívia nem szeretne egymás mellett ülni?

8 különböző színű gyöngyből hányféle kapocs nélküli nyaklánc készíthető, ahol a piros és a sárga gyöngy egymás mellett van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sífutóversenyen 8-an vesznek részt, mindegyikük más-más országból.

- A cél előtt nem sokkal már látszik, hogy az utolsó helyen a dán versenyző fog végezni, az első három helyen a svájci, a francia és a norvég fog osztozni, az olasz pedig a negyedik lesz. Hányféleképpen érhetnek célba a versenyzők?
- Hányféleképpen érhetnek célba akkor, ha a 8 versenyzőről annyit tudunk, hogy nem a svájci fog nyerni, viszont nem is a svájci az utolsó?
- Hányféleképpen érhet célba a 8 versenyző, ha tudjuk, hogy a francia biztosan megelőzi a svájcit, az olasz a harmadik, és a német az utolsó?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Mivel kicsit későn vették meg a vonatjegyet, olyan hely már nincs, ahol mind a 8-an együtt utazhatnának. Háromfős, kétfős és egyfős helyek vannak még szabadon. Egyedül egyikük sem szeretne utazni, ezért hármas és kettes csoportokban ülnek le a megmaradt helyekre. Hányféleképpen tudnak ilyen csoportokat alkotni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Útközben szeretnének beszélgetni, ezért két egymás melletti négyes blokkba szeretnének ülni, ahol asztal is van.

- Hányféleképpen tudnak leülni egy kocsin belül?
- Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymással szemben és ablak mellé üljenek?
- Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymás mellett, és Anna ablak mellett üljön?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van öt különböző színű dobókockánk, egy sárga, egy piros, egy kék, egy zöld és egy rózsaszín. Sorban egymás után mindegyik dobókockával egyet dobunk.

- Hányféle sorrendben tudunk dobni a kockákkal úgy, hogy nem a piros kockával kezdünk?
- Hányféle olyan dobás lehetséges, hogy nem a piros kocka az első és a sárga az utolsó?
- Hányféle olyan dobás lehetséges, ahol a dobott pontokat is figyelembe vesszük, az első dobás 4-es, az utolsó dobás pedig a piros kockával történik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van 3 kék, 3 zöld, 3 sárga és 3 piros színű dobókockánk. Hányféleképpen tudunk kiválasztani közülük 4 kockát úgy, hogy

- pontosan három különböző színű kocka legyen?
- pontosan két különböző színű kocka legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy társaságban van 5 férfi és 5 nő. Hányféleképpen tudnak leülni egy kör alakú asztal köré, ha

- férfiak és nők felváltva ülnek?
- az egyik férfi mindenképpen egy adott nő mellett szeretne ülni?
- két ember a társaságban semmiképpen nem szeretne egymás mellett ülni?
- férfiak és nők felváltva ülnek és egy férfi semmiképpen nem szeretne egy adott nő mellett ülni.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy nyomozás során egy hattagú társaság (A, B, C, D, E, F) tagjait 3 fős csoportokban hallgatják ki. Minden olyan 3 fős csoport kihallgatását megszervezik, amelyben A és B együtt nincs jelen. Összesen hány ilyen csoportos kihallgatást kell szervezni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy séf új ízek kitalálásán kísérletezik. Az ételek ízesítéséhez hatféle fűszer áll rendelkezésére: keserű, savanyú, édes, sós, csípős és fanyar. Hányféleképp ízesítheti az ételeket, hogyha a hatból három- vagy négyféle fűszert szeretne használni, de az édes és keserű nem szerepelhet egyszerre?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyekben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A szóbeli érettségi vizsgán egy osztály 35 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek. Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hányféleképp rendezhetünk sorba 3 kék és 2 piros golyót?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány 5-tel osztható ötjegyű szám alkotható a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hányféle különböző számot kaphatunk a 222 335 szám számjegyeinek felcserlésével?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Gráfelméleti alapok

Oldjuk meg az alábbi gráfos feladatokat:

a) Egy tárgyalás elején minden résztvevő mindenkivel kezet fog. Így összesen minden résztvevő 4 másikkal fog kezet. Hányan vesznek részt a tárgyaláson és hány kézfogás volt összesen?

b) Egy iskolai versenyen Anna, Bence, Cecil, Dávid, Elemér, Fanni, Gábor, és Hanna játszanak egymással. Mindenki mindenkivel pontosan egyszer játszik.

Anna már játszott Bencével, Gáborral és Hannával.

Bence már játszott Annával, Cecillel és Gáborral.

Cecil csak Bencével, Dávid pedig csak Elemérrel játszott.

Rajzoljuk fel azt a gráfot, ami a jelenlegi állást tartalmazza! Hány játszma van még hátra?

c) Egy ötpontú teljes gráf csúcsai A, B, C, D, E.

Mekkora a B csúcs fokszáma?

Ha a gráfból két élt törölünk, milyen lehetséges értékek adódhatnak B fokszámára?

Mekkora lesz a két él törlése után a csúcsok fokszámainak összege?

Hány élt kell törölni ahhoz, hogy minden csúcs fokszáma 3 legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy hatfős társaságban mindenkit megkérdeztek, hány ismerőse van a többiek között (az ismerettségek kölcsönösek). Az első öt személy válasza: 5, 4, 3, 2, 1. Ábrázoljuk a gráffal a társaság ismerettségi viszonyait! Hány ismerőse van a hatodik személynek a társaságban?

b) Rajzoljunk egy olyan hatpontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma: 0, 1, 2, 2, 3, 4.

c) Egy irodában összesen 11-en dolgoznak. Egy adott napon a 11 ember ennyi kollégájával találkozott: 0, 1, 2, 2, 2, 5, 0, 0, 4, 4, 2.

Ábrázoljuk a találkozásoknak egy lehetséges gráfját. Hány találkozás volt összesen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg a könisbergi-hidak rejtélyét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Létezik-e olyan gráf, amelyben a pontok fokszáma:

- a) 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6
- b) 2, 2, 4, 4, 5, 7, 7, 7
- c) 3, 3, 4, 4, 5, 7, 7, 7
- d) 5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andrásen kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl. Szemléltessük gráffal a lejátszott mérkőzéseket!

b) Egy iskola asztali tenisz bajnokságán hat tanuló vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet.

Rajzold le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját!

Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Öt különböző számjegyet leírtunk egy papírlapra. Két számjegyet pontosan akkor kötünk össze egy vonallal (élel), ha a különbségük páros szám (de egyik számjegyet sem kötjük össze önmagával). Így egy ötpontú gráfot kapunk. Döntsük el az alábbi állításokról, hogy igazak, vagy hamisak!

- a) Lehetséges, hogy fagráfot kapunk.
- b) Lehetséges, hogy nem összefüggő gráfot kapunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ábrán egy 3x3-as kirakós játék (puzzle) szematikusan látható. A kirakós játékot egy gráffal szemléltethetjük úgy, hogy a gráf csúcsai (A1, A2, ..., C3) a puzzle-elemeket jelölik, a gráf két csúcsa között pedig pontosan akkor vezet él, ha a két csúcsnak megfelelő puzzle-elemek közvetlenül (egy oldalban) kapcsolódnak egymáshoz a teljesen kirakott képen.

- a) Rajzoljuk fel a kirakós játék gráfját, és határozzuk meg a fokszámok összegét!
- b) Igazoljuk, hogy a megrajzolt gráfban nincs olyan kör, amely páratlan sok élből áll!
- c) A teljesen kirakott képen jelöljük meg a puzzle-elemek közül 7 darabot úgy, hogy a kirakós játék általuk alkotott részlete már ne legyen összefüggő!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Rajzolj egy olyan 5 pontú gráfot, melyben a pontok fokszáma: 4, 3, 3, 2, 2
- b) Rajzolj egy olyan 6 pontú gráfot, melyben a pontok fokszáma: 0, 1, 2, 2, 3, 4.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Létezik-e olyan fa, amelyben a pontok fokszáma:

- a) 1, 1, 2, 2, 3, 4?
- b) 1, 2, 2, 2, 3, 4?
- c) 1, 1, 1, 1, 1, 5?
- d) 1, 1, 1, 2, 2, 3?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Létezik-e olyan gráf, amelyben a pontok fokszáma: 6, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 1?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Létezik-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok fokszáma 7, 5, 5, 3, 3, 3, 3, 3?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Létezik-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok fokszáma 7, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Öt különböző számjegyet leírunk egy papírlapra. Két számjegyet pontosan akkor kötünk össze egy vonallal, ha a különbségük páros szám (de egyik számjegyet sem kötjük össze önmagával). Így egy ötpontú gráfot kapunk.

- a) Lehetséges, hogy fagráfot kapunk?
- b) Lehetséges, hogy nem összefüggő gráfot kapunk?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

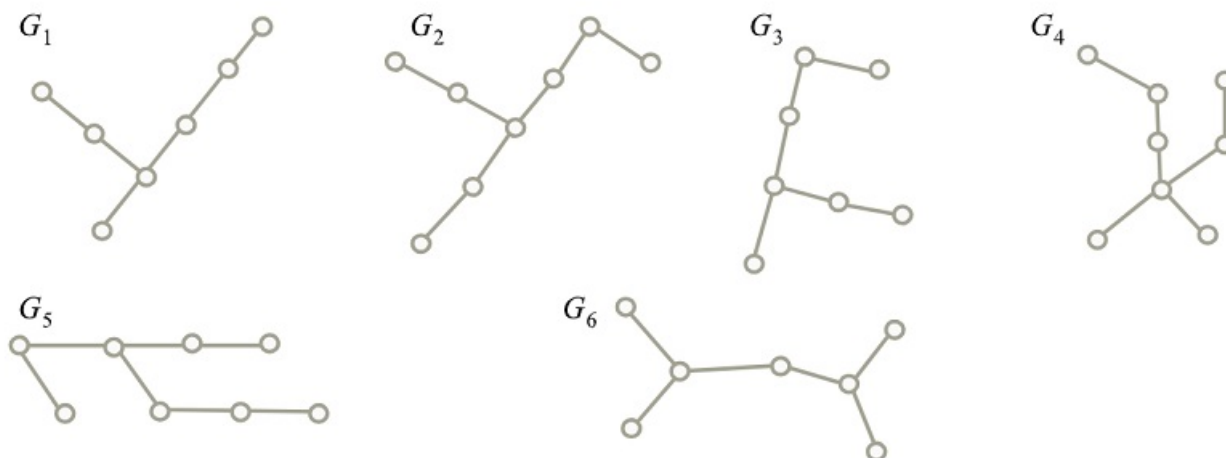
Gráfok izomorfája és síkbarajzolhatósága

- a) Egy 24 csúcsú G egyszerű gráfban 12 csúcs foka 5, a másik 12 csúcs foka pedig 16. Összefüggő-e a G gráf komplementere?
- b) Egy összefüggő egyszerű gráfnak 40 csúcsa és 42 éle van. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban 3 különböző kör. Két kör akkor különböző, ha van legalább egy olyan él, amelyiket az egyik kör tartalmazza, de a másik nem.
- c) Egy összefüggő egyszerű gráfnak 1000 csúcsa és 1000 éle van. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban 3 különböző feszítőfa. Két feszítőfa akkor különböző, ha van legalább egy olyan él, amelyiket az egyik feszítőfa tartalmazza, de a másik nem.

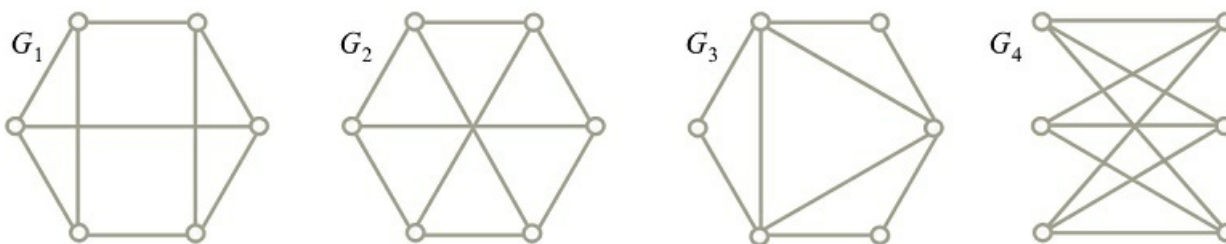
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Próbáljuk meg kitalálni, hogy mely gráfok izomorfak egymással.

a)



b)

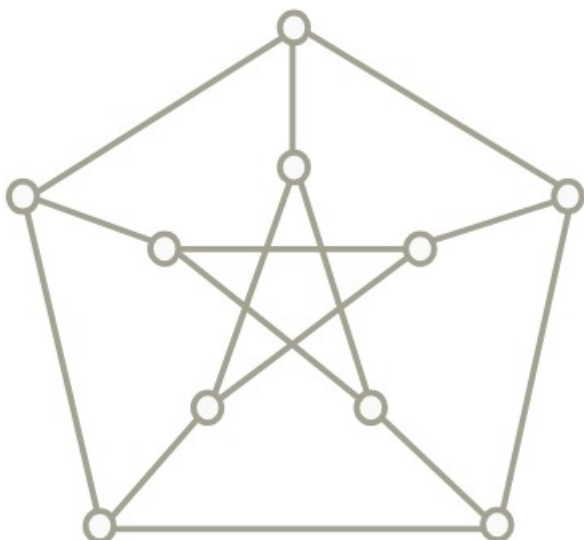


c)



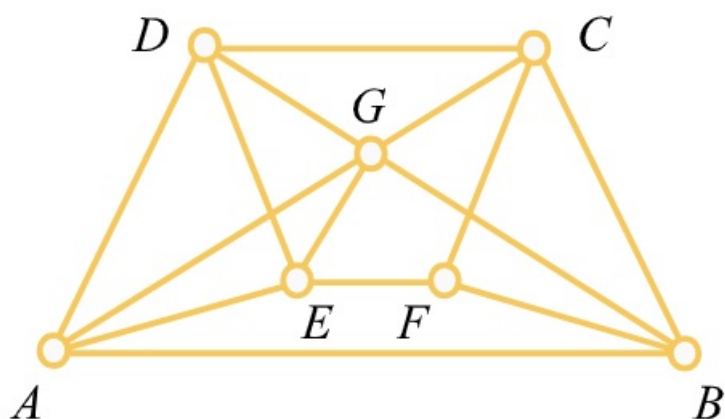
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Nézzük meg, hogy síkbarajzolható-e.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

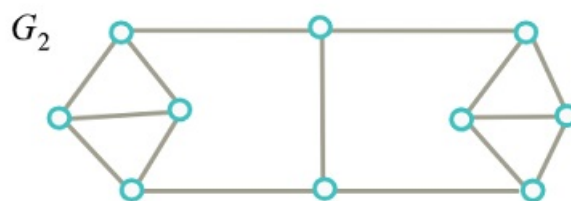
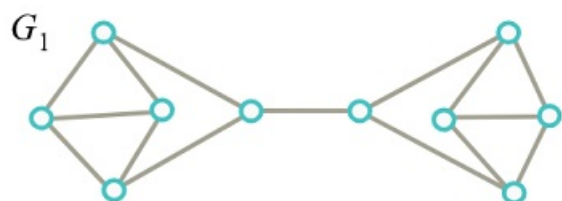
a) Döntsük el, hogy síkbarajzolható-e. Ha igen, rajzoljuk síkba.



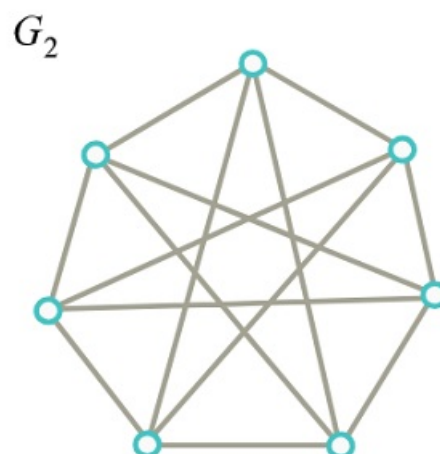
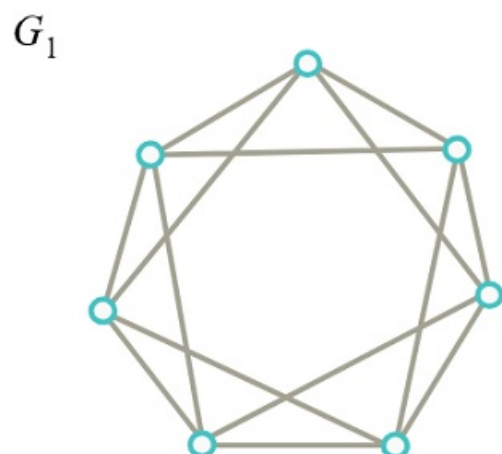
b) Döntsük el, hogy síkbarajzolható-e. Ha igen, rajzoljuk síkba.

