MATEKING.HU

Képletgyűjtemény

MATEK 9. OSZTÁLY tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 15.

Tartalomjegyzék

Halmazok

Vannak az A és B halmazok.

Az A és B halmazok uniója: Azon elemek halmaza, amelyek legalább az egyik halmazban benne vannak.

Jele: $A \cup B$

Az A és B halmazok metszete: Azon elemek halmaza, amelyek mindkét halmazban benne vannak.

Jele: $A \cap B$

Az A és B halmazok különbsége: Azon elemek halmaza, amelyek az A halmazba benne vannak, de a B halmazba nem.

Jele: $A \setminus B$

Az A halmaz komplementere a H alaphalmazon nézve: Az alaphalmaz azon elemeinek halmza, amelyek nincsenek benne az A-ban.

Jele: $\overline{A}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A logikai szita formula két halmazra:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

A logikai szita formula három halmazra:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az első De Morgan azonosság azt mondja, hogy a metszet komplementere pont megegyezik a komplementrek uniójával:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

A második De Morgan azonosság pedig azt mondja, hogy az unió komplementere éppen megegyezik a komplementerek metszetével:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy halmaz összes részhalmazainak halmazát hatványhalmaznak nevezzük.

Pl.: az $A = \{x, y, z\}$ halmaz hatványhalmaza:
$P(A) = \{\emptyset. \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\}\}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A és B halmazok Descartes-szorzata úgy működik, hogy elkészítjük az összes lehetséges rendezett párt, aminek az első elemét A-ból, a második elemét pedig B-ből vesszük, és ezeket a rendezett párokat betesszük egy halmazba, amit az A és B halmazok Descartes-szorzatának hívunk.

$$A \times B = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B\}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az f halmazt függvénynek nevezzük, ha minden eleme rendezett pár, és ha $\langle x_1, y_1 \rangle \in f$ és $\langle x_1, y_2 \rangle \in f$ akkor szükségképpen $y_1 = y_2$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kombinatorika

Egy adott n elemű halmaz elemeinek egy ismétlés nélküli permutációján az n különböző elem egy sorba rendezését értjük.

n darab különböző elem permutációinak száma:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

n faktoriálisán az n-nél kisebb vagy egyenlő pozitív egész számok szorzatát értjük.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

pl.:

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$
$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$
$$1! = 1$$

Továbbá definíció szerint $0! = 1$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha n db. egymástól különböző elem közül kiválasztunk k ($k \leq n$) db.-ot úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendje is számít, akkor az n elem k-ad osztályú ismétlés nélküli variációját kapjuk.

n darab különböző elemből kiválasztott k darab elem variációinak száma:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha n különböző elem közül kiválasztunk k ($k \leq n$) db.-ot úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendjére nem vagyunk tekintettel, akkor n elem k-ad osztályú ismétlés nélküli kombinációját kapjuk.

n darab különböző elem közül kiválasztott k darab elem kombinációinak száma:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha n elem között van $k_1, k_2, \dots, k_r$ egymással megegyező, akkor az elemek egy sorba rendezését ismétléses permutációnak nevezzük.

n elem közötti $k_1, k_2, \dots, k_r$ egymással megegyező ismétléses permutációinak száma:

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha n db. egymástól különböző elem közül kiválasztunk k db.-ot úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendje is számít és ugyanazt az elemet többször is választhatjuk, akkor az n elem k-ad osztályú ismétléses variációját kapjuk.

Az n elem k-ad osztályú ismétléses variációk száma: n^k.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha kör alakban helyezünk el n különböző elemet és azok sorrendjét vizsgáljuk, akkor ciklikus permutációról beszélünk.

n darab különböző elem ciklikus permutációinak száma $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Gráfok

A gráf csúcsokból és azokat összekötő élekből áll.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráf összefüggő, ha bármelyik csúcsából el lehet jutni bármelyik másik csúcsába élek mentén.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A gráf egy csúcsának fokszáma a gráf e csúcsában összefutó élek száma.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráfban körnek nevezünk egy olyan utat, amely csupa különböző csúcsokon és éleken haladva visszavezet a kiinduló csúcsába.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy gráfban nincs kör, de maga a gráf összefüggő, akkor fának nevezzük.

Egy n csúcsú fának mindig $n-1$ darab éle van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azokat a gráfokat, ahol minden csúcs mindegyikkel össze van kötve, teljes gráfnak hívjuk.

Az n csúcsú teljes gráf éleinek a száma:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráf egyszerű, ha nincs benne sem többszörös él, sem hurokél.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy gráf Euler-köre olyan zárt élsorozat, amely a gráf összes élét pontosan egyszer tartalmazza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egyenes arányosság, fordított arányosság

Két mennyiség akkor egyenesen arányos, hogyha az egyiket valahányszorosára változtatjuk, akkor a másik is ugyanennyiszeresére változik.

Tipikus példa egy vonatjegy ára és a megtett távolság. Hogyha például a jegy 0,4 euróba kerül kilométerenként, akkor 1 kilométer 0,4 euró, 2 kilométer kétszer annyi, vagyis 0,8 euró, 3 kilométer háromszor annyi, vagyis 1,2 euró és így tovább. Egy másik tipikus példa a munkavégzéses feladatok. Ha például egy teherautó 400 tonna földet tud elszállítani, akkor két ugyanolyan teherautó kétszer annyit, vagyis 800 tonnát, három teherautó 1200 tonnát, és így tovább.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két mennyiség akkor fordítottan arányos, hogyha az egyiket valahányszorosára változtatjuk, akkor a másik ugyanennyied részére változik.

Tipikus példa fordított arányosságra a munkavégzéssel kapcsolatos kérdések. Ha egy adott munkát egy gép 12 óra alatt tud megcsinálni, akkor két ugyanolyan géppel 6 óra alatt lehet végezni, három egyforma géppel pedig 4 óra alatt. Vagyis a 12-t osztjuk a gépek számával. Egy másik tipikus példa, hogy egy rakományt 10 fordulóval tudnak teherautóval elszállítani. Ha két teherautót használunk akkor 10/2=5 forduló kell, és így tovább.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Százalékszámítás

A százalékalap az a szám, amihez a százalékszámítás során viszonyítunk. Ez jelenti mindig a 100%-ot. Ha például egy osztályba 20 gyerek jár és közülük 8 lány, 12 fiú, akkor a 20 gyerek lesz a 100%, aminek valahány százaléka lány és valahány százaléka fiú.

A százalékszámítás lényege, hogy

$\text{Százalékalap} \cdot \text{Százalékláb} = \text{Százalékérték}$

A példánkban a 20 fős osztály 40%-a lány, vagyis:

$20 \cdot 40\% = 8$

A százaléklábat, vagyis a 16%-ot pedig a számolás közben úgy kell kezelni, mint századrész, tehát 40%=0,4.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékláb a százalékszámításos feladatban a százalék. Ennyi százalékát kell kiszámítani a százalékalapnak.

A százalékszámítás lényege, hogy

$\text{Százalékalap} \cdot \text{Százalékláb} = \text{Százalékérték}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékérték a százalékalap és a százalékláb szorzata, tehát a végeredmény.

A százalékszámítás lényege, hogy

$\text{Százalékalap} \cdot \text{Százalékláb} = \text{Százalékérték}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékszámítás lényeg nagyon röviden annyi, hogy a százalék valójában azt jelenti, hogy századrész. Például valaminek a 16%-a:

$\frac{16}{100} = 16\%$

Hogyha mondjuk egy osztályba 25-en járnak és közülük 16% lány, akkor az mindössze ezt jelenti, hogy

$25 \cdot \frac{16}{100} = \text{Lányok száma}$

Ezt már nagyon egyszerű kiszámolni, és az jön ki, hogy 4, vagyis a 25-nek a 16%-a 4.

Itt a 25 a százalékalap, a 16% pedig a százalékláb és az eredményül kapott 4 pedig a százalékérték. De igazából nem is az a lényeg, hogy melyiket hogyan hívjuk, hanem az, hogy ilyen egyszerűen tudunk a százalékokkal számolni.

A százalékszmítás feladatok rendszerint úgy működnek, hogy a három szereplőből, vagyis a százalékalapból, a százaléklábból és a százalékértékből kettőt ismerünk és a harmadikat ki kell számolni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékalap a százalérték és a százalékláb hányadosa.

