

## Kétváltozós függvények

Deriváljuk a következő függvényeket.

a)  $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b)  $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvények lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

a)  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b)  $f(x, y) = e^{x-2} - x + \ln(y^2 + 1)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = xy + 12$ , a feltétel:  $x^2 + y^2 = 8$

b)  $f(x, y) = 12 - x^2 - y^2$ , a feltétel:  $x - y - 4 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4 \rightarrow \min.$ , a feltétel:  $3x - y = 2$

b)  $f(x, y) = x + y + 4 \rightarrow \min.$ , a feltétel:  $x^2 + y^2 = 8$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 + 5$ , adjuk meg a szintvonalakat  $c = 0$ ,  $c = 5$ ,  $c = 10$  és  $c = 15$  esetben, utána pedig keressük meg a szélsőértékeket, és vizsgáljuk meg a konvexitást.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük meg a szintvonalak segítségével a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a)  $f(x, y) = 5x^2 + 5y^2 \rightarrow \min.$ , a feltétel:  $x - y = 2$

b)  $f(x, y) = 10xy \rightarrow \max.$ , a feltétel:  $x + y = 2$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az  $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$  függvény  $(2, 1)$  pontbeli érintősíkjának egyenletét!

b) Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(0, 1, 1)$  pontban az  $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$  függvényhez húzott érintő az  $R(1, 0, 1)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a  $\underline{v} = (3, 4)$  iránymenti deriváltját a  $P(2, 1)$  pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + xy^3 + y^5$$

b) Számoljuk ki a  $\underline{v} = (2, 2, 1)$  iránymenti deriváltját a  $P(3, 5, 4)$  pontban ennek a függvénynek:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x \cdot z^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az  $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$  implicit függvény deriváltját!

b) Deriváljuk  $x$  és  $y$  szerint:

$$x^3 + e^y + \ln z = z^2 + e^x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben kétféle terméket állítanak elő. Ha az  $A$  típusú eladási ára  $\$x$  a  $B$  típusúé  $\$y$ , akkor az alkalmazott ártól függően az  $A$  típusból  $f(x, y) = 29 - 3x + y$ , a  $B$  típusból pedig  $g(x, y) = 16 + x - 4y$ , az eladható heti mennyiség 1000 darabban van megadva. Milyen eladási árakat kell alkalmazni, hogy a profit maximális legyen, ha az  $A$  típusú termék előállítás költsége  $\$2$ /darab míg a  $B$  típusúé  $\$1$ /darab?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -x^3 + 30xy - 30y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2 + 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + 2xy - 4x^2 - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = xy^2 - y^2 - 2 \ln(xy)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = -8x + y + \frac{1}{x^2y}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x^3 + y^2 + 6xy + 4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = (x^2 - 6x) \cdot (y^2 - 4y) \quad x, y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk föl az érintősík egyenletét a  $P(2, 5, f(2, 5))$  pontban!

$$f(x, y) = 4x^3y^2 - xy - y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk föl az érintősík egyenletét a  $P(1, -1, f(1, -1))$  pontban!

$$f(x, y) = 6xy - 3x^2y - y^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Írjuk föl annak az érintősíknak az egyenletét, amely párhuzamos a  $z = 3x + 2y - 7$  síkkal és az  $f(x, y) = 2x^3y - y^2 + 3x$  függvényt érinti!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(0, 2, 1)$  pontban, az  $f(x, y) = e^{\alpha x} + y \cdot \ln(xy^2 + 1)$  függvényhez húzott érintő az  $R(1, 3, 1)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Milyen  $\alpha$  paraméter esetén halad át a  $P(1, 0, f(1, 0))$  pontban, az  $f(x, y) = \alpha \cdot x^2 \cdot e^y + y \cdot \ln(xy^2 + \alpha)$  függvényhez húzott érintő az  $R(0, 1, 2)$  ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adjuk meg az  $f(x, y) = 2x \ln(x^2 - xy^2 - 4)$  függvény totális deriváltját a  $P(5, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = yx^5 - 2xy^3 + 4x - 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Adjuk meg az első- és másodrendű deriváltjait!

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5y + e^{2x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \arctan(y^x)$  gradiensét a  $P_0(1, 2)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \sin(\ln(y^x))$  gradiensét a  $P_0(3, 1)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Számoljuk ki az  $f(x, y) = \cos \ln(x^y)$  gradiensét a  $P_0(7, 1)$  pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$g(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---