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

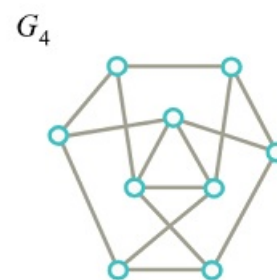
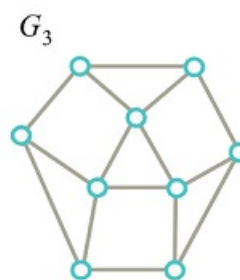
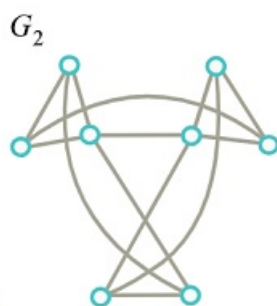
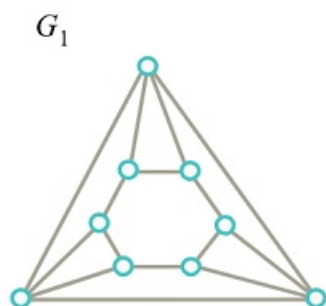
a)



b)



c)



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

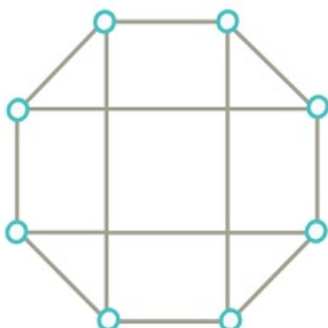
A következő gráfok közül melyek izomorfak?

a)

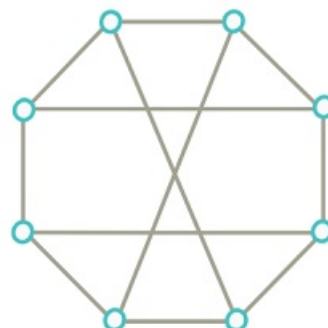
G_1



G_2

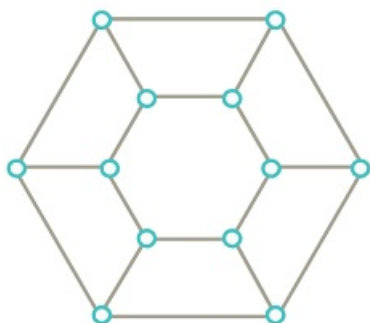


G_3

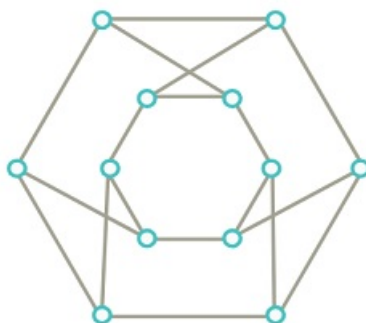


b)

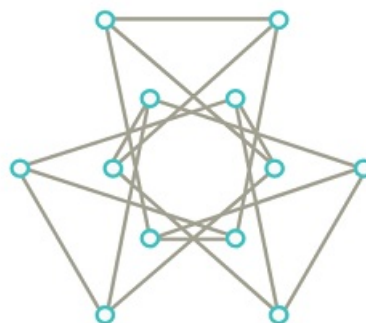
G_1



G_2

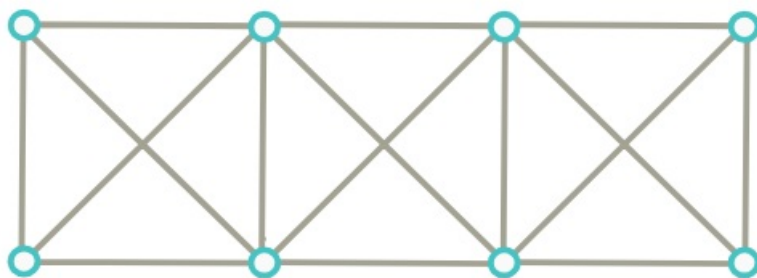


G_3

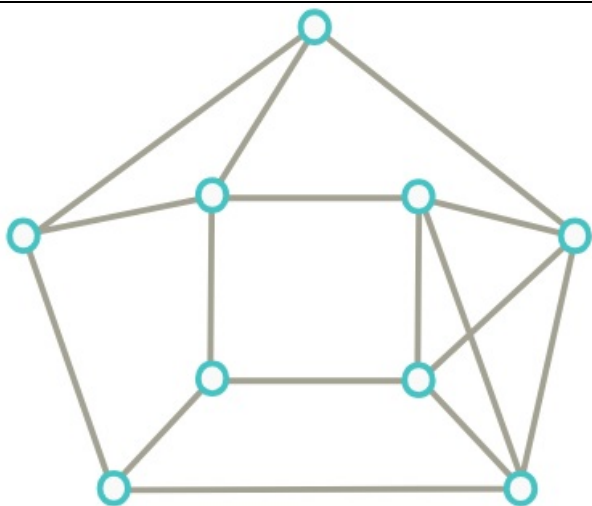


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

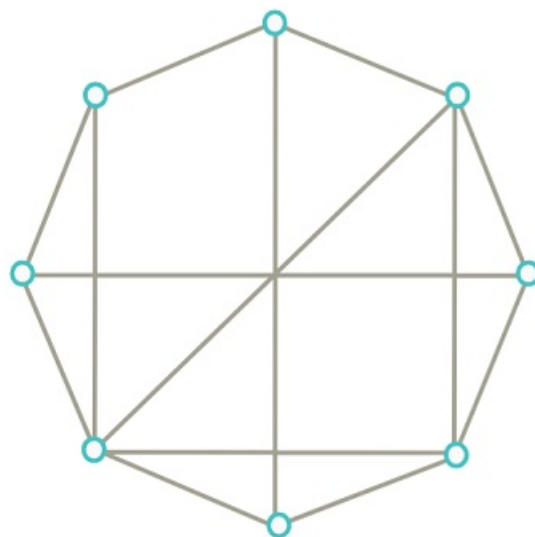
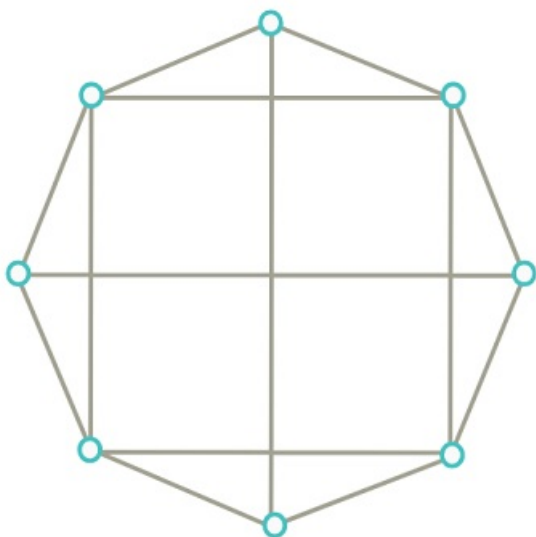
a) Maximálisan hány élt lehet hozzávenni az alábbi gráfhoz úgy, hogy egyszerű, síkbarajzolható gráfot kapjunk?



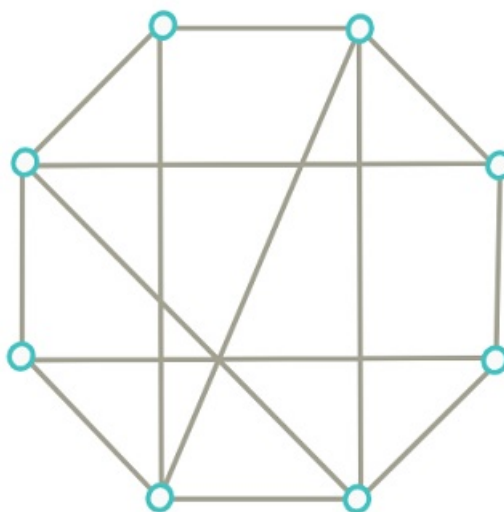
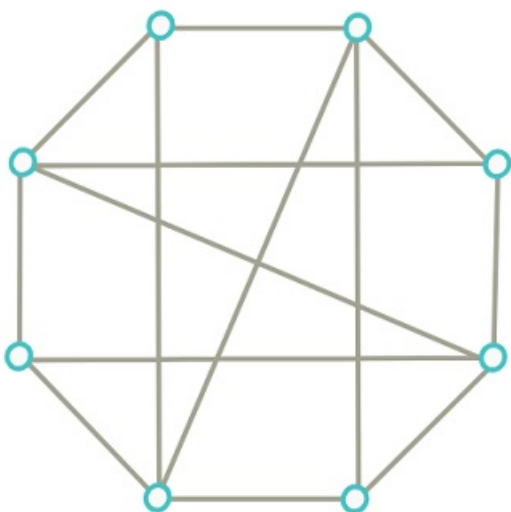
b) Síkbarajzolható-e az alábbi gráf? Ha igen, rajzoljuk le síkba úgy, hogy az élei egyenes szakaszok legyenek, ha nem, akkor bizonyítsuk be ezt.



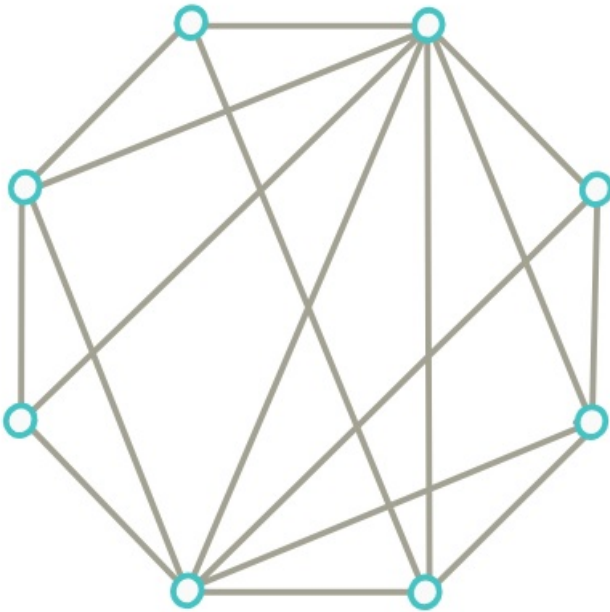
c) Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



d) Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



e) Síkbarajzolható-e az alábbi gráf?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Bizonyítsuk be, hogy minden egyszerű, síkbarajzolható gráfban van olyan csúcs, melynek foka legfeljebb 5.
- b) Legyen G egy 13 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy G és a komplementere közül legalább az egyik nem síkbarajzolható.
- c) Létezik-e olyan 4, 5, illetve 6 csúcsú gráf, amely izomorf a saját komplementerével?
- d) Az 1000 csúcsú G gráf nem tartalmaz kört, a komponenseinek száma 8. Hány éle van G -nek?
- e) Egy fában csak két különböző fokszám fordul elő: az egyik fajta 7-szer, a másik 44-szer. Mi a szóban forgó két fokszám?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

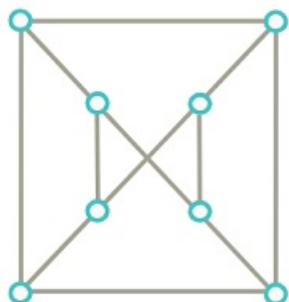
- a) Hány csúcsa van egy síkbarajzolható 3-reguláris gráfnak, ha a síkbarajzolás során 20 tartomány keletkezik?
- b) Egy versenyre 6 különböző országból érkeztek versenyzők. Bizonyítsuk be, hogy van köztük két olyan versenyző, akiknek az országa nem határos egymással.
- c) Egy versenyre különböző országból érkeztek versenyzők. Legfeljebb hány országból indulhattak a versenyzők, ha bármelyik két versenyző szomszédos országból érkezett?
- d) Egy 20 csúcsú, 3 komponensű gráfnak 18 éle van. Mutassuk meg, hogy a komponensek közül pontosan kettő fa.
- e) Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban minden pont foka legalább 33. Mutassuk meg, hogy a gráfhoz hozzá lehet venni egyetlen új élt úgy, hogy a kapott gráf összefüggő legyen.
- f) Mutassuk meg, hogy minden összefüggő gráfban van olyan csúcs, melyet a gráfból elhagyva (az összes rá illeszkedő éllel együtt) összefüggő gráfot kapunk.
- g) Rajzoljuk le az összes 3, 4, illetve 5 pontú fát. (Az izomorfakat csak egyszer)

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

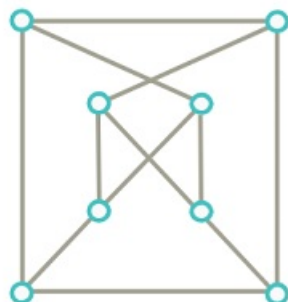
A következő gráfok közül melyek izomorfak?

a)

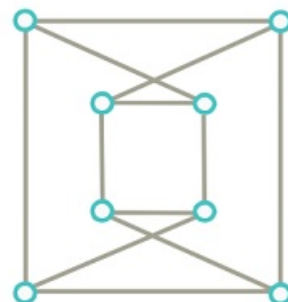
G_1



G_2

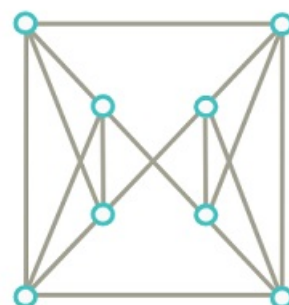


G_3

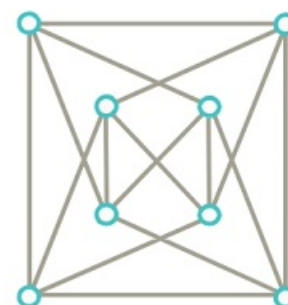


b)

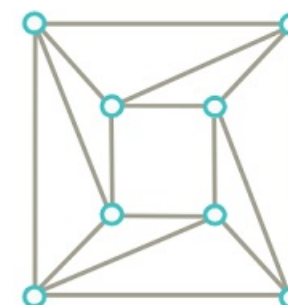
G_1



G_2



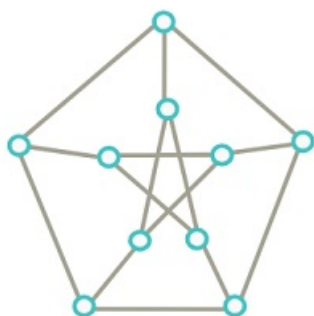
G_3



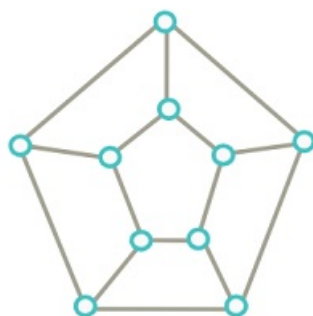
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

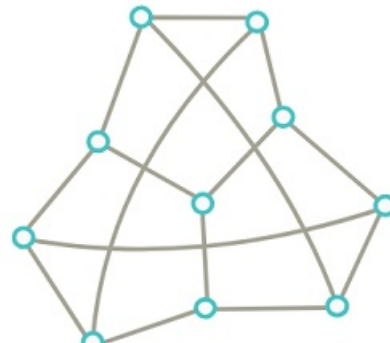
G_1



G_2

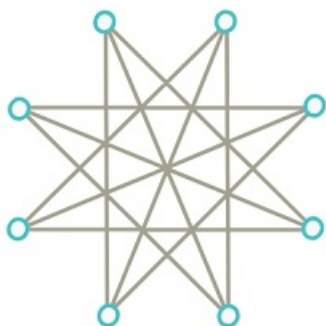
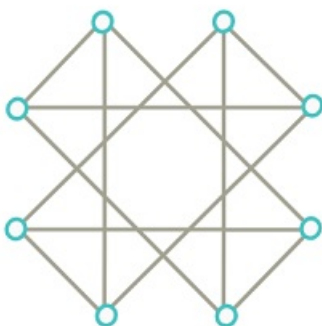
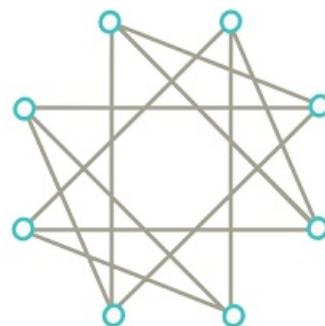


G_3



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

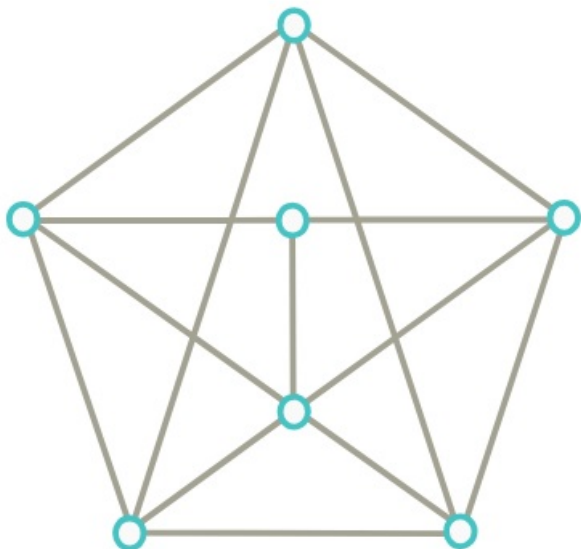
 G_1

 G_2

 G_3


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

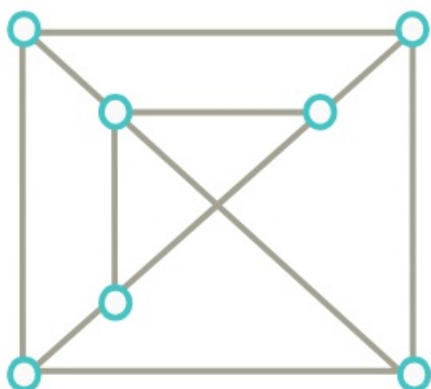
Döntsük el, hogy síkbarajzolható-e.

Ha igen, rajzoljuk síkba.

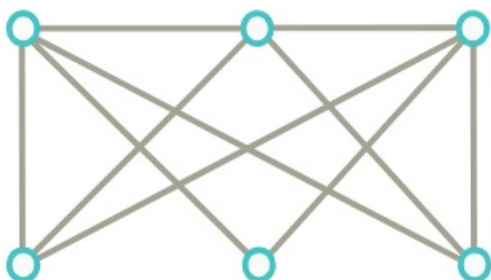
a)



b)



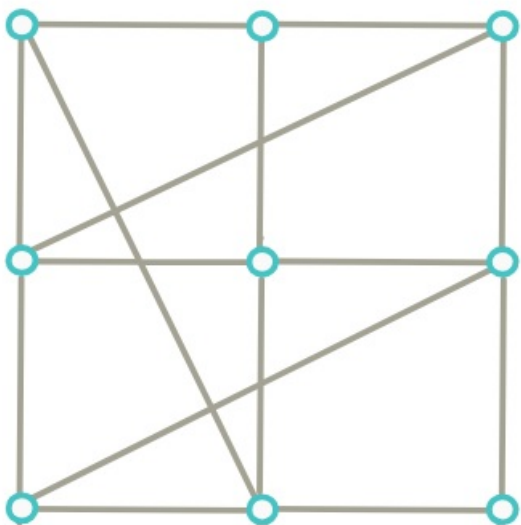
c)



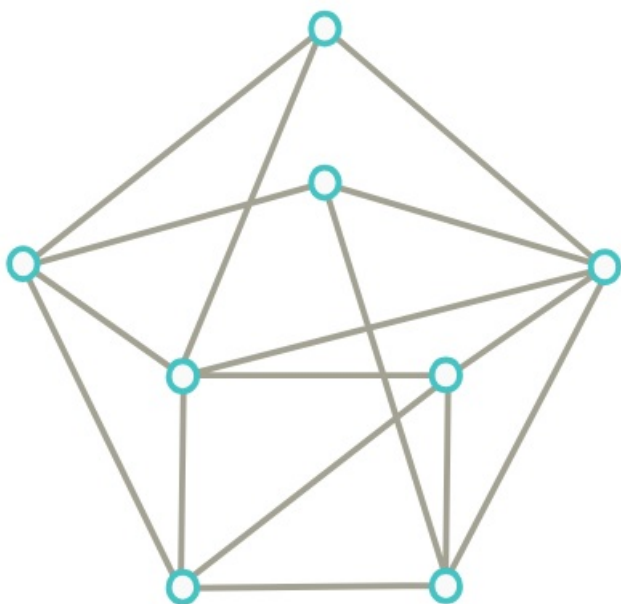
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi gráfok síkbarajzolhatók-e.