Százalékalap $= \frac{\text{Százalékérték}}{\text{Százalékláb}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékláb a százalékérték és a százalékalap hányadosa.

Százalékláb $= \frac{\text{Százalékérték}}{\text{Százalékalap}}$

Érdemes megjegyezni, hogy a százalékalap, amivel osztani kell mindig nak/nek birtokos jelzővel van ellátva a feladatokban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha valaminek az értékét 20%-kal csökkentjük, akkor$100\% - 20\% = 80\% = \frac{80}{100} = 0,8$-cal kell szorozni.

Ha valaminek az értékét 20%-kal növeljük, akkor$100\% + 20\% = 120\% = \frac{120}{100} = 1,2$-vel kell szorozni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hatványozás, hatványazonosságok, normálalak

A hatványozás a szám önmagával vett szorzatait rövidíti.

Pl.: $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Itt a 6-ot a hatvány alapjának nevezzük, a 3-at kitevőnek, az eredményt pedig a hatvány értékének.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha azonos alapú hatványokat szorzunk, akkor a kitevők összeadódnak.

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha azonos alapú hatványokat osztunk, akkor a kitevők kivonódnak.

$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hatvány hatványa a kitevők szorzata.

$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Minden nem nulla szám nulladik hatványa 1.

$a^0 = 1$, ha $a \neq 0$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy nem nulla szám negatív egész kitevőjű hatványát úgy számolhatjuk ki, hogy a reciprokát a kitevő ellentettjére emeljük.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szorzat mindkét tényezője ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles szorzat hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és mindkét tényezőt hatványozni kell.

Pl.: $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy törtnek a számlálója és nevezője is ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles tört hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és a számlálót és nevezőt is hatványozni kell.

Pl.: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A túl nagy vagy éppen túl pici számok leírására találták ki a normálalakot.

A normálalak mindig egy szorzat, az első tényezője egy abszolútértékben 1-nél nagyobb vagy egyenlő, 10-nél kisebb szám. A másik tényezője pedig egy 10 hatvány.

Pl.: $35000 = 3,5 \cdot 10^4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Gyökvonás, gyökös azonosságok, gyöktelenítés

Egy a nem negatív szám négyzetgyöke az a nem negatív szám, aminek a négyzete a.

$a \geq 0 \qquad \sqrt{a} \geq 0 \qquad \sqrt{a}^2 = a$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \qquad a \geq 0,\ b \geq 0$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \qquad a \geq 0,\ b > 0$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy a szám köbgyöke az a szám, aminek a köbe a.

$a \in R \qquad (\sqrt[3]{a})^3 = a$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \qquad a \in R,\ b \in R$

$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \qquad a \in R,\ b \in R$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A gyökvonás másképpp viselkedik páros, illetve páratlan gyökkitevő esetén, így kétféle definíciónk lesz.

Egy a nem negatív szám $n = 2k$-adik gyöke az a nem negatív szám, amire:

$(\sqrt[2k]{a})^{2k} = a$

Egy tetszőleges a szám $n = 2k + 1$-edik gyöke az a szám, amire:

$(\sqrt[2k+1]{a})^{2k+1} = a$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Algebra, betűs kifejezések használata

Ha több művelet szerepel egymás után, akkor ezeket a műveleti sorrend szerint kell elvégeznünk.

A műveleti sorrendben az első mindig a zárójel, vagyis a zárójelben szereplő műveleteket kell elsőként elvégezni.
A második a szorzás és az osztás. Ha több szorzás és osztás van, akkor balról jobbra kell őket elvégezni.
Végül az utolsó szint az összeadás és kivonás, és itt is ha több is van belőlük, akkor balról jobbra kell elvégezni.

A hatványozás még egy kicsit bezavarhat a dologba, így érdemes megnézni külön a hatványozásról és a hatványazonosságokról szóló epizódokat is.

Most pedig nézzünk egy példát a műveleti sorrendre:

Pl.: $3 \cdot (5-3)+2:2=3 \cdot 2+2:2=6+1=7$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az együttható a betűs kifejezés előtt álló szám.

Pl.: $3x$ kifejezés együtthatója 3.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az algebrai kifejezésekben a betűket változóknak nevezzük.

Pl.: $2x+y$ algebrai kifejezésben x és y változók.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A betűs kifejezéseket nevezzük algebrai kifejezéseknek.

Pl.: $2x+y$ egy algebrai kifejezés.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az önmagában álló számokat nevezzük konstansnak.

Pl. $2x+y+5$ kifejezésben az 5 konstans.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egynemű kifejezések azok a betűs kifejezések, amik csak az együtthatójukban különböznek.

pl.: $5x$ és $3x$ egynemű kifejezések, mert csak az együtthatóik (5 és 3) különböznek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az egynemű kifejezések mindig összevonhatóak. Az összevont kifejezés együtthatója az eredeti együtthatók összege lesz.

Pl.: $3x + 5x + 2x = (3 + 5 + 2)x = 10x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Zárójel felbontásakor minden tagot minden taggal szorozni kell.

Pl.: $5 \cdot (4x + 6) = 5 \cdot 4x + 5 \cdot 6 = 20x + 30$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kiemelés a zárójelfelbontás megfordítása.

A dolog úgy indul, hogy találnunk kell egy közös részt, amit kiemelhetünk.

A kiemelés során egy többtagú kifejezést egy vagy többtagú kifejezések szorzatává alakítjuk át úgy, hogy minden tagból kiemeljük a közös részeket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy kifejezés értelmezési tartományán azt a legbővebb halmazt értjük, ahol értelmezve van.

A következőket érdemes megjegyezni:

$\sqrt[\text{páros}]{\text{ez itt} \geq 0} \quad \sqrt[\text{páratlan}]{\text{ez itt bármi}} \quad \log(\text{ez itt} > 0) \quad \text{tört nevező} \neq 0$

pl.

$\frac{2}{x-3}$ értelmezési tartománya $x \in R \setminus \{3\}$, mert tört van benne és a tört nevezője nem lehet nulla ($x \neq 3$)

$\sqrt{2x+5}$ értelmezési tartománya $x \in \left[-\frac{5}{2}, \infty\right[$, mert páros gyök alatt van (második) és így a gyök alatti kifejezés ≥ 0

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A törtek egyszerűsítése azt jelenti, hogy a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a nem nulla számmal osztjuk. Ha nincs olyan szám, amivel mind a számláló és a nevező is osztható lenne, akkor már nem egyszerűsíthető tovább a tört.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Algebrai törteknek nevezzük azokat a törteket, melyek nevezőjében betűs kifejezés van.

Tehát ha csak a tört számlálójában van betűs kifejezés (pl.x), de a nevezőjében nem, akkor az még nem algebrai tört.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Zárójel felbontásakor minden tagot minden taggal szorozni kell.

Ha a szorzás mindkét tényezője többtagú, akkor az első tényező első tagjával szorozzuk végig a másik tényező tagjait, majd pedig folytatjuk az első tényező második tagjával.

Pl.: $(a+b)\cdot(c-5)=a\cdot c-5\cdot a+b\cdot c-5\cdot b$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A helyettesítési érték azt jelenti, hogy a betűs kifejezés helyére írjuk be a behelyettesítendő értéket.

Pl.: $2x+5$ kifejezés helyettesítési értéke $x=3$-ban: $2\cdot 3+5=6+5=11$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Nevezetes azonosságok

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$

$a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Binomiális tétel:

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{n} b^n$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Elsőfokú egyenletek

A megoldás lényege, hogy gyűjtsük össze az x-eket az egyik oldalon, a másik oldalon pedig a számokat, a végén pedig leosztunk az x együtthatójával.

Ha törtet is látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

Ha a tört nevezőjében x is szerepel, akkor azzal kezdjük az egyenlet megoldását, hogy kikötjük, a nevező nem nulla.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egyenletrendszerek

A behelyettesítő módszer az egyenletrendszerek megoldásának egyik technikája.

Lényege, hogy kiválasztjuk az egyik egyenletet, ahonnét az egyik változót kifejezzük a másikkal. Ilyenkor célszerű a számunkra szimpatikusabb, egyszerűbb egyenletet választani.

