

Vektorok, egyenesek és síkok egyenletei

Adott egy kocka. Az A csúcsából kiinduló 3 oldalvektor segítségével fejezzük ki az alábbi vektorokat.

a) $\overrightarrow{AG} = ?$

b) $\overrightarrow{FH} = ?$

c) $\overrightarrow{CE} = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Milyen hosszú az $\underline{a} = (2, 4)$ vektor?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Állapítsuk meg x értékét úgy, hogy az $\underline{a} = (x, 3)$ és $\underline{b} = (5, 2)$ [vektorok](#) egymásra merőlegesek legyenek.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $\underline{a} = (3, 2)$ vektor $+90^\circ$ -os és -90° -os elforgatottját.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(7, 8, 9)$ ponton átmenő és $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ irányvektorú egyenes egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Írjuk föl a $P(3, 5)$ ponton átmenő és a $4x + y = 6$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes síkbeli egyenletét.

b) Írjuk föl a $P(3, 5, 7)$ ponton átmenő és az $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-1}{9}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík térbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [vektorok](#) vektoriális szorzatát.

a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} \times \underline{b} = ?$

b) Írjuk föl a $P(1, 1)$ és $Q(3, 5)$ ponton átmenő egyenes síkbeli egyenletét.

c) Írjuk föl a $P(1, 4, 1)$ a $Q(3, 5, 7)$ és az $R(6, 5, 2)$ pontokon átmenő sík térbeli egyenletét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg ezeknek az egyeneseknek a metszéspontját.

$$e_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y-9}{5} = \frac{z-4}{3}$$

$$e_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{3}$$

b) Adjuk meg a $7x - 4y + 2z = 7$ és a $16 - 7y + z = 21$ egyenletű síkok metszésvonalának egyenletrendszerét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $2x + y - 3z = 2$ egyenletű S_1 és az $x + 7y + 3z = 21$ egyenletű S_2 síkokról döntsük el, hogy

a) rajta van-e a $P(5; 1; 3)$ pont az S_1 és az S_2 metszésvonalán,

b) merőleges-e egymásra S_1 és S_2 ?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Átmegy-e az origón az S sík, amely tartalmazza a $P(2; -1; 4)$ pontot és az $\frac{x-1}{4} = \frac{1-y}{5} = \frac{z-3}{6}$ egyenletrendszerű e egyenest?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tartalmazza-e az $R(1; 3; 4)$ pontot az a sík, amelyet a $P(1; 7; -1)$ és a $Q(11; 9; -5)$ pontokat összekötő egyenes a P -ben merőlegesen dőf?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az e egyenesről tudjuk, hogy merőlegesen dőfi az $x + 2y + 3z = 6$ egyenletű síkot az $(1; 1; 1)$ pontban, az f egyenesről pedig, hogy átmegy az $(5; 2; -1)$ ponton és a $(13; 4; -5)$ ponton. Döntsük el, hogy e -nek és f -nek van-e közös pontja.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van-e az $A(-1; -2; 1)$, $B(3; 1; 3)$, és $C(7; 6; 3)$ pontokat tartalmazó síknak olyan pontja, amely az y -tengelyre esik? Ha igen, melyik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az e egyenes egyenletrendszer $x = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, az f egyenes egyenletrendszer pedig $\frac{x}{-2} = \frac{3-y}{6} = \frac{2-z}{10}$.

Döntsük el, hogy e és f párhuzamosak-e. Ha igen, akkor határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely mindkettőt tartalmazza.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az $x - 4 = \frac{y+5}{4} = \frac{2-z}{3}$ egyenletrendszerű e egyenes minden olyan P pontját, amelyre a P -t a $Q(7; 12; 4)$ ponttal összekötő f egyenes merőleges e -re.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A p paraméter milyen értékére esnek egy síkba az $A(2; 3; 3)$, $B(3; 4; 1)$, $C(4; 6; 2)$, és $D(p; 2; 5)$ pontok?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Párhuzamos-e az $\frac{5x+3}{10} = \frac{4-y}{5} = \frac{5-2z}{2}$ egyenletrendszerű egyenes a $6x + y + 7z = 91$, illetve az $5x + 2y = 79$ egyenletű síkok metszésvonalával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a $P(12; 1; 7)$ ponton és merőlegesen metszi az $x - 3 = \frac{y-2}{3} = \frac{-z-1}{4}$ egyenletrendszerű egyenest.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amelyik átmegy az AC szakasz felezőpontján, és merőleges az ABC síkra, hogyha adott $A(1, 0, 7)$, $B(2, -4, 4)$ és $C(3, -2, -1)$.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az $A(1, -2, 3)$ és $B(4, 1, 0)$ pontok által adott szakasz felezőpontján átmenő és az $\underline{a} = (-1, 2, 4)$ vektorral párhuzamos egyenes egyenletét. Adjuk meg az $\overrightarrow{AB}$ és $\underline{a}$ vektor szögét.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)