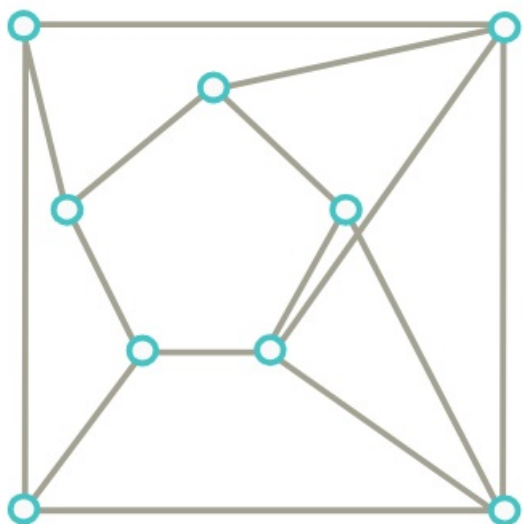
a)



b)



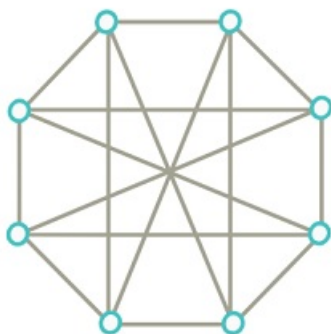
c)



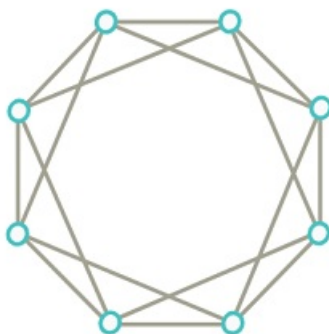
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő gráfok közül melyek izomorfak?

G_1



G_2



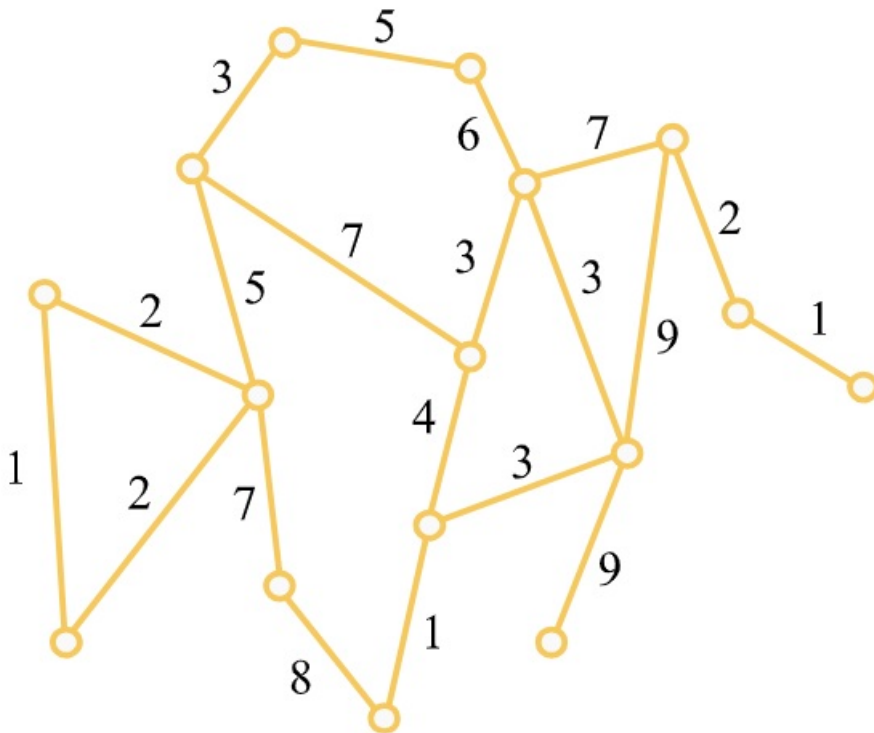
G_3



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

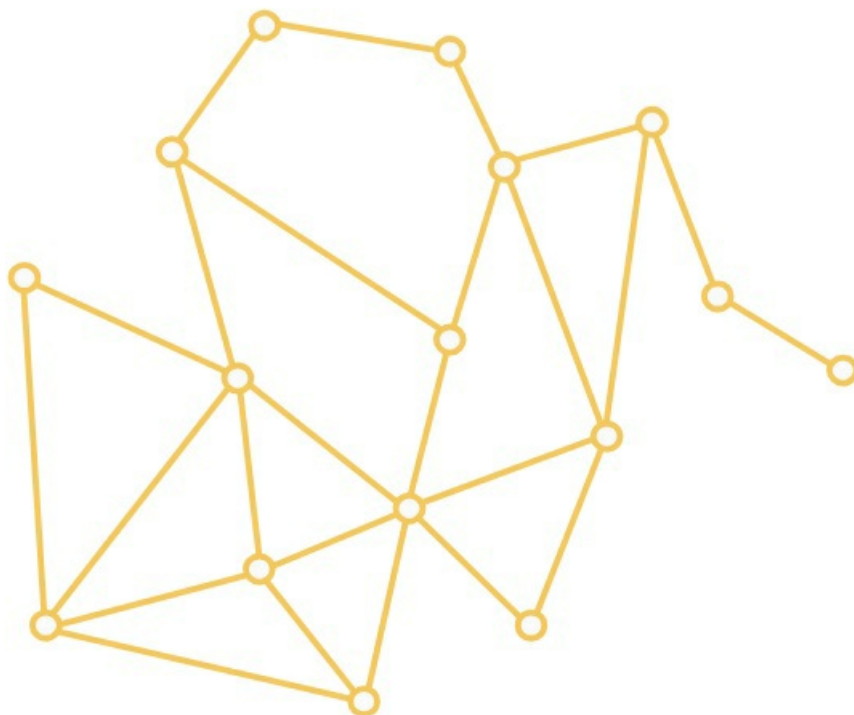
Gráfok bejárása és gráfalgoritmusok

Adjuk meg ennek a gráfnak a minimális súlyú feszítőfáját a Kruskal-algoritmus segítségével.



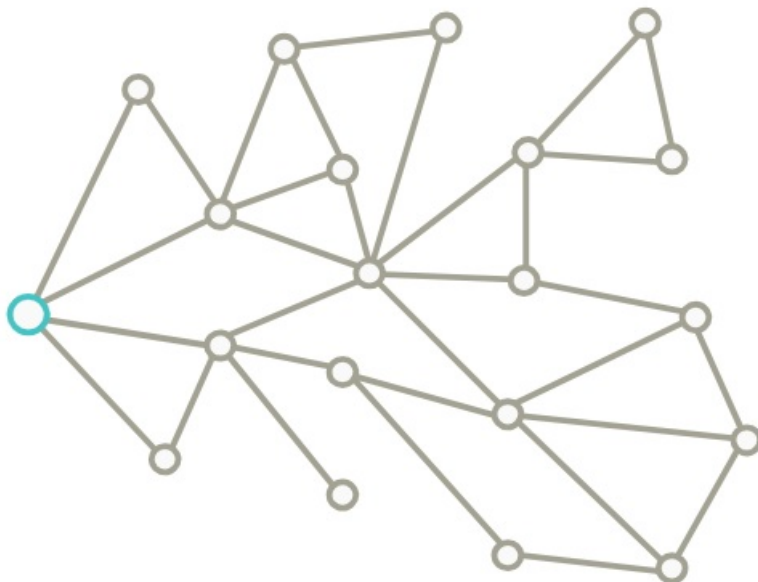
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Térképezzük föl az alábbi gráfot a szélességi bejárás (BFS) segítségével.



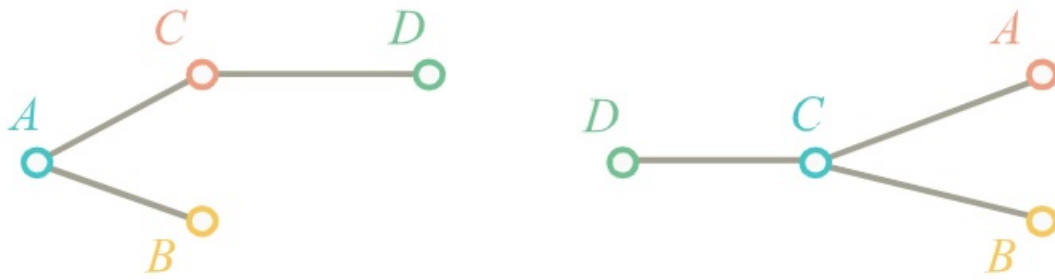
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Térképezzük föl az alábbi gráfot a mélységi bejárás (DFS) segítségével.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Íme, egy gráf két különböző kezdőpontjából készített BFS fája:



Adjuk meg az eredeti gráfot.

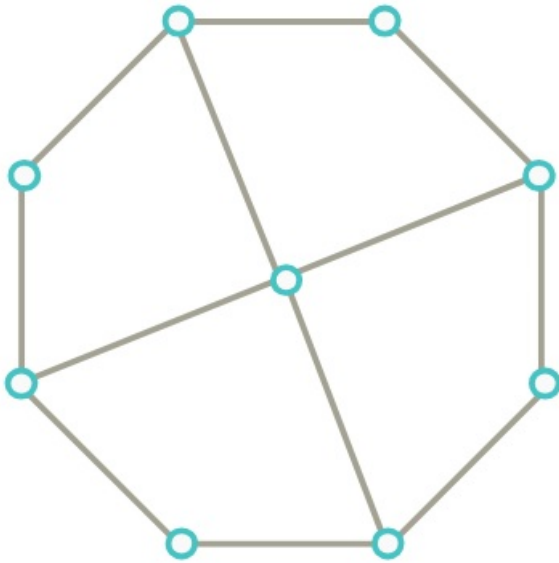
b) Egy gráfban minden csúcs fokszáma páros, és két különböző kezdőpont alapján készített BFS fája:



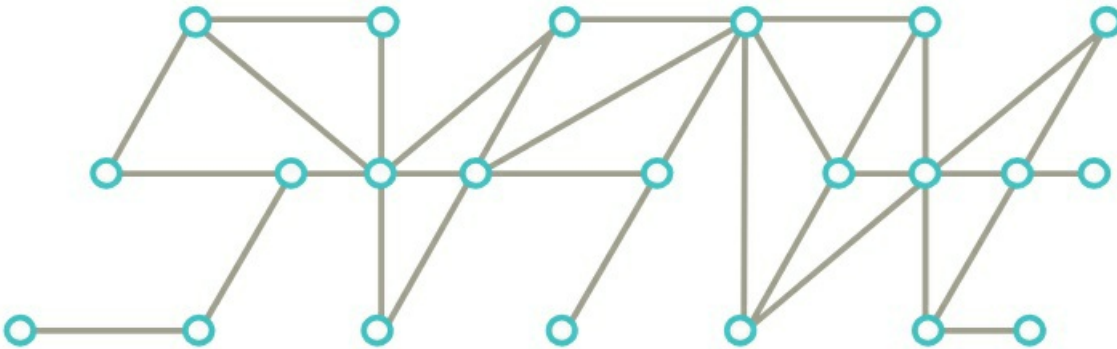
Adjuk meg az eredeti gráfot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton kör?



b) Létezik-e az alábbi gráfban Hamilton út?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

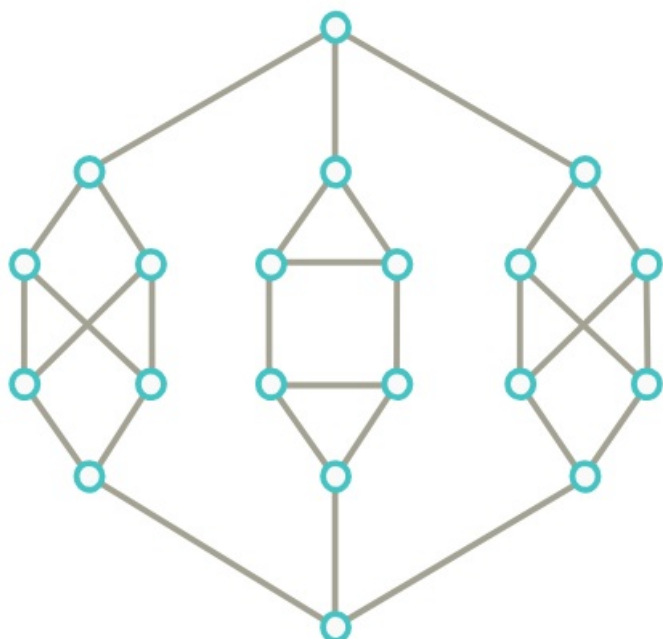
a) Bizonyítsuk be, hogy minden 4-nél nagyobb n számra van olyan n csúcsú G gráf, hogy G -ben és a komplementerben is van Hamilton kör.

b) Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban két nem szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

c) Mit mondhatunk arról a 101 pontú gráfról, amiben minden csúcs foka legalább 50. Van-e a gráfban Hamilton út?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

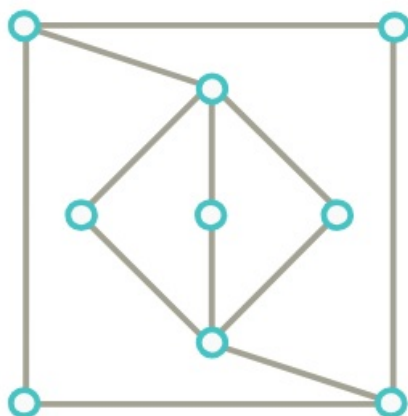
a) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávinnünk ahhoz, hogy legyen?



b) Derítsük ki, hogy van-e az alábbi gráfban Hamilton kör. Ha nincs, akkor minimum hány újabb élt kell hozzávinnünk ahhoz, hogy legyen?



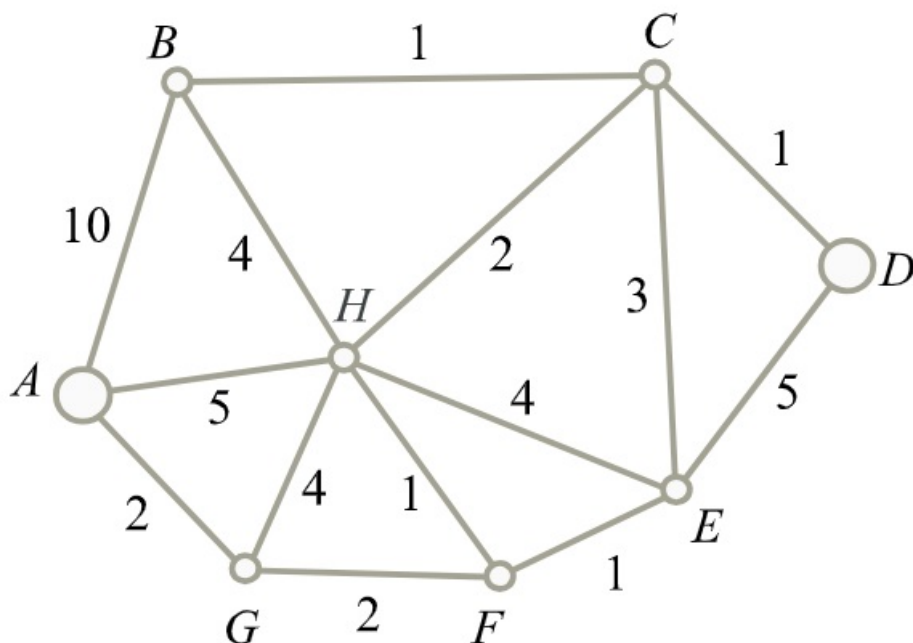
c) Minimum hány élt kell behúznunk ebben a gráfban, hogy legyen benne Hamilton kör?



d) Adott egy 100 csúcúsú egyszerű gráf, amiben két szomszédos csúcs foka 49, az összes többi csúcs foka pedig legalább 50. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban Hamilton út.

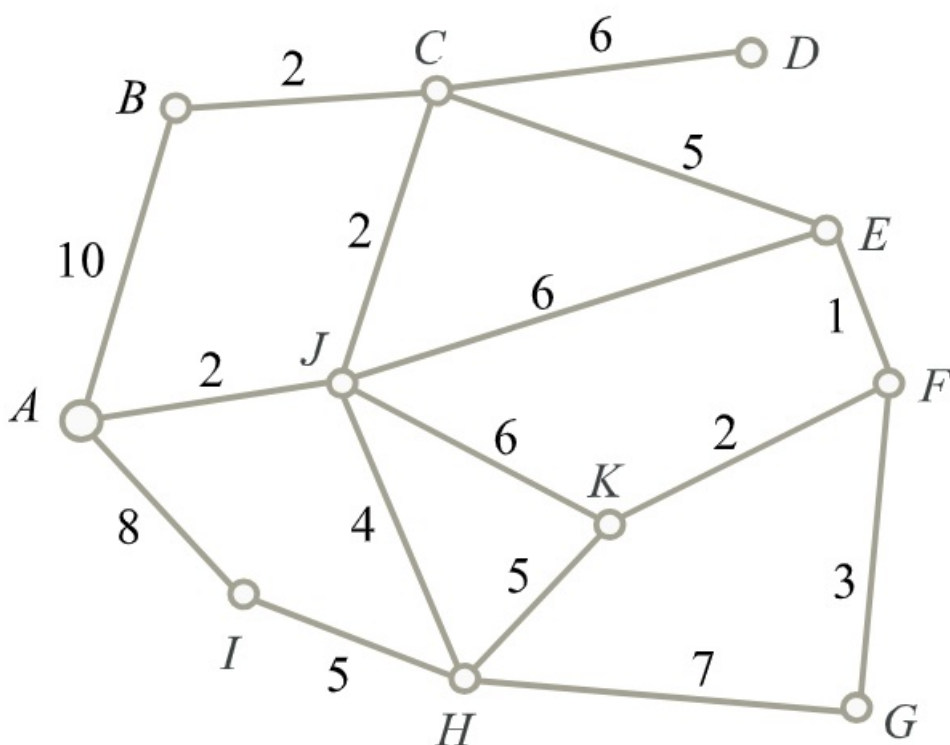
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi gráfban az A és D csúcsok távolságát.



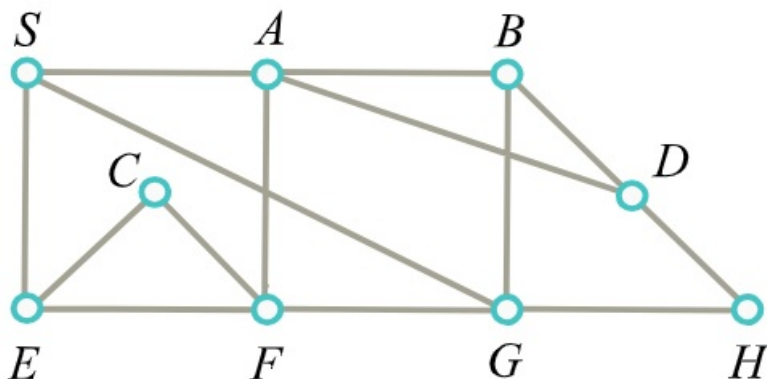
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Térképezzük föl az alábbi gráfot a Dijkstra algoritmus segítségével.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) A BFS algoritmus az alábbi ábra gráfjának csúcsait a következő sorrendben járta be: $S, _, _, _, H, _, F, C, _$.
 Egészítsük ki a sorozatot a hiányzó csúcsok neveivel és adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS fát.