Ezt követően az így kapott kifejezést behelyettesítjük a másik, fel nem használt egyenletbe, így egy egyismeretlenes egyenletet kapunk, amit már meg tudunk oldani.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az egyenlő együtthatók módszere egy megoldási technika az egyenletrendszerekhez.

Lényege, hogy ha a két egyenletben vagy az x vagy az y együtthatói megegyeznek, akkor a két egyenletet egymásból kivonva azok kiesnek, és egy egyismeretlenes egyenletet kapunk, amit már meg tudunk oldani.

Ha az együtthatók egymás ellentettjei lennének, akkor pedig össze kell adni a két egyenletet.

A módszer akkor is működik, ha nem volnának egyenlő együtthatók, ilyenkor bátran szorozhatjuk az egyenleteket addig, amíg nem lesznek egyenlő együtthatók.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Szöveges feladatok

Az utazásról szóló szöveges feladatok megoldása során jól jönnek a még fizikából tanult összefüggések:

$v = \frac{s}{t}$ $\quad s = v \cdot t$ $\quad t = \frac{s}{v}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mértékegységek és mértékegység-átváltás

kilo	1000	kilométer (km)		kilogramm (kg)
hekto	100		hektoliter (hl)	
deka	10			dekagramm (dkg)
nincs prefixum	1	méter (m)	liter (l)	gramm (g)
deci	0,1	deciméter (dm)	deciliter (dl)	
centi	0,01	centiméter (cm)	centiliter (cl)	
milli	0,001	milliméter (mm)	milliliter (ml)	milligramm (mg)

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,m = 10\,dm = 100\,cm = 1000\,mm$$

Úgy kapjuk meg ebből a négyzetméter, négyzetdeciméter, négyzetcentiméter és négyzetmilliméter váltószámait, hogy négyzetre emeljük a mértékegységeket és a váltószámokat is:

$$1\,m^2 = 10^2\,dm^2$$

$$1\,m^2 = 100^2\,cm^2$$

$$1\,m^2 = 1000^2\,mm^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,m = 10\,dm = 100\,cm = 1000\,mm$$

Úgy kapjuk meg ebből a köbméter, köbdeciméter, köbcentiméter és köbmilliméter váltószámait, hogy harmadik hatványra emeljük a mértékegységeket és a váltószámokat is:

$$1\,m^3 = 10^3\,dm^3$$

$$1\,m^3 = 100^3\,cm^3$$

$$1\,m^3 = 1000^3\,mm^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,l = 1\,dm^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

1 hét = 7 nap

1 nap = 24 óra

1 óra = 60 perc

1 perc = 60 másodperc

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Pontok, egyenesek, síkok, szögek, a geometria alapjai

A geometria legapróbb építőkockái a pontok. A pontokat az ABC nagy betűivel jelöljük.

Az egyenesek mindkét irányban végtelen kiterjedésű és végtelenül keskeny egyenes vonalak. De ez csak az egyenes vizuális leírása, matematikai definíciója nincsen, ugyanis az egyenes a ponthoz hasonlóan alapfogalom.

A sík is geometria alpafogalom. A síkok már két dimenziósak, ellentétben az egy dimenziós egyenessel. Az egyenesen csak jobbra és balra tudunk mozogni, egy síkban viszont már két lényegesen különböző irány létezik, jobbra-balra és előre-hátra. Ennél is nagyobb a dimenziója a térnek, amiben a pontok, az egyenesek és a síkok helyezkednek el. A térben három lényegesen különböző irány van, ezért a tér három dimenziós. Létezik benne jobbra-balra, előre-hára és fel-le.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy egyenesnek a két pont közötti részét szakasznak nevezzük.

A szakasz az egyenessel ellentétben mindig véges hosszúságú, és a hossza mindig a két pont távolsága.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy síkot egy egyenessel kettévágunk, akkor két félsík keletkezik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha a teret egy síkkal két részre vágjuk, akkor két féltér keletkezik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sík egy pontjából kiinduló két félegyenes a síkot két tartományra osztja. Ezek a tartományok és a két félegyenes szöget alkotnak. Azt, hogy a két szögtartomány közül melyikről van szó, a szárak közé rajzolt körívvel jelezzük. A szög csúcsa a két félegyenes közös végpontja, a szög szárai pedig maguk a félegyenesek. A félegyenesek közötti részt szögtartománynak nevezzük. A két félegyenes mindig két ilyen tartományt határoz meg, és egy körívvel jelöljük, hogy épp melyik szögtartományról van szó.

A szögeket a görög abc betűivel jelöljük: $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$

A szögeket nagyságuk szerint szokás csoportosítani. A szögek mérésére a fokot szokás használni, egy teljes kör éppen 360 fok, a derékszög pedig a 90 fok. Amikor a két szögszár éppen egybeesik, akkor az általuk meghatározott szög a nullszög és a teljes szög, az egyik 0 fokos, a másik 360 fokos. Amikor a két félegyenes 0 és 90 fok közötti szöget zár be, azt úgy hívjuk, hogy hegyes-szög. Amikor épp 90 fokos szögben állnak, azt derékszögnek nevezzük. A 90 foknál nagyobb és 180 foknál kisebb szögek a tompaszögek. A 180 fokos szöget egyenes-szögnek nevezzük, míg a 180 fok és 360 fok közötti szögeket homorúszögnek hívjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szög 0° és 90° közé esik, akkor hegyesszögnek nevezzük.

Az α szög hegyesszög, ha $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szög pontsoan 90°-os, akkor derékszögnek is nevezzük.

Az α szög derékszög, ha $\alpha = 90^\circ$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szög 90° és 180° közé esik, akkor tompaszögnek nevezzük.

Az α szög tompaszög, ha $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szög pontosan 180°-os, akkor egyenesszögnek is nevezzük.

Az α szög egyenesszög, ha $\alpha = 180^\circ$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szög 180° és 360° közé esik, akkor homorúszögnek nevezzük.

Az α szög homorúszög, ha $180^\circ < \alpha < 360^\circ$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két pont távolsága a pontokat összekötő szakasz hossza.

Ha tehát le kell mérni két pont távolságát, csak rá kell helyezni a vonalzónkat a két pontra, és már látjuk is a két pont távolságát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Pont és egyenes távolságának leméréséhez először a pontból merőlegest kell állítanunk az egyenesre.

A távolság pedig ennek a szakasznak a hossza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Pont és sík távolságának leméréséhez először a pontból merőlegest kell állítanunk a síkra.

A pont és sík távolsága pedig ennek a szakasznak a hossza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha a két egyenes metszi egymást, akkor a távolságuknak nincs sok értelme vagy 0.

Ha a két egyenes egymással párhuzamos, akkor a távolságukat úgy kapjuk meg, hogy az egyik egyenes tetszőleges pontjából merőlegest bocsátunk a másik egyenesre.

És a két egyenes távolsága ennek a merőleges szakasznak a hossza.

Ha az egyenesek különböző síkokban futnak, úgy hívjuk őket, hogy kitérő egyenesek.

A kitérő egynesek nem párhuzamosak, de nem is metszik egymást.

A kitérő egyenesek mindig két párhuzamos síkban futnak, így a távolságuk a két sík távolsága.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha az egyenesek különböző síkokban futnak, úgy hívjuk őket, hogy kitérő egyenesek.

A kitérő egynesek nem párhuzamosak, de nem is metszik egymást.

Kitérő egyenesek láthatunk például autópályáknál, ahol az egyik út keresztezi a másikat egy hídon át.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha a két sík metszi egymást, olyankor egy egyenesben metszik egymást és a távolságuknak nincs sok értelme vagy 0.

Ha a két sík párhuzamos, akkor a két sík távolságát úgy kapjuk meg, hogy veszünk az egyik síkon egy tetszőleges pontot, a pontbl merőlegest állítunk a síkra, és a távolságuk ennek a szakasznak a hossza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két ponttól azonos távolságra lévő pontok halmaza a két pontot összekötő szakasznak a szakaszfelező merőleges egyenese.

Három ponttól azonos távolságra lévő pont a három pon köré írható kör középpontja.

Két metsző egyenestől azonos távolságra lévő pontok halmaza a két egyenes szögének szögfelezője.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szögben a szögszárak egymással párhuzamosak és egyforma irányúak is, akkor ezeket a szögeket egyállású szögeknek nevezzük.

Az egyállású szögek egyenlők.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szögben a szögszárak egymással párhuzamosak, de irányuk ellentétes, akkor ezeket a szögeket váltószögeknek nevezzük.

A váltószögek egyenlők.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két váltószöget a csúcsuknál összeillesztünk, akkor ezeket a szögeket csúcsszögeknek nevezzük.

A csúcsszögek egyenlők.

Ha két egyenes metszi egymást, akkor mindig két-két csúcsszög pár keletkezik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szög szárai párhuzamosak és az egyik száruk közös, akkor ezeket a szögeket kiegészítő szögnek nevezzük.

A kiegészítő szögek nem egyenlők (kivéve ha 90°-90°-osak), de ha összeadjuk őket, mindig 180 fokot kapunk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szög 90 fokra egészíti ki egymást, akkor pótszögeknek hívjuk őket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Síkidomok, háromszögek, négyszögek, sokszögek

Síkidomnak nevezzük a sík zárt vonalakkal körülhatárolt részét.

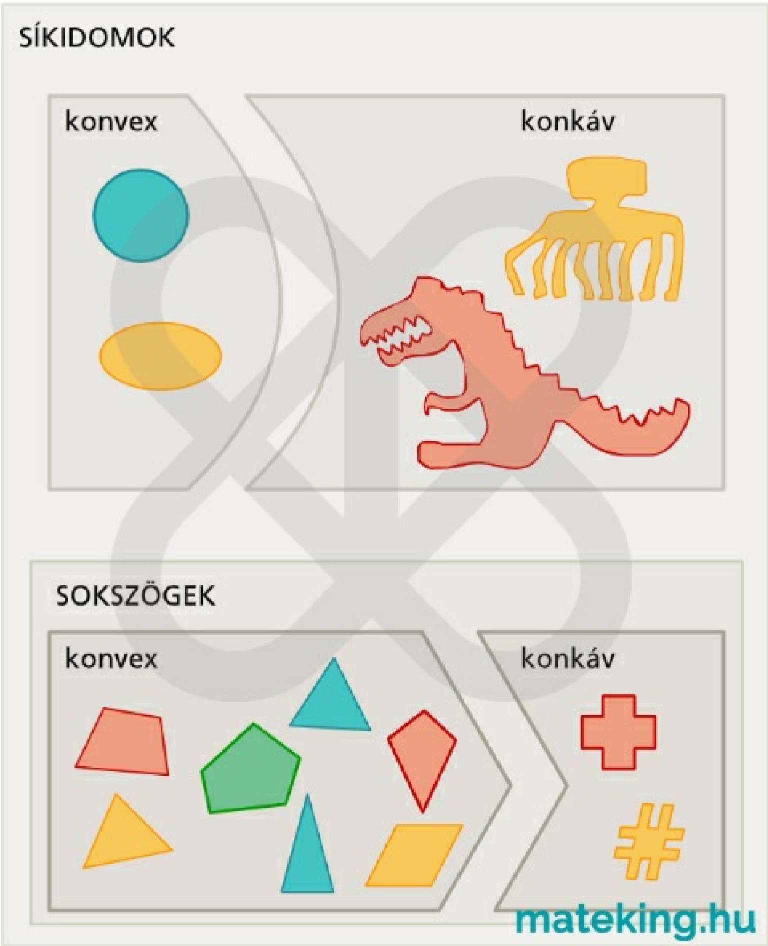
A zárt vonal azt jelenti, hogy fogjuk a ceruzát, elindulunk valahonnan... és hopp, visszaérünk ugyanoda, ahonnan indultunk. Síkodom például egy háromszög, vagy egy négyzet, de síkidom egy kör is, vagy éppen a különböző emojik. Egy síkidomot több különböző zárt vonal is atárolhat. Olyankor, amikor csak egy zárt vonal határolja, egyszerű síkidomnak nevezzük. Mindez sokkal könnyebben elképzelhető, ha megnézed az ehhez kapcsolódó epizódot.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sokszögnek nevezzük azokat a síkidomokat, melyeket véges sok, egymáshoz csatlakozó egyenes szakaszból álló zárt görbe (töröttvonal) határol. Vagyis azok a síkidomok sokszögek, amelyek határoló vonalai csak egyenes szakaszokból állnak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

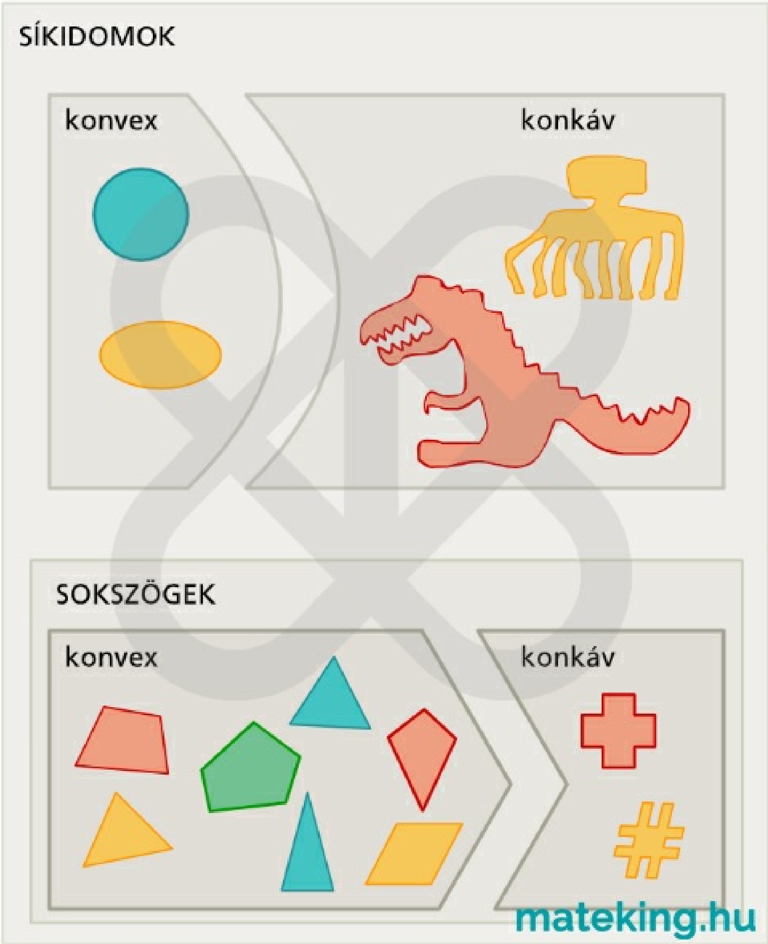
A konkáv síkidom az, amelyikben ki tudunk választani két olyan pontot, hogy az ezeket összekötő szakasznak egy része a síkidomon kívül halad. Egy kör vagy egy téglalap például nem konkáv, mert bárhogyan választunk benne két pontot, a pontokat összekötő szakasz is a síkidomban halad. De például egy szívecske már konkáv, mert ha a két kidudorodó részét összekötjük, akkor az összekötő vonal kívül halad. Mindez sokkal egyszerűbb, ha megnézed az ehhez a témához kapcsolódó epizódot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

A konvex síkidom az, amelyikben akárhogy veszünk két belső pontot, az őket összekötő szakasz minden pontja a síkidom belsejében lesz.

Egy kör vagy egy téglalap például konvex, mert bárhogyan választunk benne két pontot, a pontokat összekötő szakasz is a síkidomban halad. De például egy szívecske már nem konvex, mert ha a két kidudorodó részét összekötjük, akkor az összekötő vonal kívül halad. Mindez sokkal egyszerűbb, ha megnézed az ehhez a témához kapcsolódó epizódot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy sokszöget szabályosnak nevezünk, ha minden oldala és minden belső szöge egyforma.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sokszögnek nevezzük azokat a síkidomokat, melyeket véges sok, egymáshoz csatlakozó egyenes szakaszból álló zárt görbe (töröttvonal) határol. Ezeket az egyenes szakaszokat nevezzük a sokszög oldalainak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sokszögnek nevezzük azokat a síkidomokat, melyeket véges sok, egymáshoz csatlakozó egyenes szakasz alkotta zárt görbe határol. Ezeket a szakaszokat oldalaknak, vagy másként oldaléleknek nevezzük, és azokat a pontokat, ahol az oldalélek találkoznak, a sokszög csúcsainak hívjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sokszögek nem szomszédos csúcsait összekötő szakaszokat a sokszög átlójának nevezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az egyenlő szárú háromszögben van két egyforma hosszú oldal, amiket szárnak nevezünk. És hát van ugye a harmadik oldal, ez az alap.