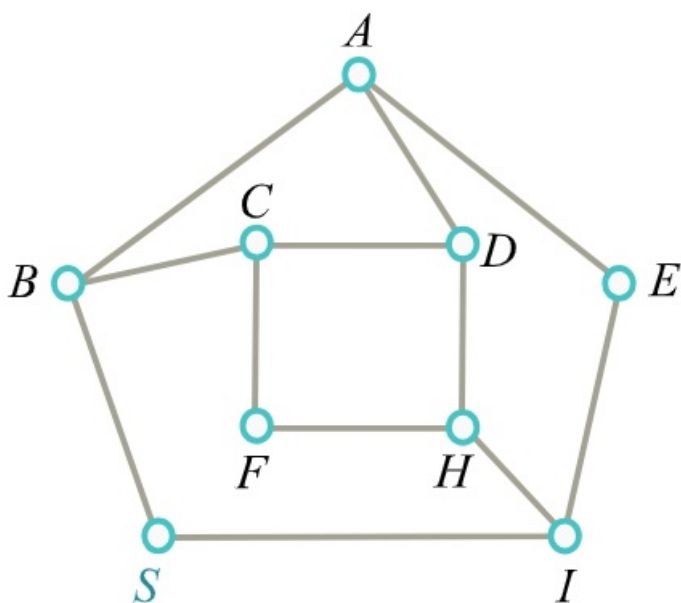


b) Az ábrán látható gráf egyik élét elhagytuk. Az él elhagyása előtt S-ből indított BFS algoritmus a gráf csúcsait az alábbi sorrendben járta be:

i) $S, B, I, C, A, F, H, E, D$

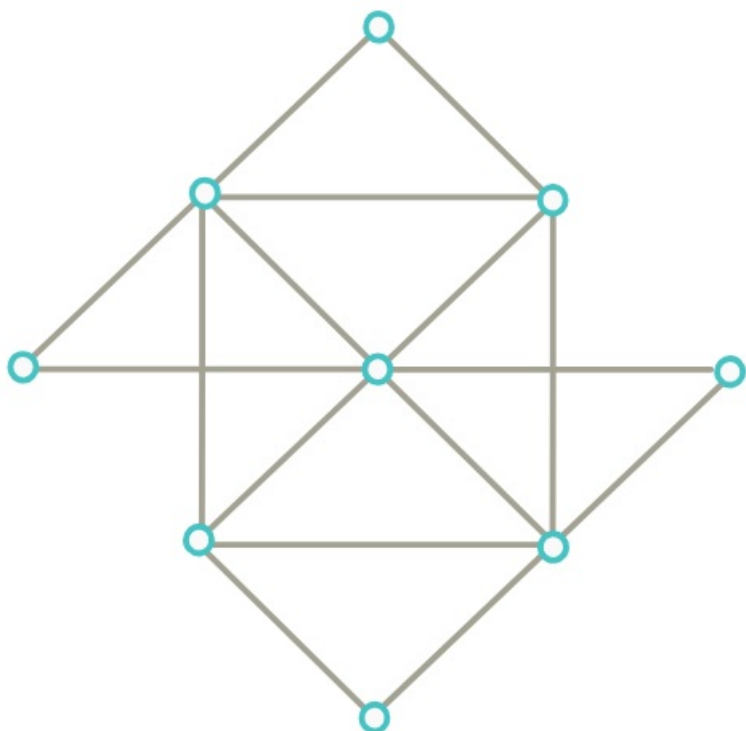
ii) $S, I, B, E, D, H, C, A, F$

Megállapítható-e egyértelműen, hogy melyik élt hagytuk el? Ha igen, akkor adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS-fát is.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

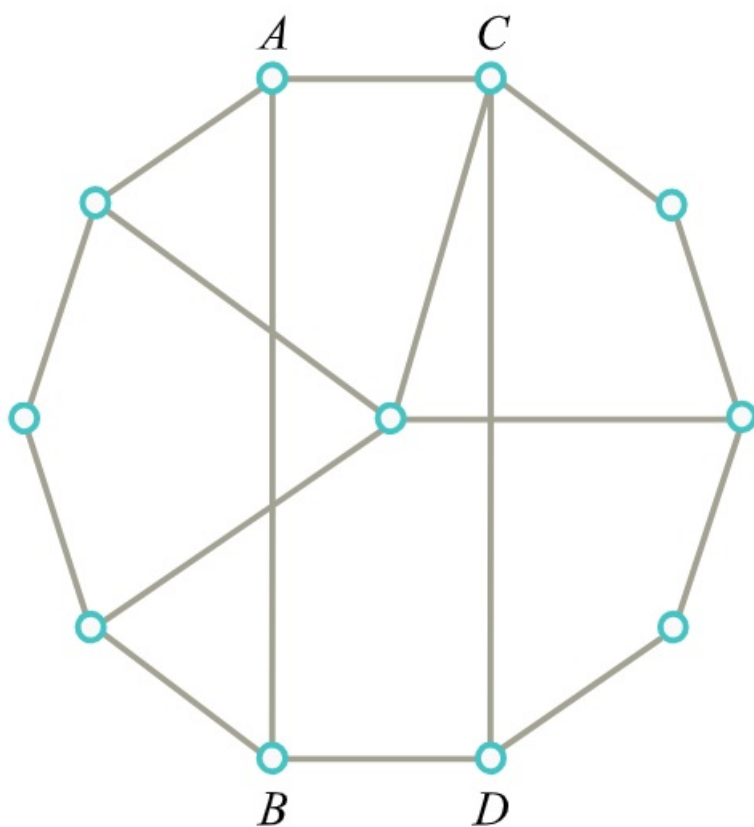
a) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



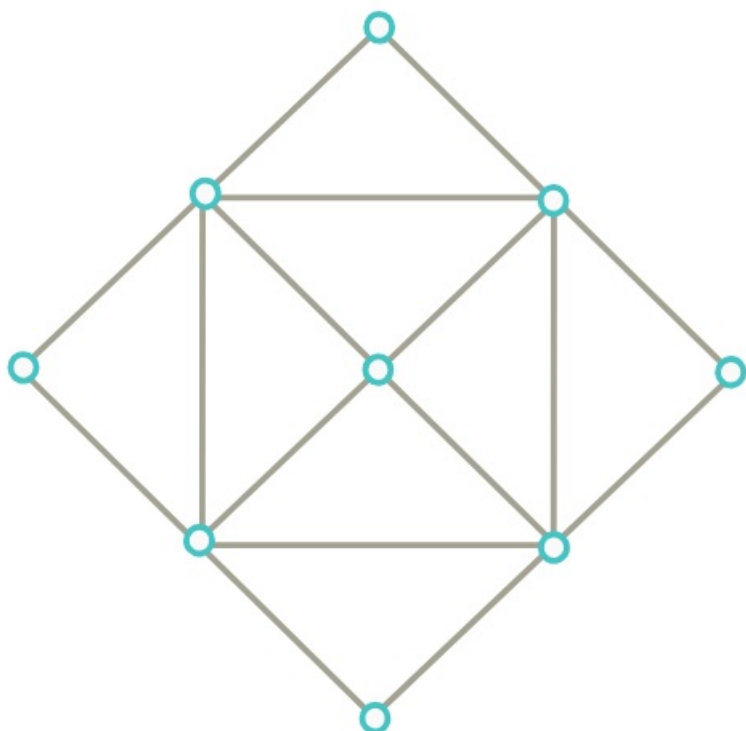
b) Van-e az alábbi gráfban olyan Hamilton kör...

i) ami nem tartalmazza az $\{A,B\}$ élt?

ii) ami nem tartalmazza a $\{C,D\}$ élt?

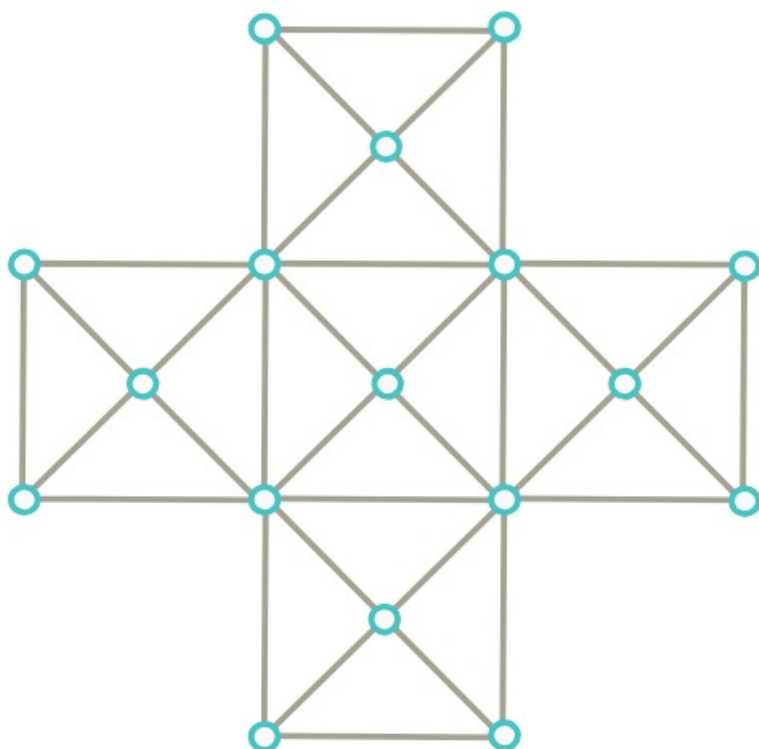


c) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



d) 1001 pontú gráf minden csúcsa legalább 501 fokú, kivéve egyetlen csúcsot, aminek a fokszáma 500. Bizonyítsuk be, hogy a gráfban van Hamilton kör.

e) Döntsük el, hogy az alábbi gráfnak van-e Hamilton köre, illetve Hamilton útja.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 10\}$. Az $x, y \in V(G)$, $x \neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $|x - y| \leq 2$.

Van-e G -nek olyan feszítőfája, hogy összes éle olyan, amelyre $|x - y| = 2$ teljesül?

b) A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 10\}$. Az $x, y \in V(G)$, $x \neq y$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $|x - y| = 2$ vagy $|x - y| = 3$.

Van-e G -ben Hamilton út, illetve Hamilton kör?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy 100 csúcsú G összefüggő gráf éleit az 1 és 2 súlyokkal súlyoztuk úgy, hogy az 1 súlyú élek részgráfja (vagyis az a gráf, melynek csúcsai azonosak G csúcsaival, de annak csak az 1 súlyú éleit tartalmazza) 7 komponensből áll.

Határozzuk meg G egy minimális összsúlyú feszítőfájának súlyát.

b) Egy 100 csúcsú összefüggő, egyszerű gráfnak 101 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor van a gráfban 3 páronként különböző feszítőfa. (Két feszítőfa akkor különböző, ha nem pontosan ugyanazon élek alkotják.)

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kromatikus szám, klikk, perfekt gráfok

a) Színezzük ki a Svájccal határos országokat úgy, hogy két szomszédos ország nem lehet egyforma színű.

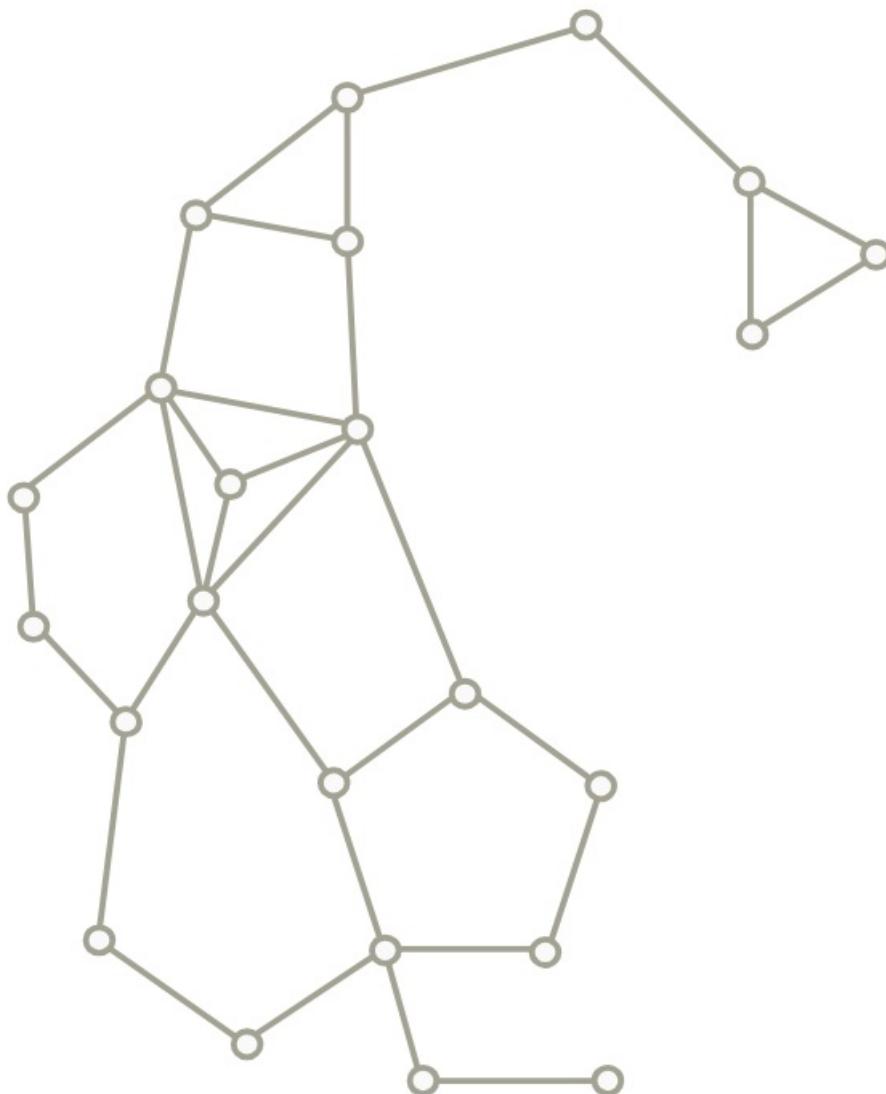


b) Színezzük ki a Luxemburggal határos országokat úgy, hogy két szomszédos ország nem lehet egyforma színű.



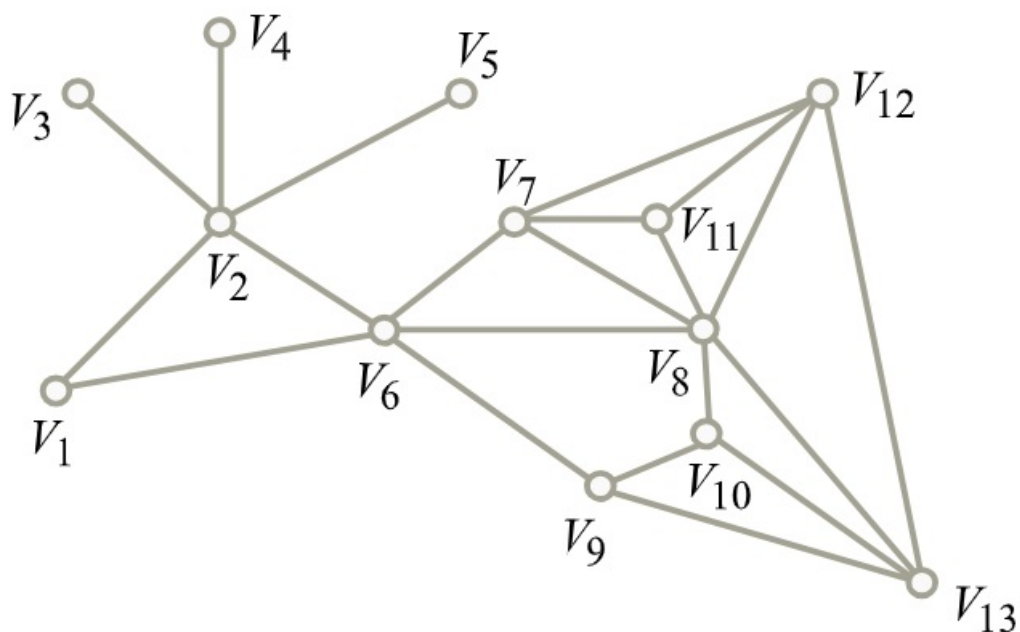
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mennyi az alábbi gráf kromatikus száma?



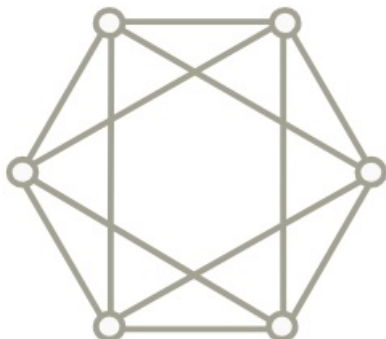
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány szín kell ennek a gráfnak a színezéséhez?

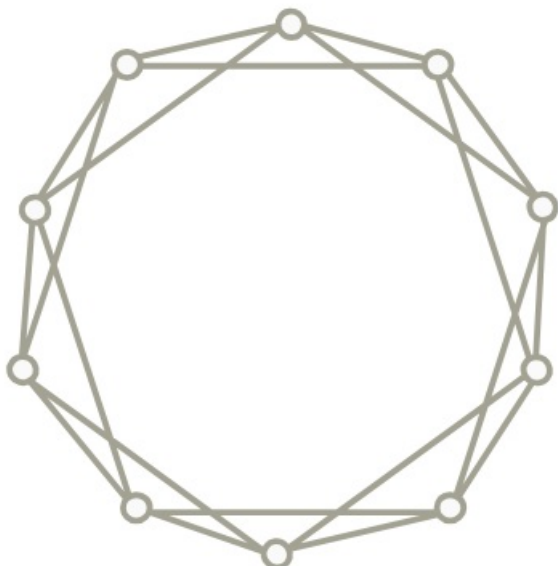


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

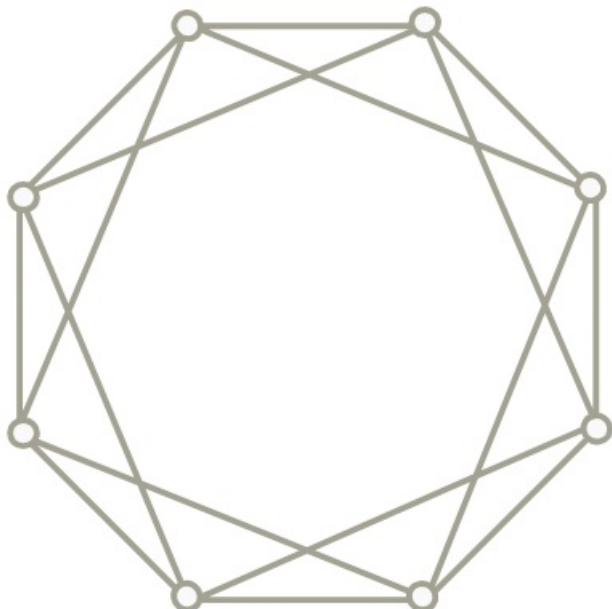
a) Mekkora a kromatikus száma ennek a gráfnak?



b) Mekkora a kromatikus száma ennek a gráfnak?



c) Mekkora a kromatikus száma ennek a gráfnak?