Annyit érdemes megjegyezni róla, hogy az alaphoz tartozó súlyvonal, magasságvonal, oldalfelező merőleges és szögfelező mind egybeesik. És ez egyúttal a háromszög szimmetriatengelye is.

És azt is jó tudni róla, hogy az alapon fekvő szögek egyformák.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Szabályos háromszögnek minden oldala és minden szöge egyenlő (tehát a szögek 60°-osak).

Szabályos háromszögben a körülírt kör középpontja, a magasságpont és a súlypont is egybeesnek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Derékszögű háromszögnek van 90°-os szöge.

A derékszöggel szemközti oldalt átfogónak nevezzük, a másik kettőt pedig befogónak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A hegyesszögű háromszögek minden szöge hegyesszög, azaz 0°-nál nagyobbak, de 90°-nál kisebbek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A tompaszögű háromszögek azok, amelyeknek van egy tompaszöge, azaz egy olyan szöge, ami 90°-nál nagyobb, de 180°-nál kisebb.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög egyenlőtlenség szerint minden háromszög bármelyik oldalának rövidebbnek kell lennie, mint a másik két oldal összege.

$$a+b>c \qquad a+c>b \qquad b+c>a$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög magasságvonala a csúcsból a szemközti oldal egyenesére bocsátott merőleges.

Ezek mindig egy pontban metszik egymást, és ezt a pontot magasságpontnak nevezzük.

Ha a háromszög tompaszögű, akkor a magasságpont a háromszögön kívülre esik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög súlyvonala a csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő szakasz.

Ezek mindig egy pontban metszik egymást, ezt a pontot hívjuk a háromszög súlypontjának.

További izgalom, hogy a súlypont mindegyik súlyvonalat 2:1 arányban osztja.

Továbbá a súlyvonal felezi a háromszög területét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög oldalfelezőmerőlegesei mindig egy pontban metszik egymást. Ez a pont minden csúcstól egyenlő távolságra van és emiatt a háromszög köré írható kör középpontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög belső szögfelezői mindig egy pontban metszik egymást. Ez a háromszögbe írható kör középpontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy háromszög oldalfelezőpontjait összekötjük, akkor a háromszög középvonalait kapjuk.

A középvonalak párhuzamosak a háromszög oldalaival és éppen fele olyan hosszúak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A jól ismert képlet háromszögek területére:

$$T = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2}$$

És it jön egy kevésbé ismert háromszög-területképlet:

$$T = \frac{abc}{4R}$$

Itt R a háromszög köré írható körének sugara.

Ez pedig egy még kevésbé ismert képlet háromszögek területére:

$$T = r \cdot s$$

Itt r a beírható kör sugara, s pedig a kerület fele.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Hérón-képlet a háromszögek területképletei közül egy kevésbé ismert, de elég jól használható képlet. Akkor érdemes használni, ha ismert a háromszög mindhárom oldala.

$$s = \frac{a+b+c}{2} \qquad T = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A legszabályosabb négyszög a négyzet. A négyzet oldalai egyenlő hosszúak és minden szöge derékszög. Egy sokszöget akkor nevezünk szabályos sokszögnek, ha minden oldala és minden szöge egyforma. Így tehát az egyetlen szabályos négyszög a négyzet. Ezen kívül a négyzetek mége egy fontos dolgot tudnak: az átlóik is merőlegesek egymásra.

A négyzet területe:

$$T = a^2$$

A négyzet kerülete:

$$K = 4a$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

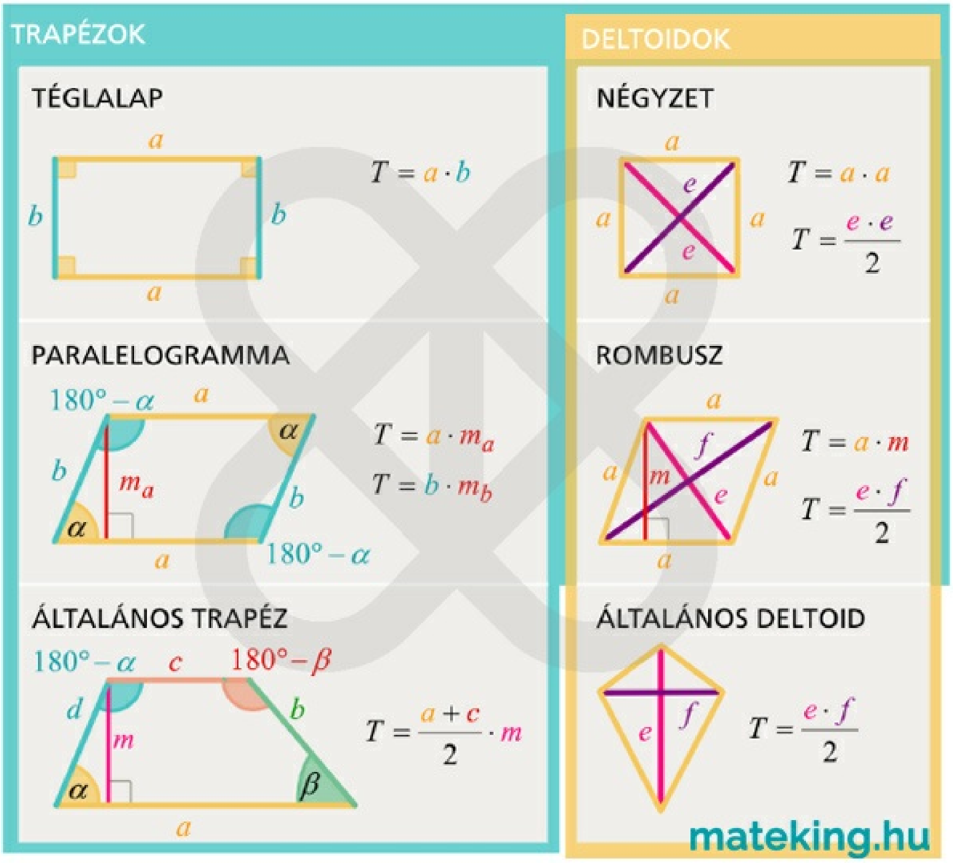
Téglalap olyan négyszög, aminek minden szöge derékszög. Vagyis az oldalak nem feltétlen egyenlő hosszúak. Olyankor, amikor az oldalai is egyenlő hosszúak, egy négyzetet kapunk. A téglalapok egyik fontos tulajdosága, hogy a szemközti oldalai egyforma hosszúak, vagyis két darab a hosszúságú és két darab b hosszúságú oldala van. A téglalapoknak egy másik fontos tulajdonsága pedig, hogy a szemközti oldalai párhuzamosak egymással. Ez pedig azt jelenti, hogy a téglalapok mindig paralelogrammák is egyben (ugyanis a paralelogrammák azok a négyszögek, amelyeknek van két párhuamos oldalpárjuk).

Területe:

$$T = a \cdot b$$

Kerülete:

$$K = 2a + 2b$$



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Rombusz egy olyan négyszög, amelynek minden oldala egyforma hosszú. Vagyis egy rombusznál az oldalak egyenlő hosszúságúak, de a szögeknek nem kell derékszögnek lenniük. Amikor a rombusz szögei derékszögek, egy négyzetet kapunk. Vagyis a négyzet is rombusz. A rombuszok másik fontos tulajdonsága, hogy a szemközti oldalaik mindig párhuzamosak egymással, vagyis a rombuszok paralelogrammák. is. Ez elvezet minket a rombusz egy másik definíciójához: a rombusz egyenlő oldalú paralelogramma.

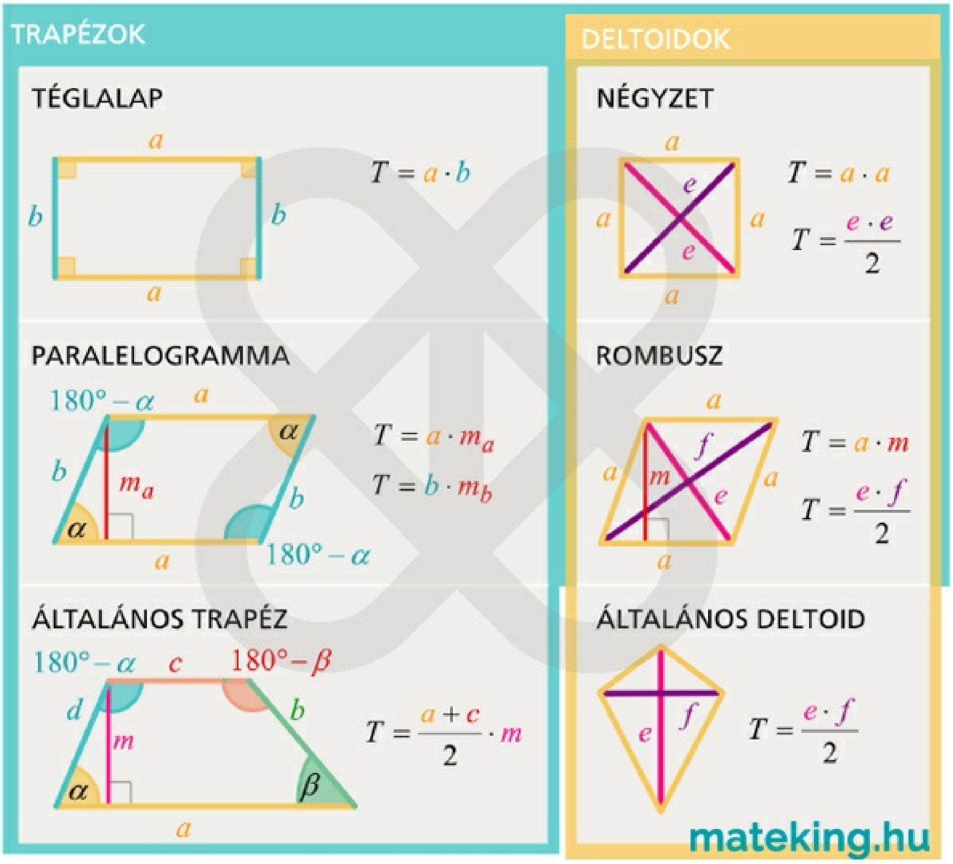
A rombusz magasságát m-mel jelöljük, az átlóit pedig e-nek és f-nek szokás nevezni. Ezeknek a segítségével tudjuk kiszámolni egy rombusz területét.

Területe:

$$T = a \cdot m = \frac{e \cdot f}{2}$$

Kerülete:

$$K = 4a$$



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

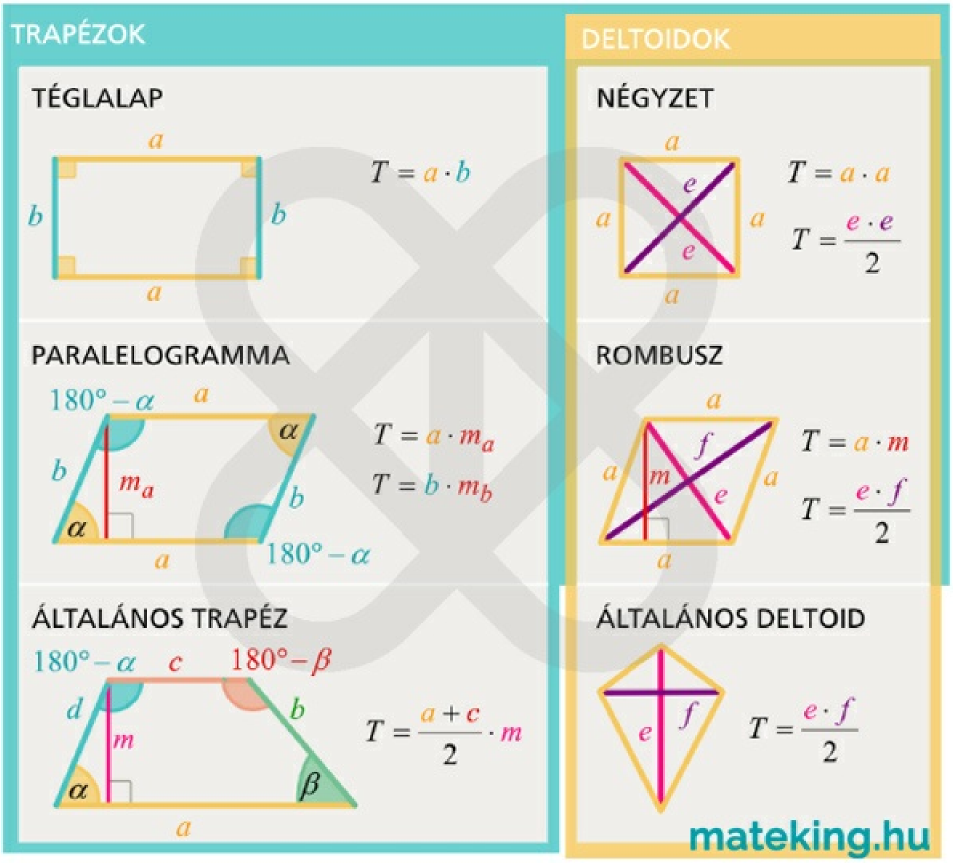
A paralelogramma olyan négyszög, aminek van két párhuzamos oldalpárja. Nagyon sok ilyen tulajdonságú négyszög van. Ilyenek a négyzetek, a téglalapok és a rombuszok. Vagyis minden négyzet, minden téglalap és minden qrombusz egyben paralelogramma is. A paralelogramma magasságát m-mel szokás jelölni.

Területe:

$$T = a \cdot m_a = b \cdot m_b$$

Kerülete:

$$K = 2a + 2b$$



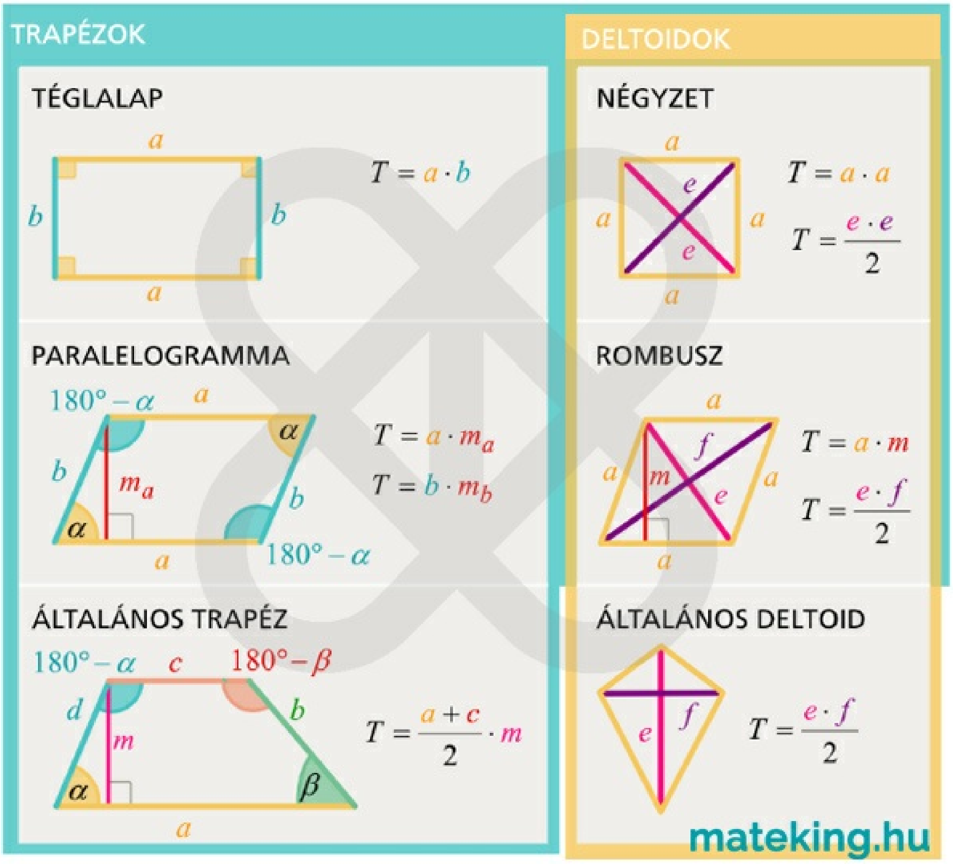
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A trapéz olyan négyszög, aminek van legalább egy párhuzamos oldalpárja. Ezeket az oldalakat a trapéz alapjainak nevezzük és a-val meg c-vel jelöljük. Általában a nagyobbik alapot szokás a-val jelölni és a kisebbik alapot pedig c-vel. Olyankor, amikor a trapéz alapjai egyforma hosszúak, paralelogrammát kapunk. Vagyis minden paralelogramma egyben trapéz is. Sőt, ha meggondoljuk, akkor a trapéz definíciója nagyon sok négyszögre ráillik. Egy darab párhuzamos oldalpárja ugyanis van a négyzetnek, a téglalapnak, a rombusznak és a paralelogrammáknak is. Vagyis minden négyzet, minden téglalap, minden rombusz és minden paralelogramma egyben trapéz is.