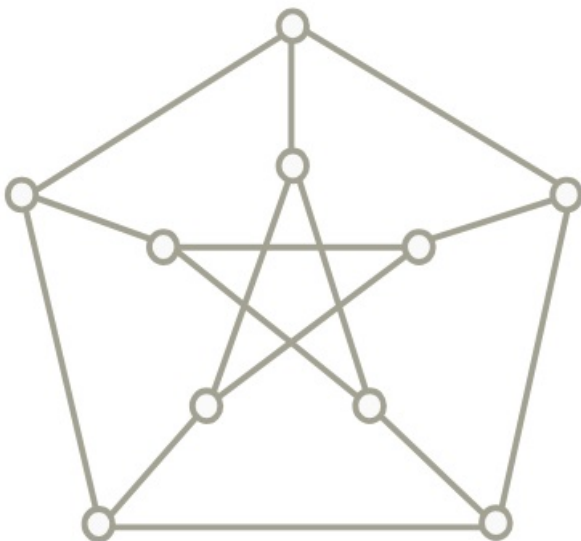


d) Egy G gráfban 1000 darab csúctól eltekintve minden pont foka legfeljebb 999. Bizonyítsuk be, hogy a gráf kromatikus száma legfeljebb 1000.

e) Egy G gráf csúcshalmaza legyen a $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ és két csúcs akkor legyen szomszédos, ha a különbségük legalább 6. Mekkora ennek a gráfnak a kromatikus száma?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Mennyi a Petersen gráf élkromatikus száma?



b) Egy 1001 csúcsú gráf úgy keletkezik, hogy egy 1000 csúcsot tartalmazó kör minden pontját összekötjük az 1001-edik csúccsal. Mekkora ennek a gráfnak az élkromatikus száma?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy 2000 csúcsú G gráf két darab egyenként 1000 csúcsot tartalmazó körből készítettünk, úgy, hogy az egyik kör minden csúcsát összekötöttük a másik kör minden csúcsával.

Mekkora az így keletkező G gráf kromatikus száma és élkromatikus száma?

b) Számoljuk ki a Petersen gráf kromatikus számát.

c) Egy G gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ és két csúcs akkor legyen szomszédos, ha a számok távolsága legalább 5. Mekkora ennek a gráfnak a kromatikus száma?

d) Egy másik gráf csúcshalmaza szintén a $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$. A gráf $x, y \in V(G)$ csúcsai pontosan akkor legyenek szomszédosak, ha $|x - y| = 4$ vagy $|x - y| = 6$. Határozzuk meg a gráf kromatikus számát.

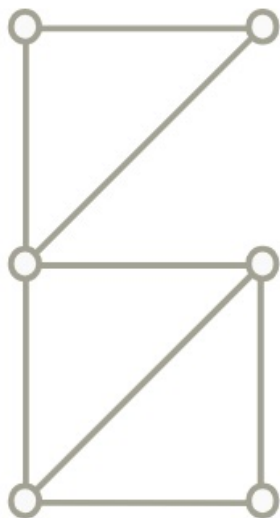
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi gráfok intervallum gráfok-e.

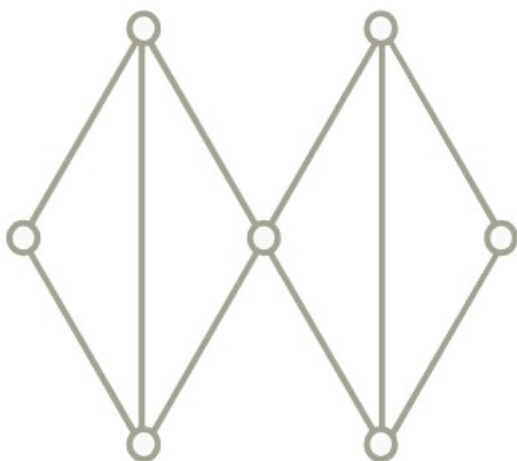
a)



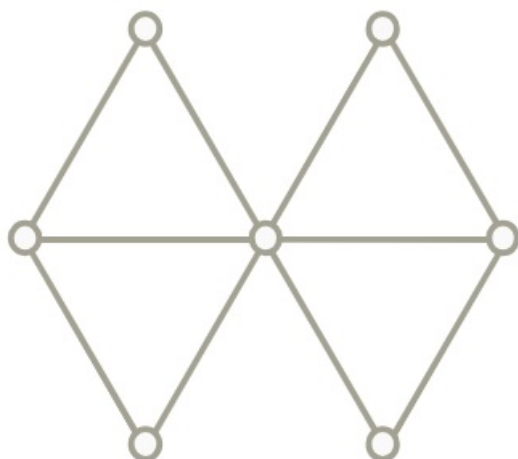
b)



c)



d)

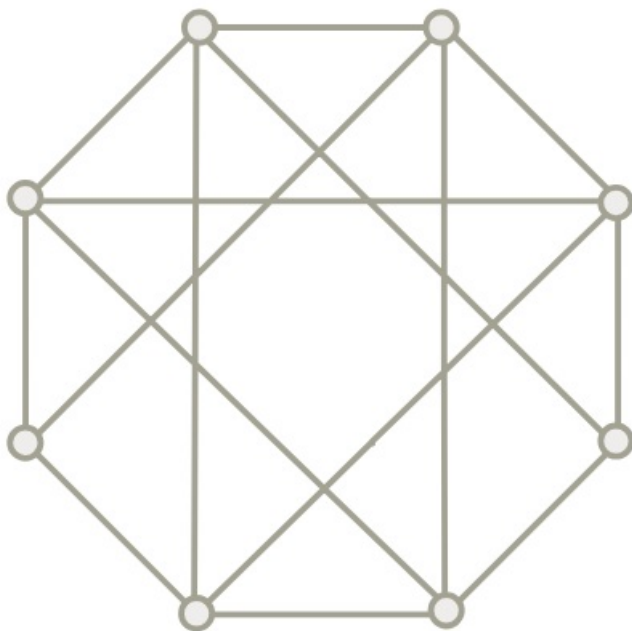


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) A G gráf csúcshalmaza legyen a $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok pontosan akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $|x - y| = 3$ vagy $|x - y| = 5$. Határozzuk meg a G gráf $\chi(G)$ kromatikus számát és $\chi_e(G)$ élkromatikus számát.
- b) Egy 20 csúcsú fában 11 csúcs foka 1 és a maradék 9 csúcs foka is azonos. Határozzuk meg a fa élkromatikus számát.
- c) Egy 1000 csúcsú gráfot úgy kaptunk, hogy vettünk két 500 pontú utat, és az egyik út minden pontját összeköttöttük a másik út minden pontjával. Mekkora az így keletkező gráfnak a kromatikus száma és az élkromatikus száma?
- d) Egy 1001 csúcsú G gráfot két körből, egy 500 pontú és egy 501 pontú körből készítünk úgy, hogy az egyik kör minden csúcsát összeköttjük a másik kör minden csúcsával. Mekkora az így keletkező gráf kromatikus száma és élkromatikus száma?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi gráf kromatikus és élkromatikus számát.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 1000 csúcsú teljes gráfból elhagyjuk egy Hamilton-kör éleit. Mekkora lesz az így kapott gráf kromatikus száma?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A G gráf csúcshalmaza $V(G) = \{1, 2, \dots, 100\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $x \neq y$ és $10 \mid x \cdot y$.

Határozzuk meg G kromatikus számát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 8 csúcsú teljes gráfból töröljük egy 6 csúcsú kör éleit. Határozzuk meg a kapott gráf kromatikus számát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 100 csúcsú teljes gráfból töröljük egy 50 csúcsú kör éleit. Határozzuk meg a kapott gráf kromatikus számát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A G gráf csúcshalmaza $V(G) = \{1, 2, \dots, 1000\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $x \neq y$ és $(x, y) \geq 10$. Határozzuk meg G kromatikus számát.

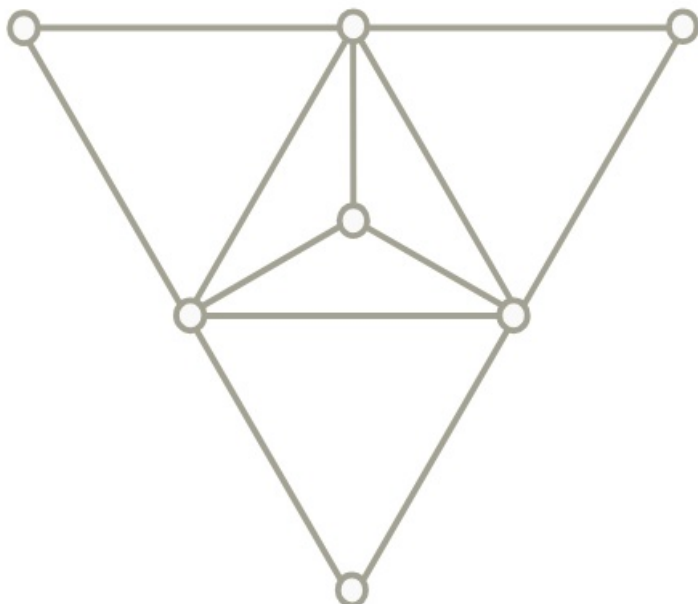
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg egy 6 csúcsú kör komplementérének élkromatikus számát.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

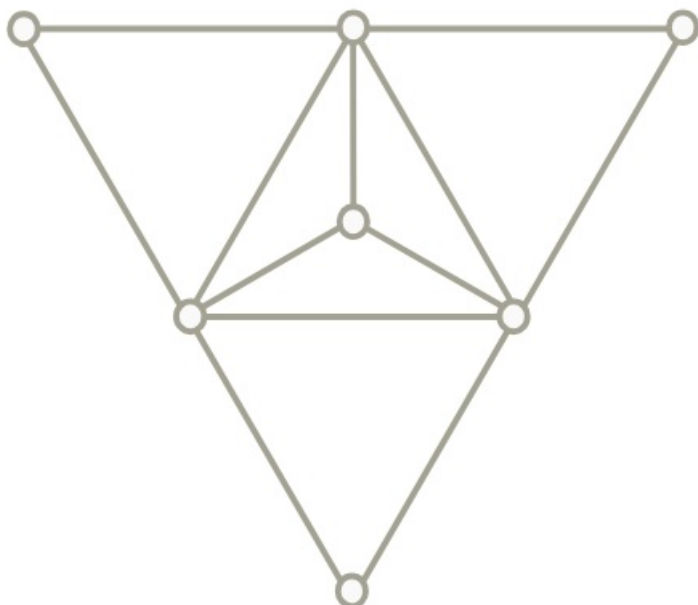
Gráfparaméterek, párosítások

Adjuk meg az alábbi gráfban a maximális független ponthalmaz és minimális lefogó ponthalmaz számát.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

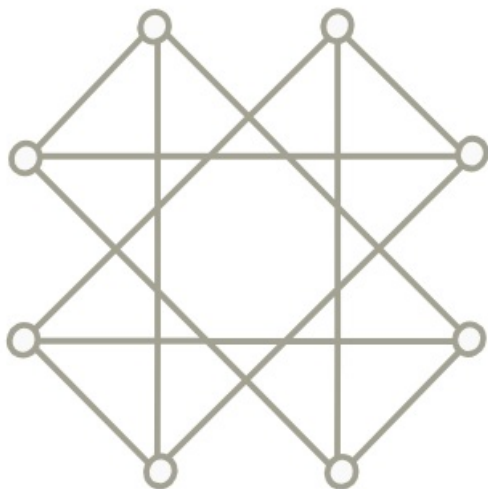
Adjuk meg az alábbi gráf maximális független élhalmazának és minimális lefogó élhalmazának számát.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi gráfokban a gráfparamétereket.

a)

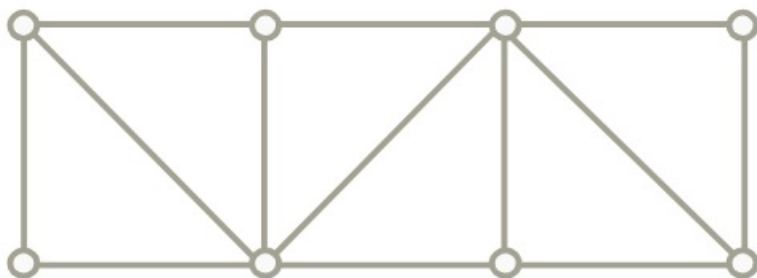


b)



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

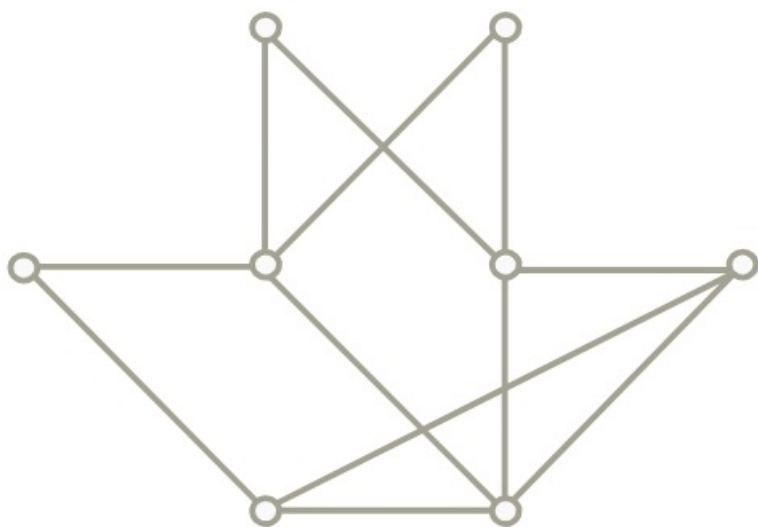
Próbáljuk megtalálni ebben a gráfban a maximális párosítást.



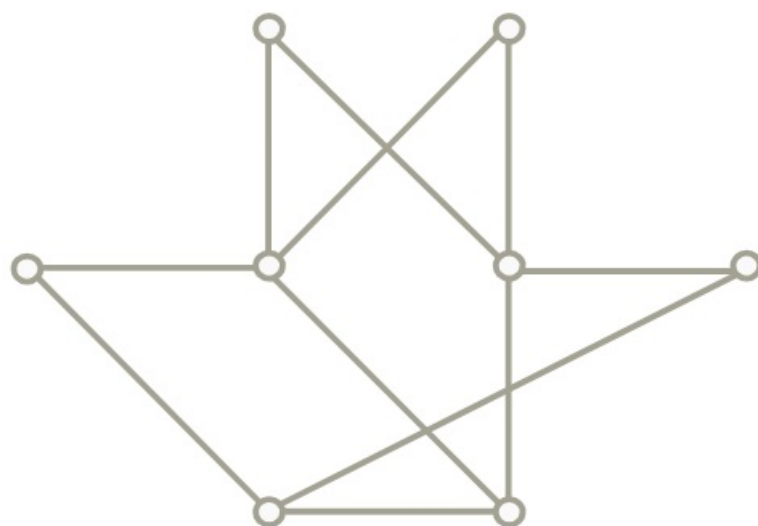
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Próbáljuk megtalálni az alábbi gráfokban a maximális párosításokat.

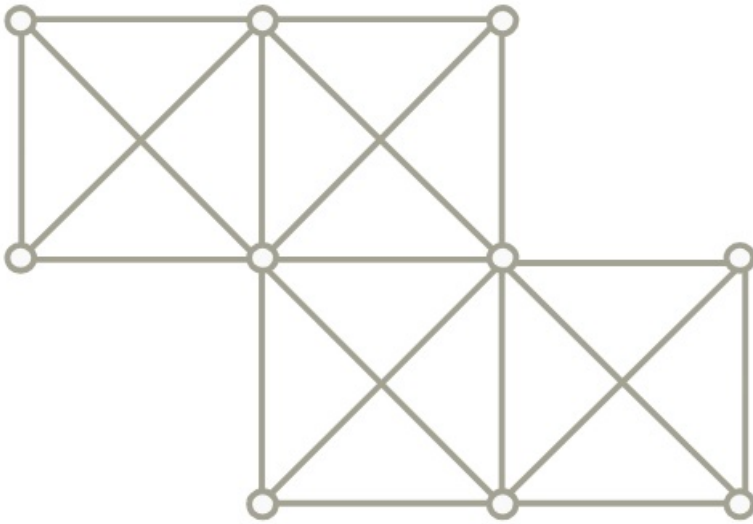
a)



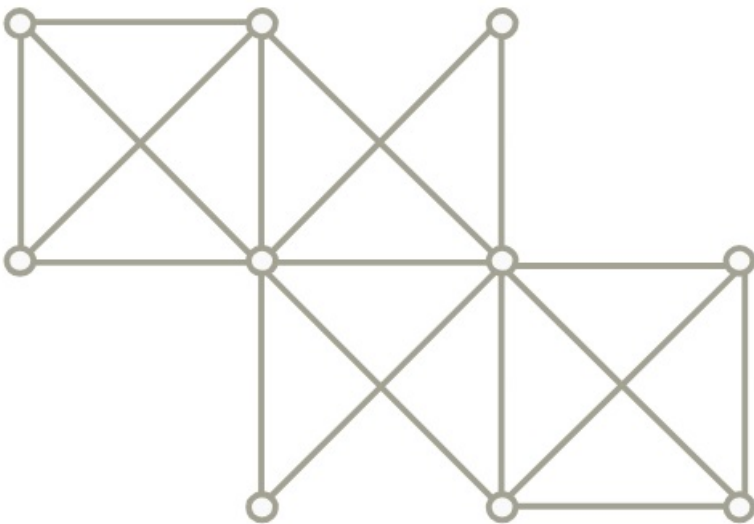
b)



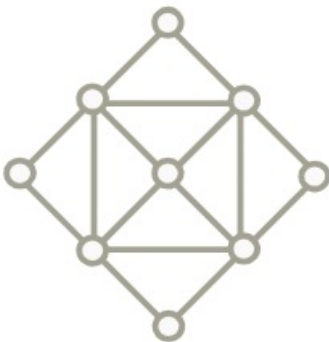
c)



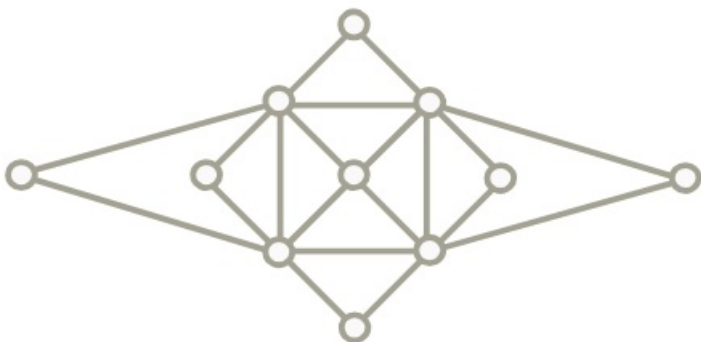
d)


[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

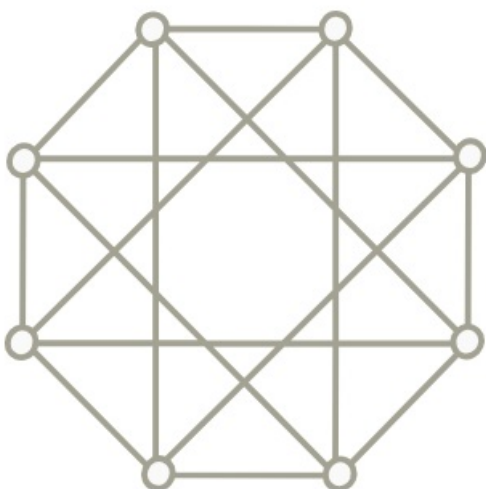
a) Adjuk meg a gráfparamétereit.