Mivel azonban ezeknek van külön neve, amikor egy feladatban trapézról van szó, általában olyan trapézra gondoljunk, aminek két különböző hosszúságú párhuzamos oldala van, az egyik "alul" a másik "felül" és ezek a trapéz a-val és c-vel jelölt alapjai.

Területe:

$$T = \frac{a+c}{2} \cdot m$$



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Ha a trapéz alapján fekvő két szög ugyanakkora, olyankor a trapéz szimmetrikus.

A szimmetrikus trapézt még szokás egyenlő szárú trapéznak is hívni, ugyanis a két szára mindig egyforma hosszú.

Ezen kívül van egy fantasztikus tulajdonsága is, hogy van köré írható köre.

Innen ered a harmadik elnevezés: húrtrapéz.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

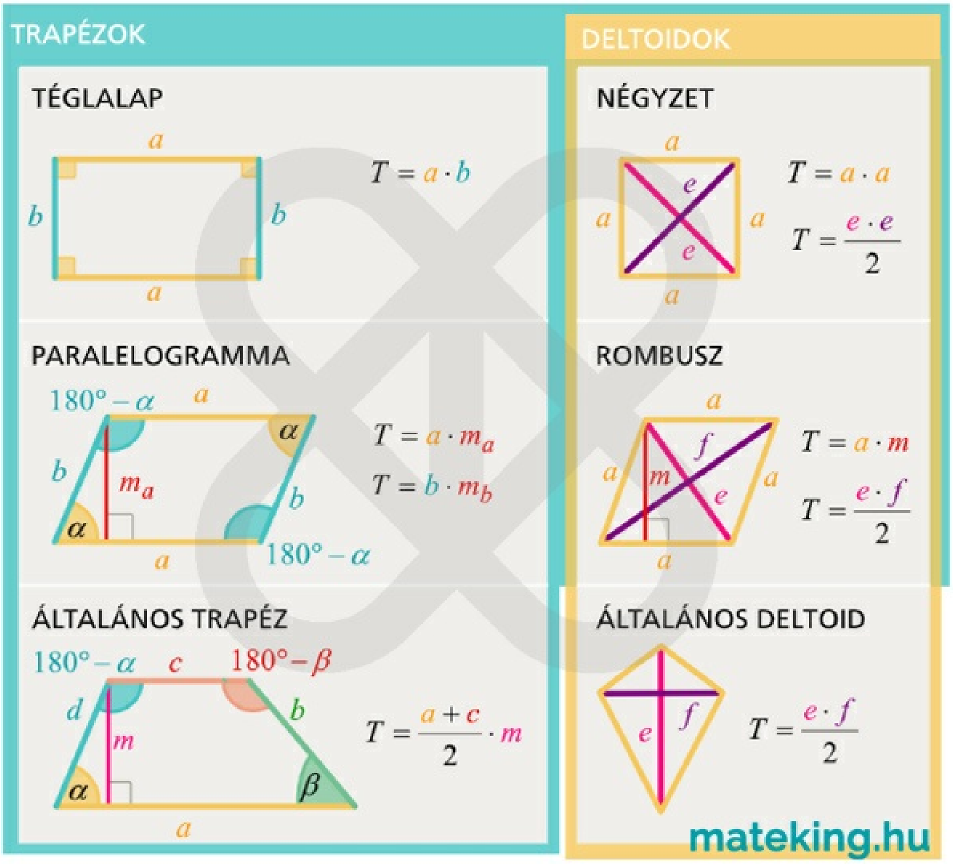
Azokat a négyszögeket nevezzük deltoidnak, amik papírsárkány alakúak és az átlóik merőlegesek egymásra.

Egy kicsit precízebben: deltoid az a négyszög, amelynek átlói merőlegesek egymásra és legalább az egyik átló szimmetriatengely.

A deltoidok közül kétféle speciális deltoidot érdemes megjegyezni, az egyik a rombusz, a másik a négyzet. Vagyis minden négyzet és minden rombusz deltoid. A deltoidok átlóit e-vel és f-fel jelöljük, és ezek csak akkor egyforma hosszúak, ha négyzetről van szó. A deltoidok területét általában az átlóik segítségével érdemes kiszámolni.

Területe:

$$T = \frac{e \cdot f}{2}$$



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

A Pitagorasz-tétel

A derékszögű háromszögben a befogók négyzetének összege egyenlő az átfogó négyzetével, vagyis ha az átfogótc-vel jelöltük:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy háromszög oldalaira teljesül, hogy

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Akkor a háromszög derékszögű.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

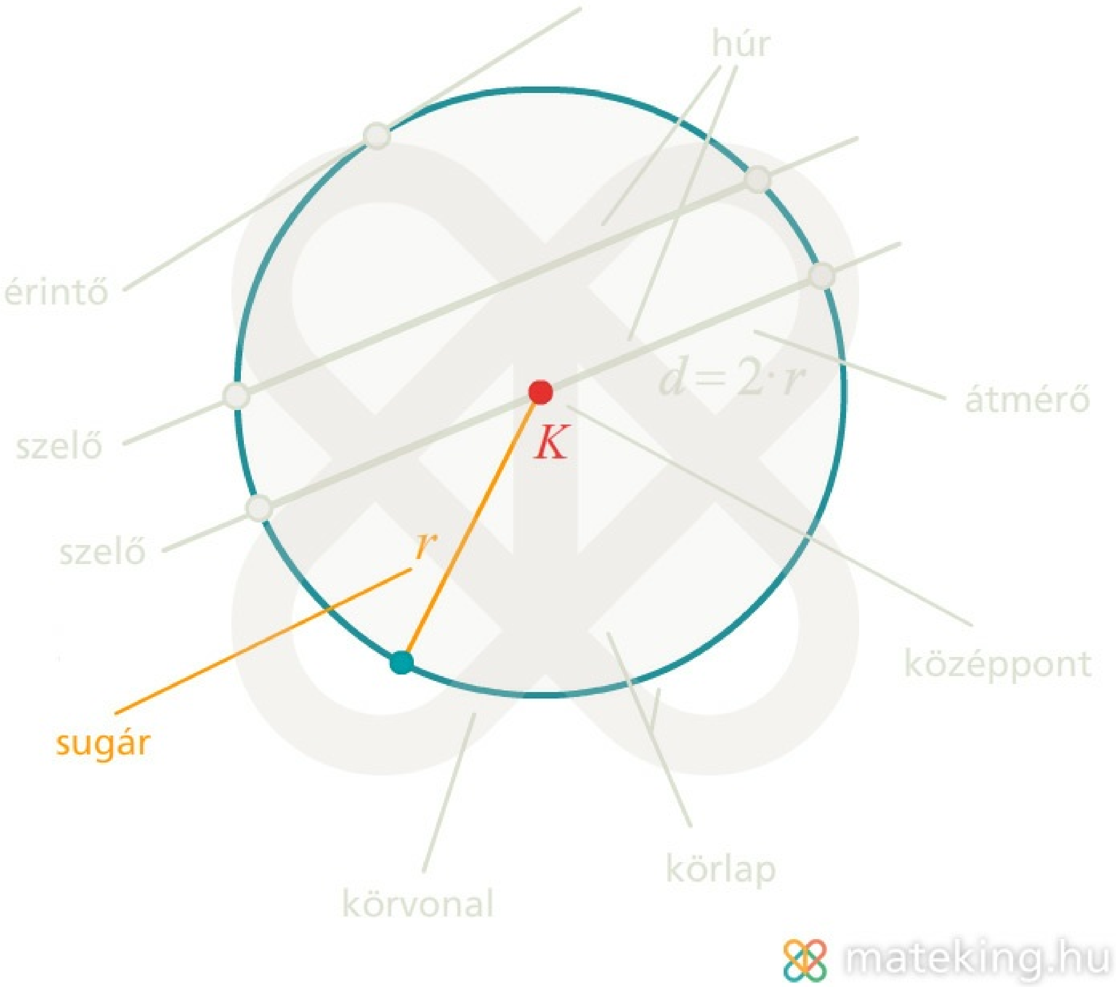
A Pitagoraszi számhármasok olyan számok, amelyekre teljesül a Pitagorasz-tétel.