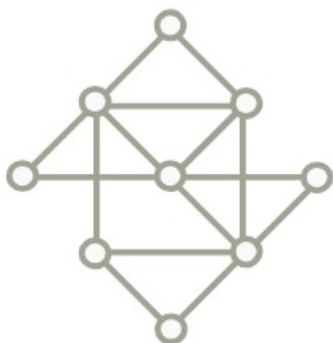
b) Adjuk meg a gráfparamétereit.



c) Adjuk meg a gráfparamétereit.



d) Adjuk meg a gráfparamétereit.



e) Egy gráfban $2n$ darab pont van, és minden pont foka legalább n . Legalább hány elemű egy lefogyó élhalmaz a gráfban?

f) Egy 1001 pontú G egyszerű gráfban $\tau(G) = 1000$. Bizonyítsuk be, hogy G teljes gráf.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Bizonyítsuk be, hogy minden G egyszerű gráfra:

$$\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$$

b) Bizonyítsuk be, hogy minden G egyszerű gráfra:

$$2\nu(G) \geq \tau(G)$$

c) Vajon minden G egyszerű gráfban teljesül-e, hogy

$$|E(G)| \leq \Delta(G) \cdot \tau(G)$$

d) Bizonyítsuk be, hogy minden G egyszerű gráfra:

$$\alpha(G) (\Delta(G) + 1) \geq n$$

e) Bizonyítsuk be, hogy bármely G egyszerű gráfban:

$$\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$$

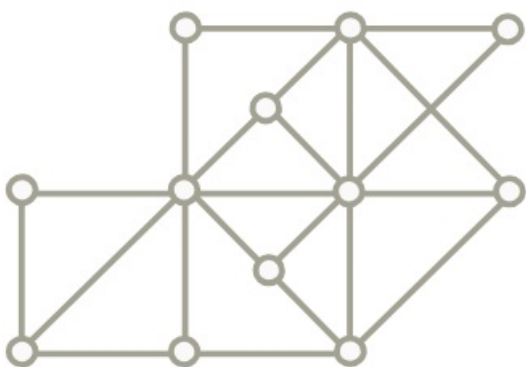
f) Bizonyítsuk be, hogy bármely G egyszerű gráfban:

$$\binom{\chi(G)}{2} \leq |E(G)|$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi gráfoknak a gráfparamétereit.

a)

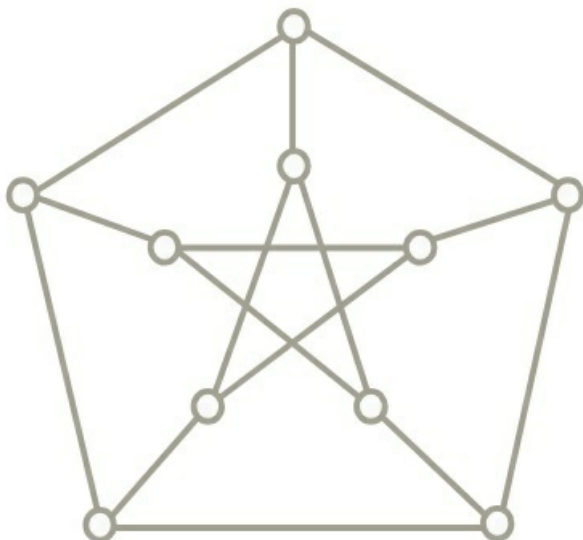


b)



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

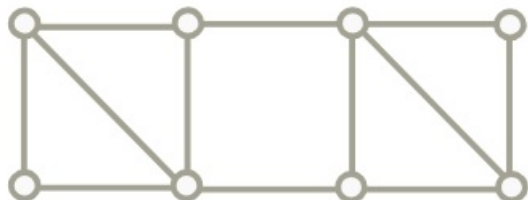
Határozzuk meg a Petersen-gráf gráfparamétereit.



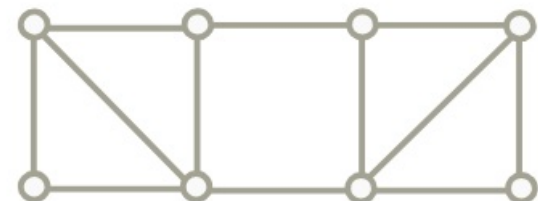
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az alábbi gráfoknak a gráfparamétereit.

a)



b)



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A G gráf csúcshalmaza $V(G) = \{1, 2, \dots, 30\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $x \neq y$ és $x \cdot y$ osztható 6-tal. Határozzuk meg $\nu(G)$ értékét!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf csúcsai legyenek a 100-nál nem nagyobb pozitív egészek. Két különböző csúcs pontosan akkor szomszédos G -ben, ha a megfelelő egészek relatív prímek. Határozzuk meg a gráfparamétereket!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G gráf csúcsai legyenek a 100-nál nem nagyobb pozitív egészek. Két különböző csúcs pontosan akkor szomszédos G -ben, ha a hozzájuk tartozó számok szorzata osztható 4-gyel. Határozzuk meg $\alpha(G)$ és $\rho(G)$ értékeit!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 1000 csúcsú gráfban $\tau(G) = 400$. Igazoljuk, hogy G -ben nincs teljes párosítás.

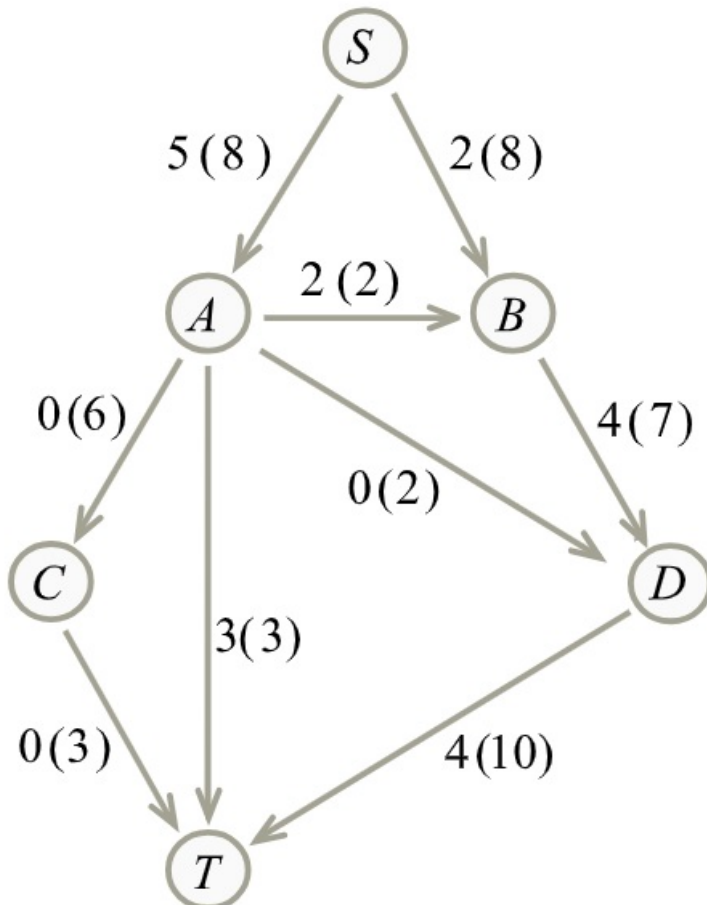
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hálózatok

Itt egy csőrendszer, melyet irányított gráffal jelölünk.

Úgy tűnik, hogy $5+2=7$ egység víz indul S-ből és $0+3+4=7$ egység is érkezik meg.

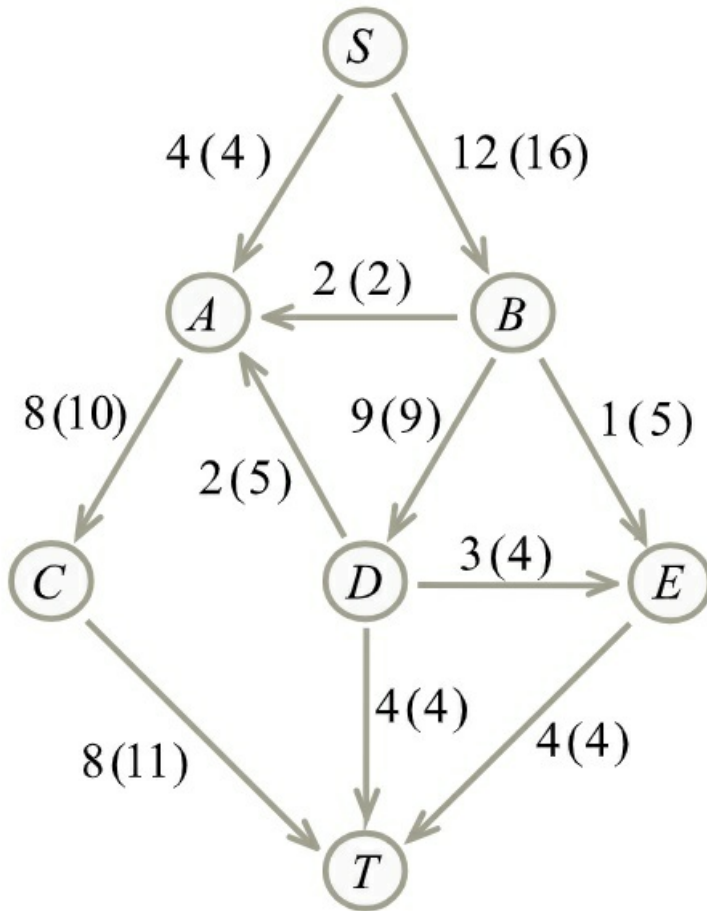
Próbáljunk meg ezen javítani.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a hálózat az élek kapacitásaival, és egy hálózatban futó folyamattal.

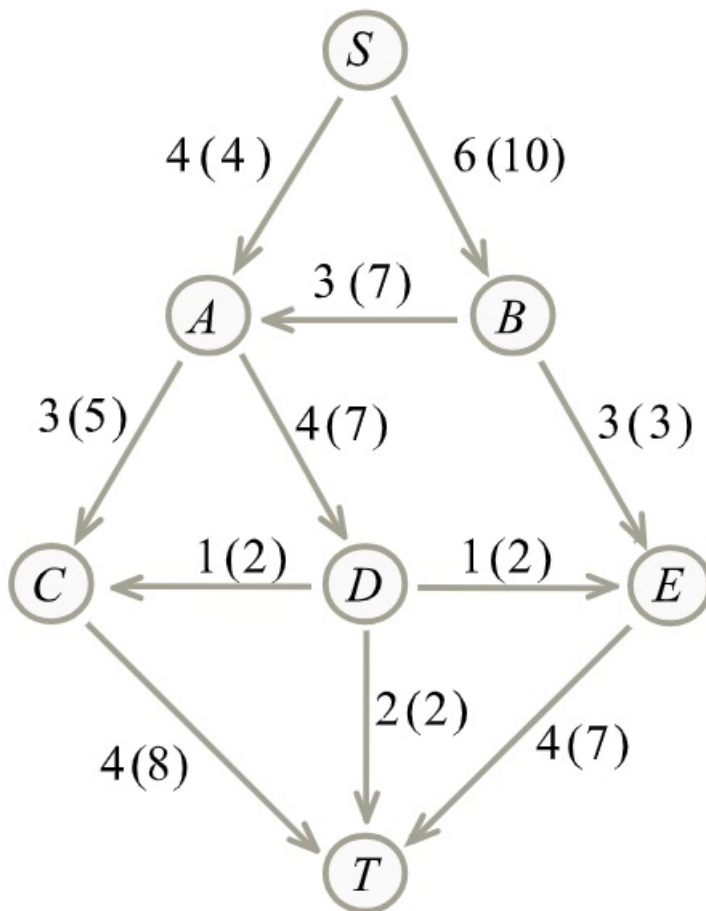
Ebből a folyamból kiindulva keressük meg az S-ből T-be vezető maximális folyamot.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt van ez a hálózat, benne egy folyamattal.

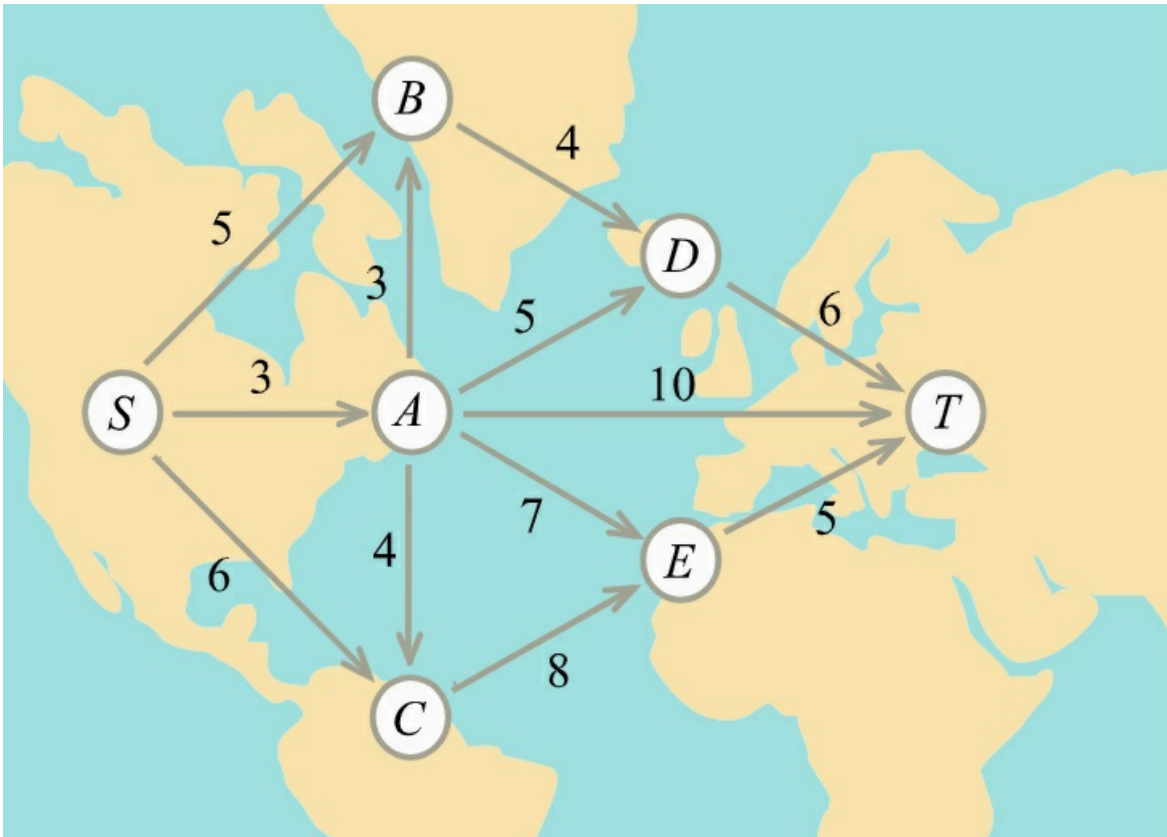
Készítsük el a javító gráfot.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

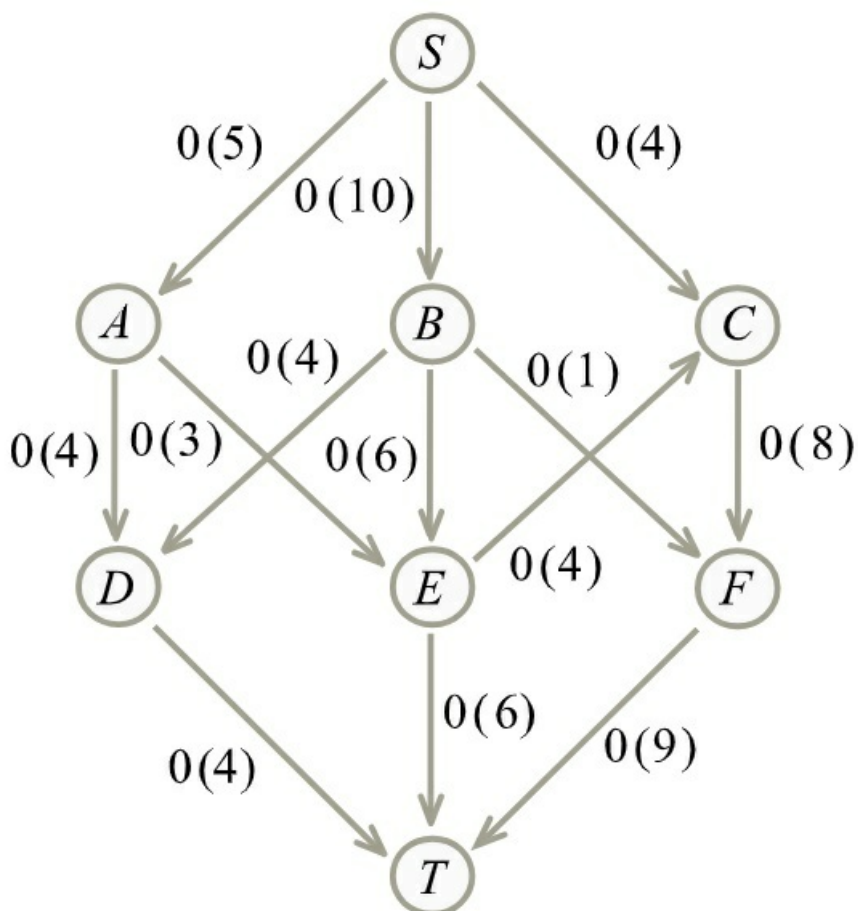
Történetünk lényege, hogy szeretnénk eljutni repülővel S-ből T-be, és ezek közül az útvonalak közül választhatunk.

Adott minden járat menetideje, a kérdés pedig az, hogy mennyi ideig fog tartani az út, és mennyi időnk lesz átszállni a repülőtereken.



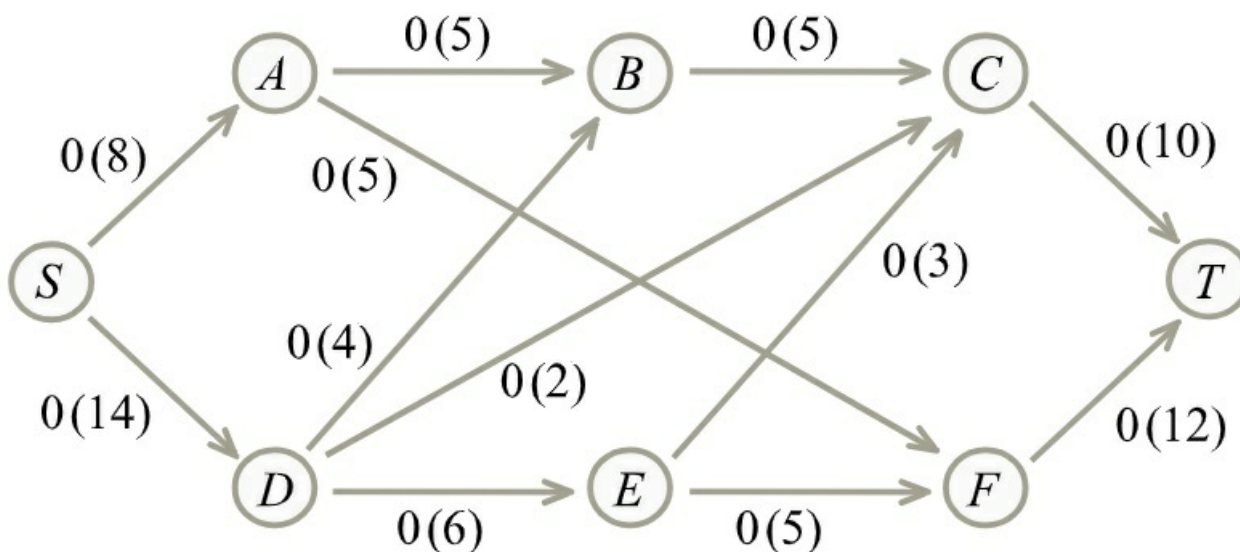
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



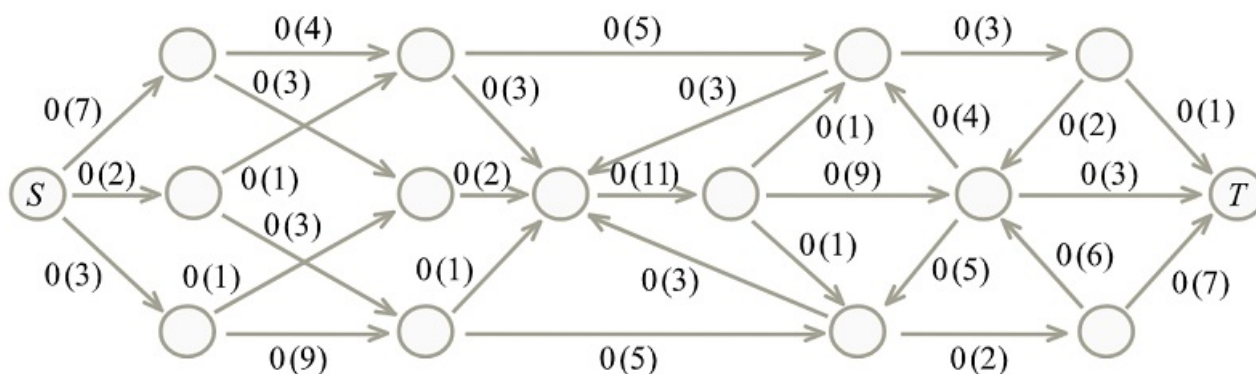
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



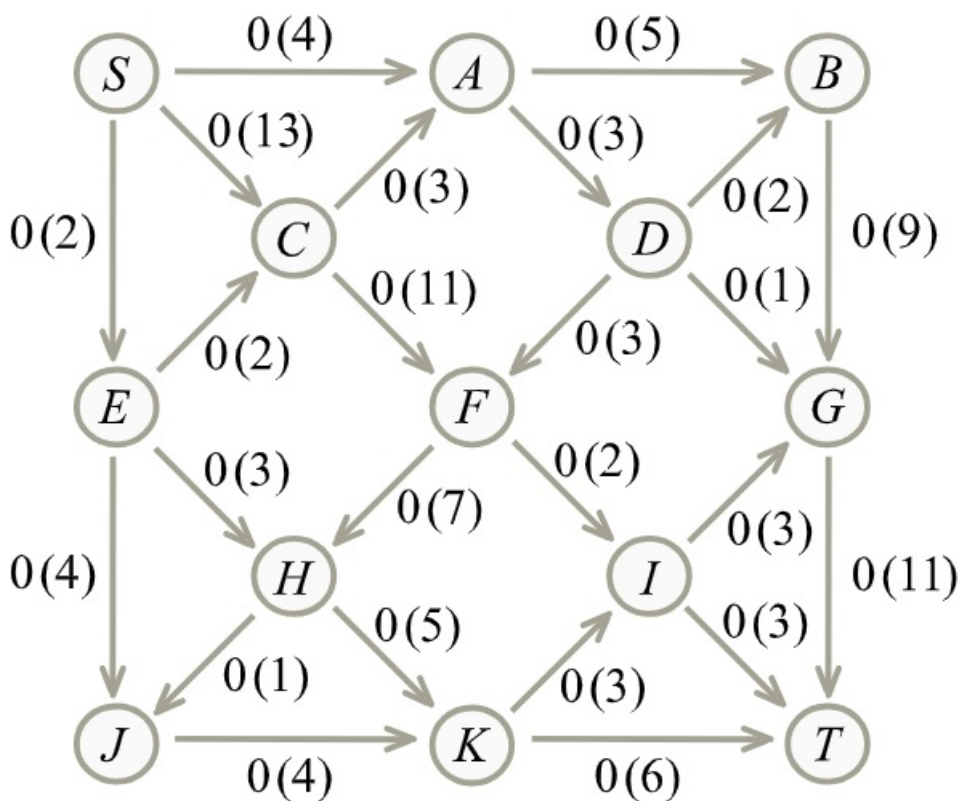
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



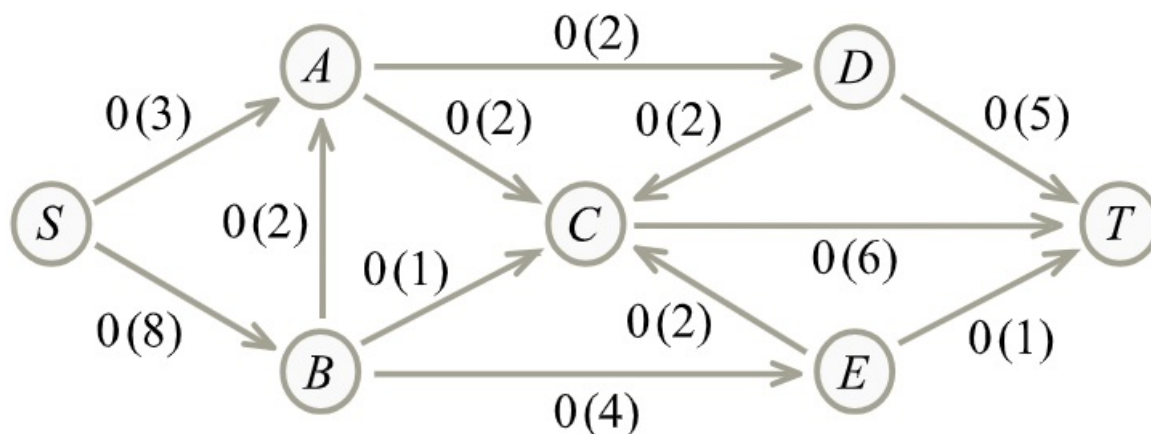
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



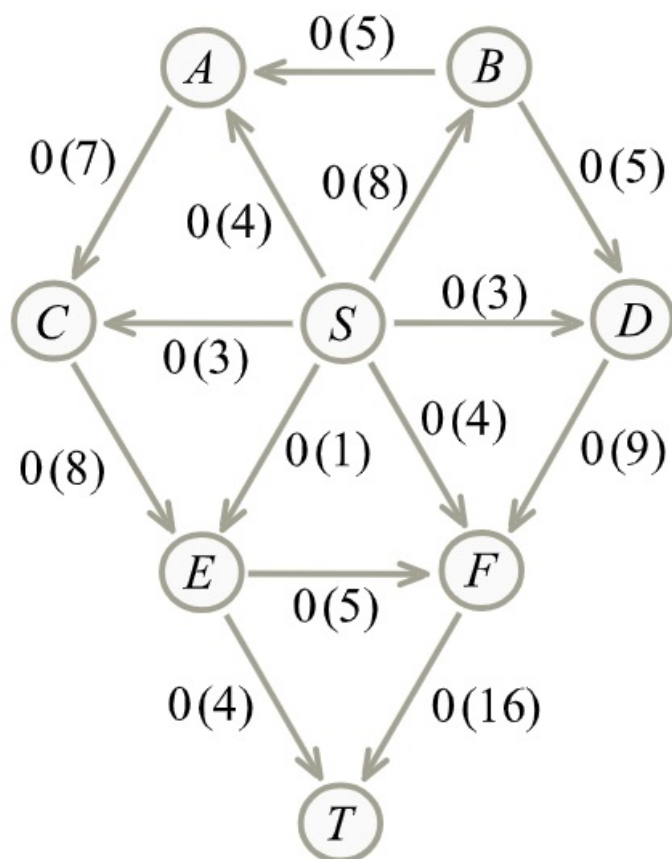
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



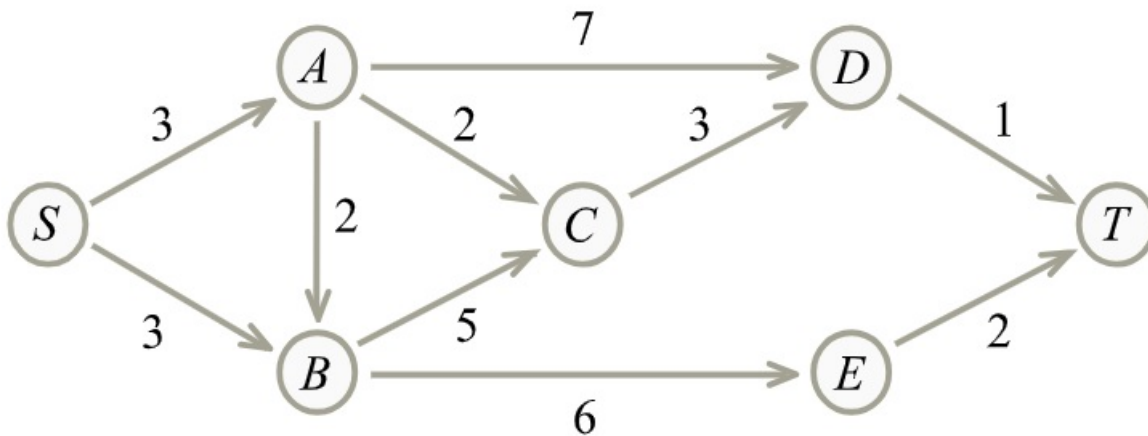
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást az alábbi hálózatban.



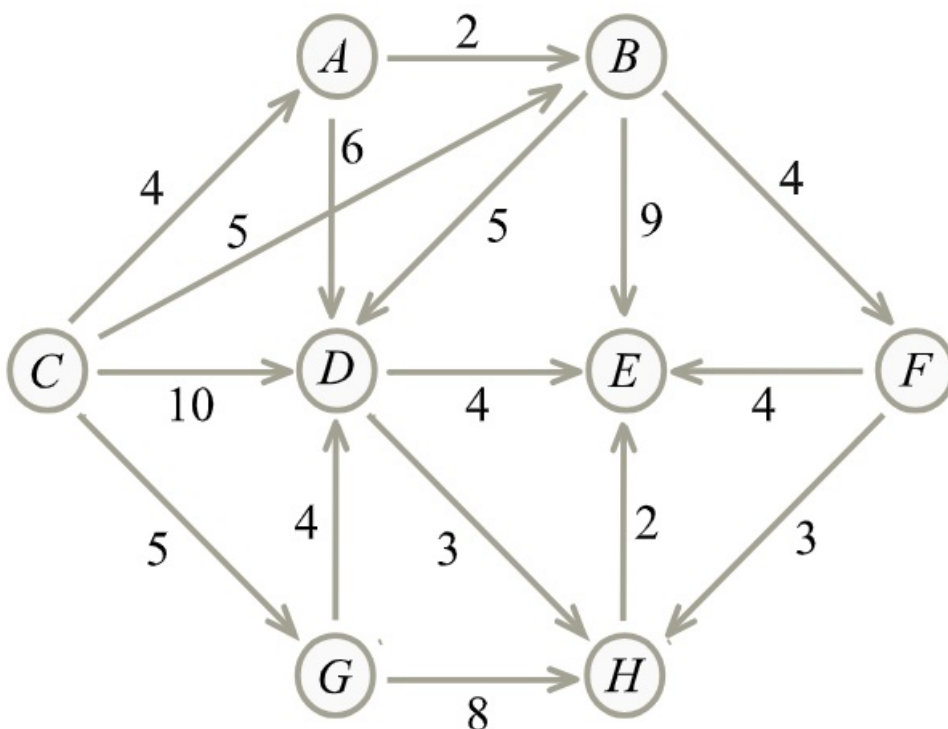
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



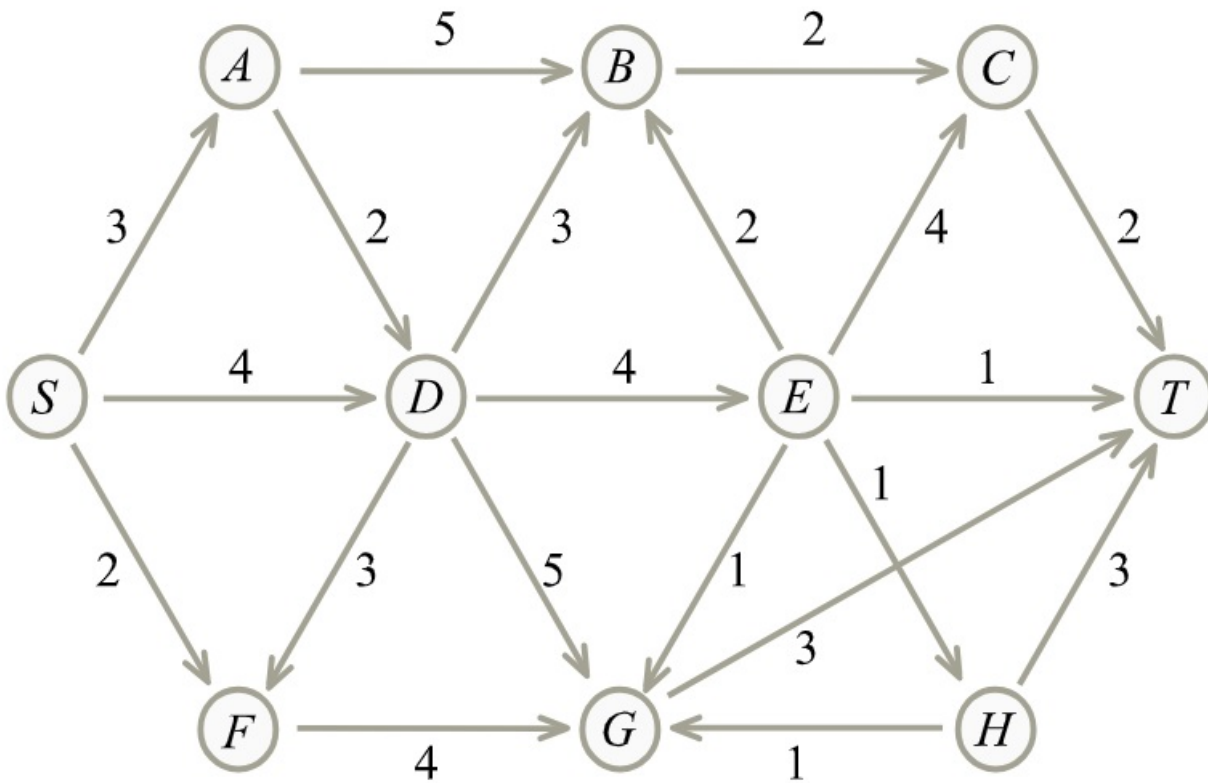
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



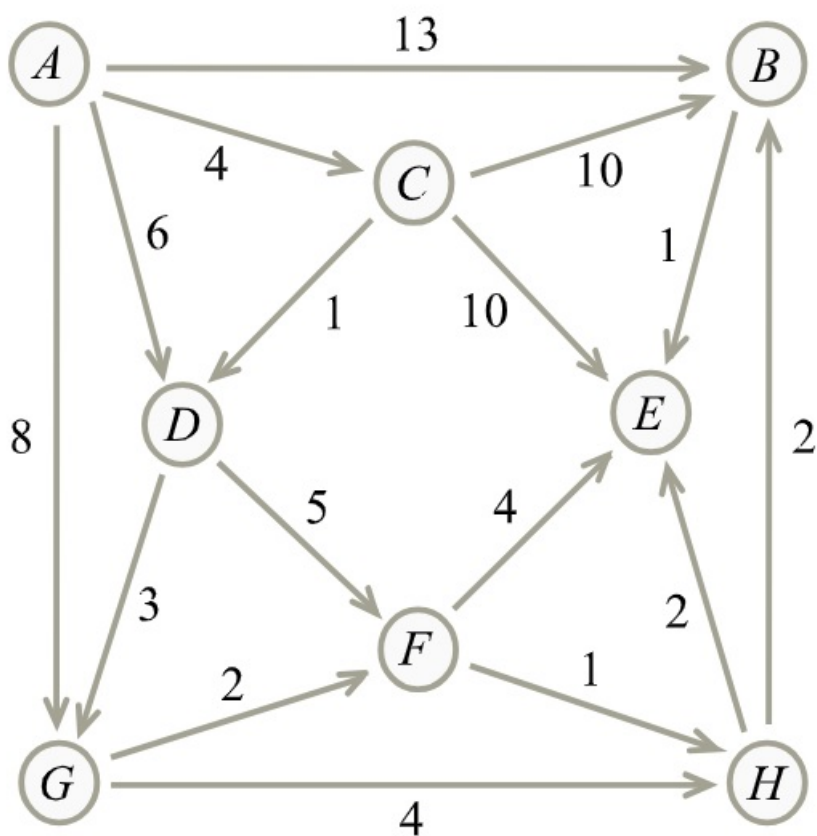
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



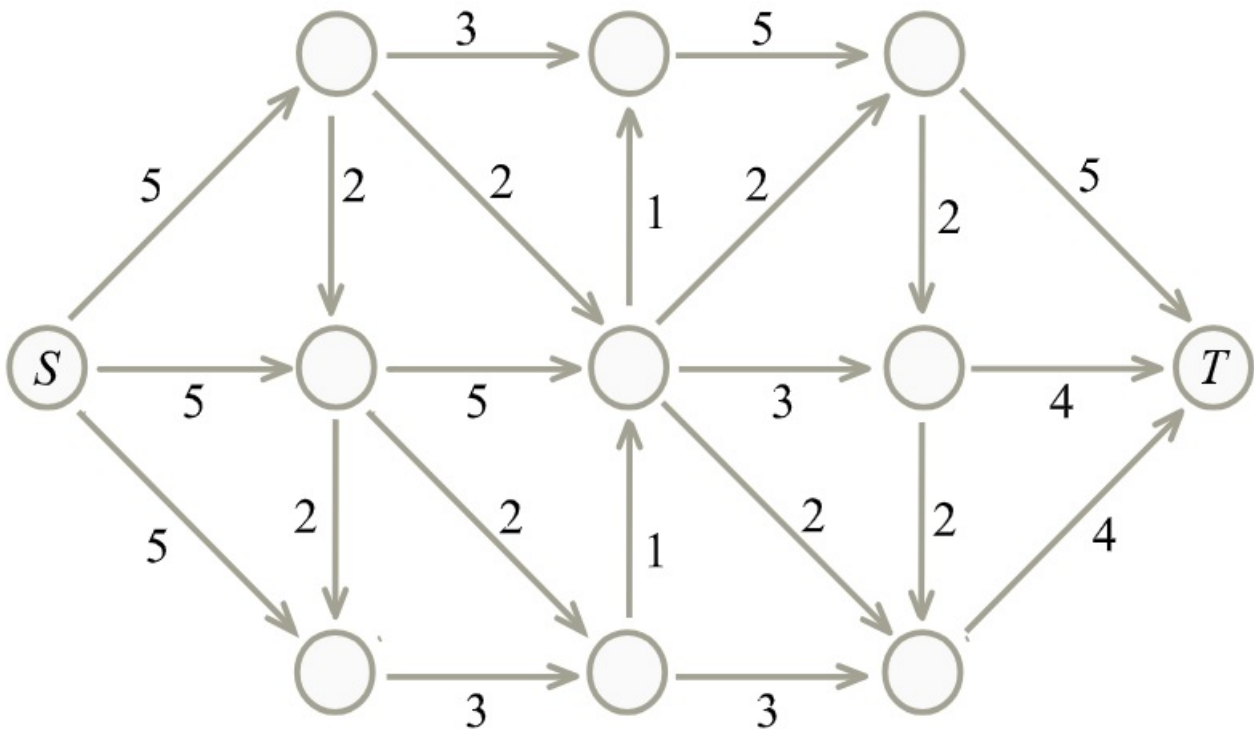
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



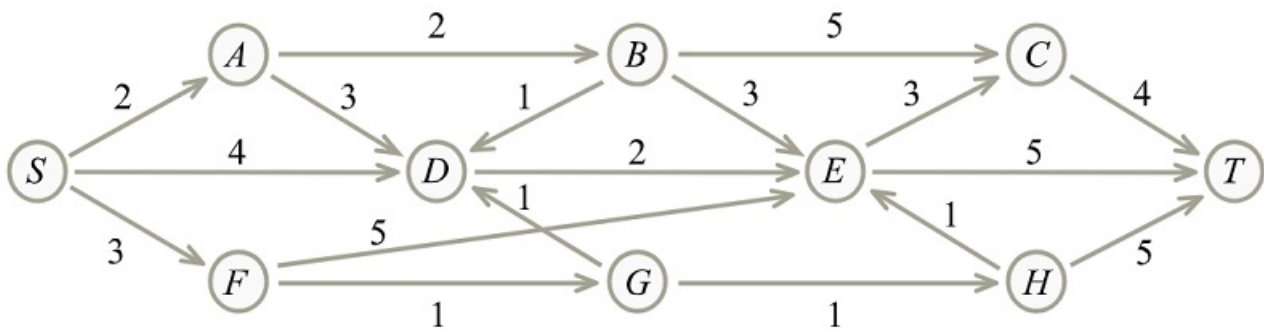
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

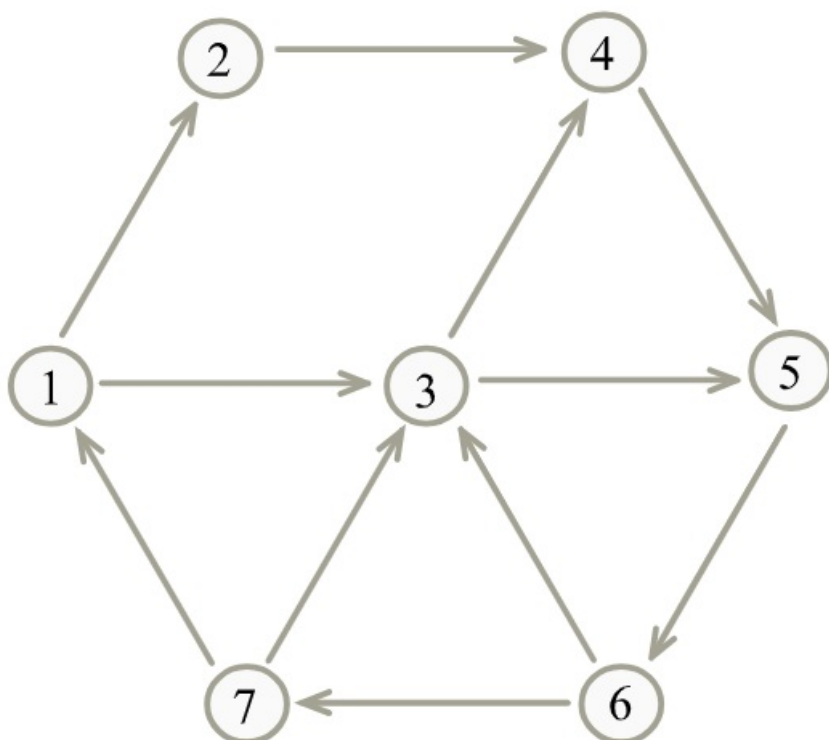
Adjuk meg a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezéseket, valamint kritikus utat.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

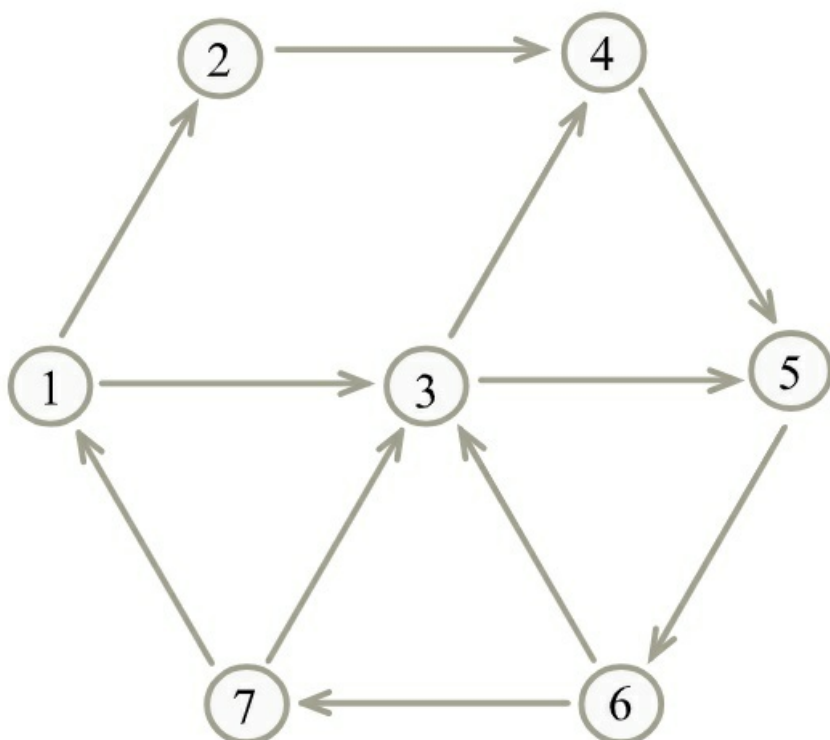
Írányított gráfok, gráfalgoritmusok irányított gráfokban

Adjuk meg az alábbi gráf DFS-fáját.



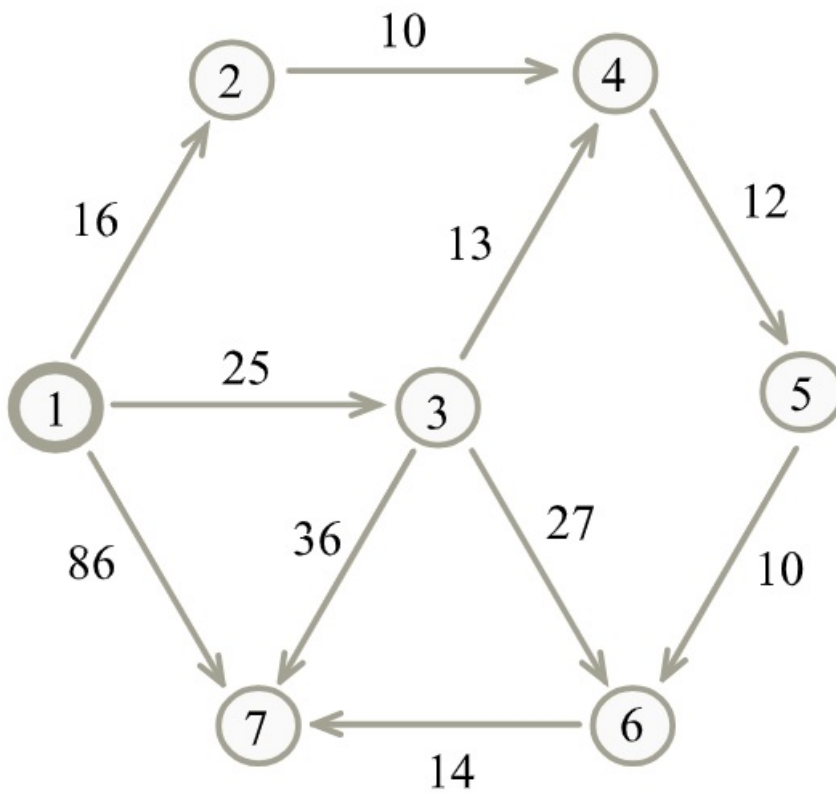
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi gráf BFS-fáját.



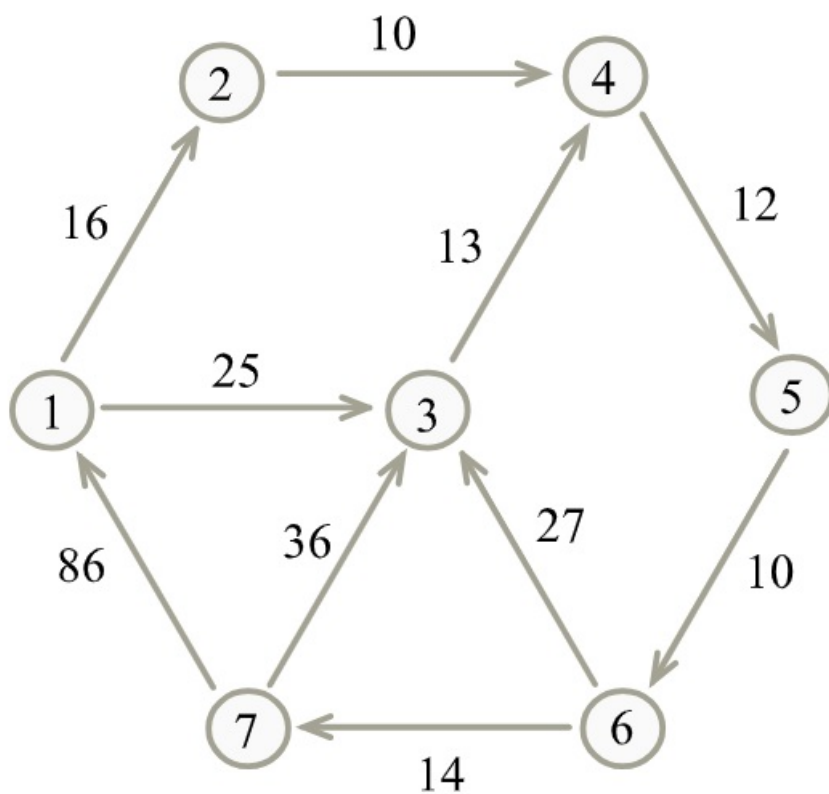
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Derítsük föl az alábbi gráfot az 1-es csúcsból indulva a Dijkstra algoritmus segítségével.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel az alábbi gráf bármely két csúcsa közti távolságokat a Floyd algoritmus segítségével.



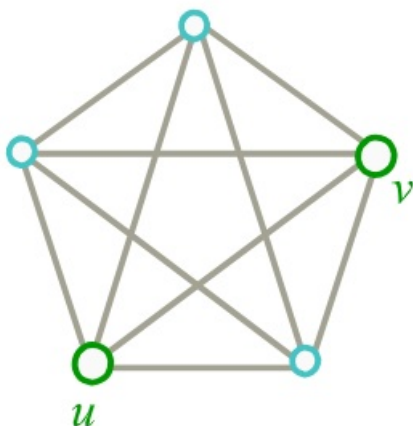
[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Menger tételei, többszörös összefüggőség

Mi történik, ha egy 100 pontú teljes gráfból elhagyunk két élt. Hányszorosan élösszefüggő és hányszorosan pontösszefüggő lesz a megmaradó gráf?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Itt egy gráf, és próbáljuk meg kideríteni, hogy hány élidegen út vezet u és v között.



b) Egy 100 pontú teljes gráfból elhagyunk 10 élt. Legalább hányszorosan élösszefüggő lesz a megmaradó gráf?

c) Bizonyítsuk be, hogy egy háromszorosan élösszefüggő gráfban mindig van páros hosszú kör.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Páros gráfok, párosítások

a) Egy bárban 60 lány van. Minden lány 12 fiút ismer és minden fiú 15 lányt ismer. Az ismertségek kölcsönösek. Hány fiú van a bárban? Tudunk-e úgy fiú-lány párokat alkotni, hogy minden fiút egy ismerős lánnyal párosítsunk?

b) Egy kiránduláson fényképet készítenek a résztvevőkről. Minden képen 4-en szerepelnek, és tudjuk, hogy mindenkiről legalább 4 kép készült. A kirándulás végén mindenki választhat egy képet. Igazoljuk, hogy biztosan mindenkinek jutni fog olyan kép, amin rajta van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy bálon 10 fiú és 10 lány vesz részt. Minden lány legalább 6 fiút ismer és minden fiú is legalább 6 lányt. Az ismertségek kölcsönösek. A nyitótáncon mindenki ismerőssel szeretne táncolni. Bizonyítsuk be, hogy ez lehetséges.

b) Egy 12 csúcsú páros gráfban minden csúcs foka 3 vagy 4. Bizonyítsuk be, hogy van a gráfban teljes párosítás.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy bálon összesen 16-an vesznek részt. Minden lány vagy 4 vagy 5 fiút ismer és minden fiú is vagy 4 vagy 5 lányt. A nyitótáncon mindenki ismerőssel szeretne táncolni. Bizonyítsuk be, hogy ez lehetséges.

b) Egy páros gráf két pontosztálya A és B. Két pont akkor szomszédos, ha ebben a szomszédsági mátrixban az A-ban lévő pont sorának és a B-ben lévő pont oszlopának metszetében 1-es áll:

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
a_1	0	1	1	0	1	0	0
a_2	1	1	0	1	0	1	0
a_3	1	1	0	1	0	0	1
a_4	0	0	1	1	1	1	1
a_5	0	1	0	1	0	1	0
a_6	1	1	0	1	1	0	1
a_7	1	0	1	0	1	1	1

Van-e a gráfban teljes párosítás?

c) Egy másik G páros gráf két pontosztálya A és B. Két pont akkor szomszédos, ha ebben a szomszédsági mátrixban az A-ban lévő pont sorának és a B-ben lévő pont oszlopának metszetében 1-es áll. Van-e G-ben teljes párosítás?

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
a_1	1	0	0	1	0	0	0
a_2	1	0	0	0	0	0	0
a_3	1	0	0	1	0	1	1
a_4	1	0	1	1	0	1	0
a_5	0	0	1	0	0	1	0
a_6	0	0	0	1	0	1	0
a_7	1	1	0	0	1	1	1

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 20 csúcsú egyszerű páros gráfban minden fok 5 vagy 6. Mutassuk meg, hogy a gráfnak van teljes párosítása.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bálon 12 lány és 666 fiú vesz részt. A szervezők így 12 (fiú-lány) párt szeretnének összeállítani a nyitótánchoz úgy, hogy mindenki ismerőssel táncoljon. Minden lány legalább 11 fiút ismer, a fiúk közül viszont mindenki legfeljebb 11 lányt ismer. Biztosan össze tudják-e állítani a szervezők a 12 párt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bálon 1001 lány és 1001 fiú vesz részt, mindenkinek legalább 500 ellenkező nemű ismerőse van. Biztosan össze lehet-e állítani 1001 olyan fiú-lány párt, ahol a párok tagjai ismerősök?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G egyszerű, páros gráf mindkét színosztálya egyenként 999 pontot tartalmaz, az A színosztályban minden pont foka legalább 666, B -ben pedig legalább 333. Mutassuk meg, hogy G -nek van teljes párosítása.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy G egyszerű, páros gráf A színosztályában 99 csúcsa van, ezek bármelyikének a fokszáma legalább 33, de A -ban van 66 olyan csúcs, amelyek bármelyikének foka legalább 66. Sőt, A tartalmaz 33 olyan csúcsot is, amelyek mindegyikéből legalább 99 él indul. Mutassuk meg, hogy G -nek van A -t fedő párosítása.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