Pl.: $3, 4$ és 5 együtt Pitagoraszi számhármasok, ugyanis $3^2 + 4^2 = 5^2$ igaz.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

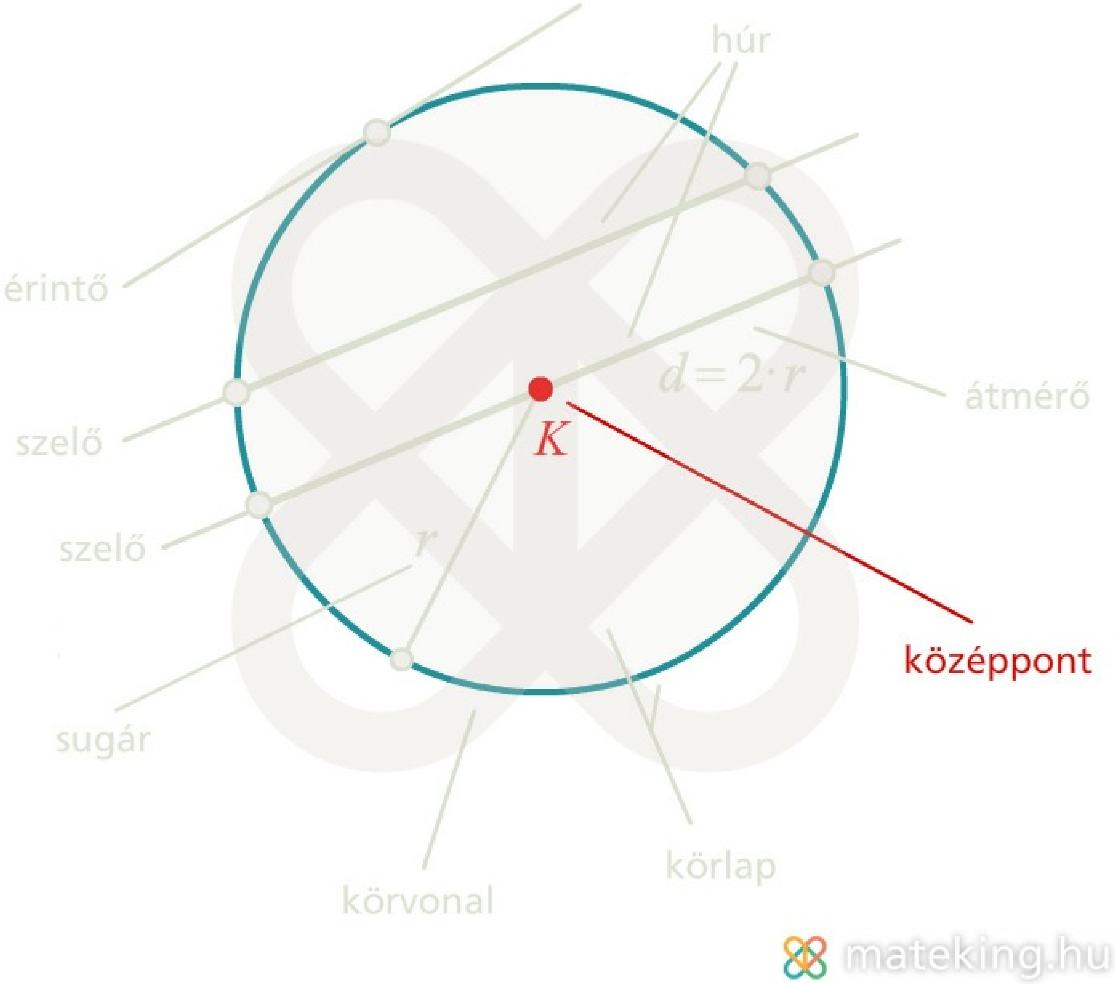
A kör

Egy kör sugara a kör középpontját a körvonal bármely pontjával összekötő szakasz hossza. A kör sugarát r betűvel jelöljük ami a radius szó kezdőbetűje.



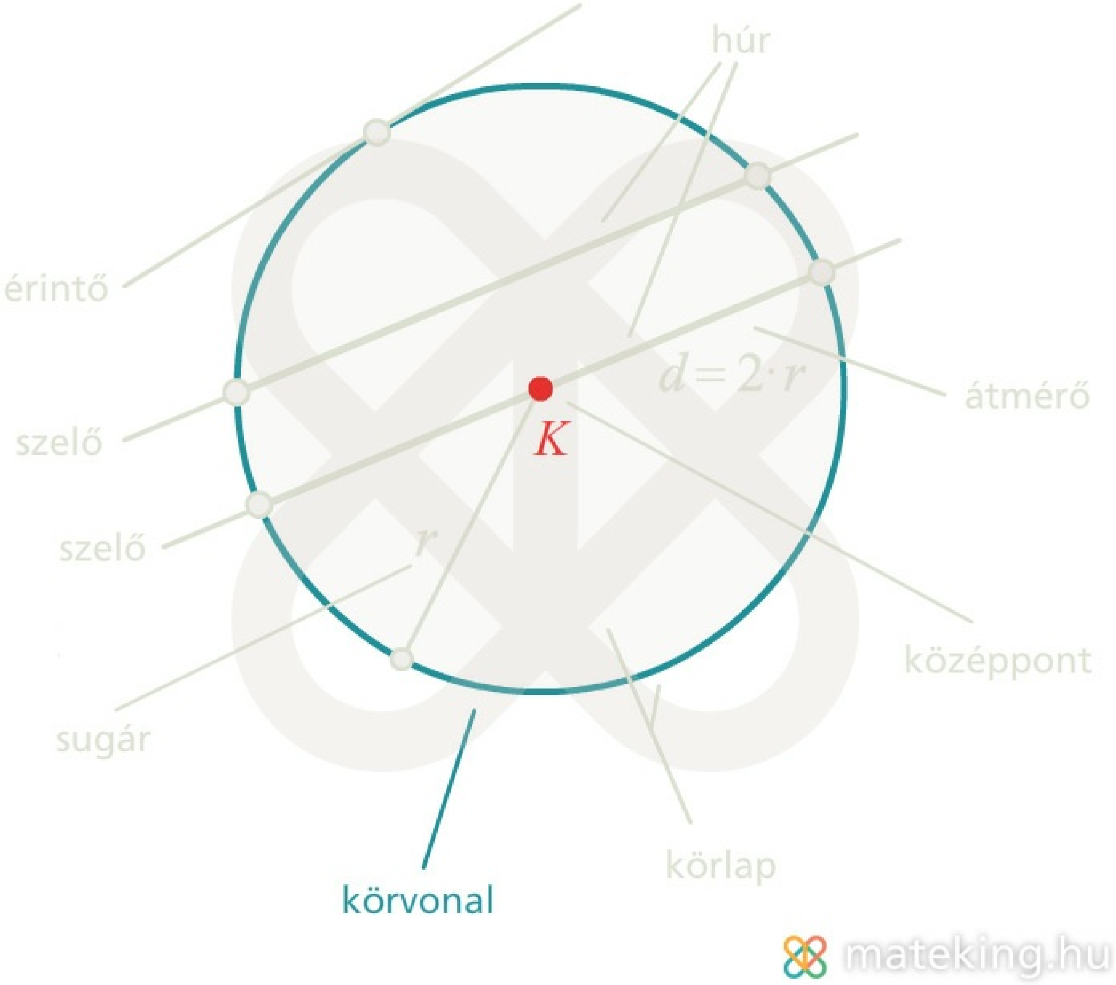
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kör azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak. Ezt az adott pontot hívjuk a kör középpontjának. A kör középpontját általában O-val vagy K-val szokás jelölni.



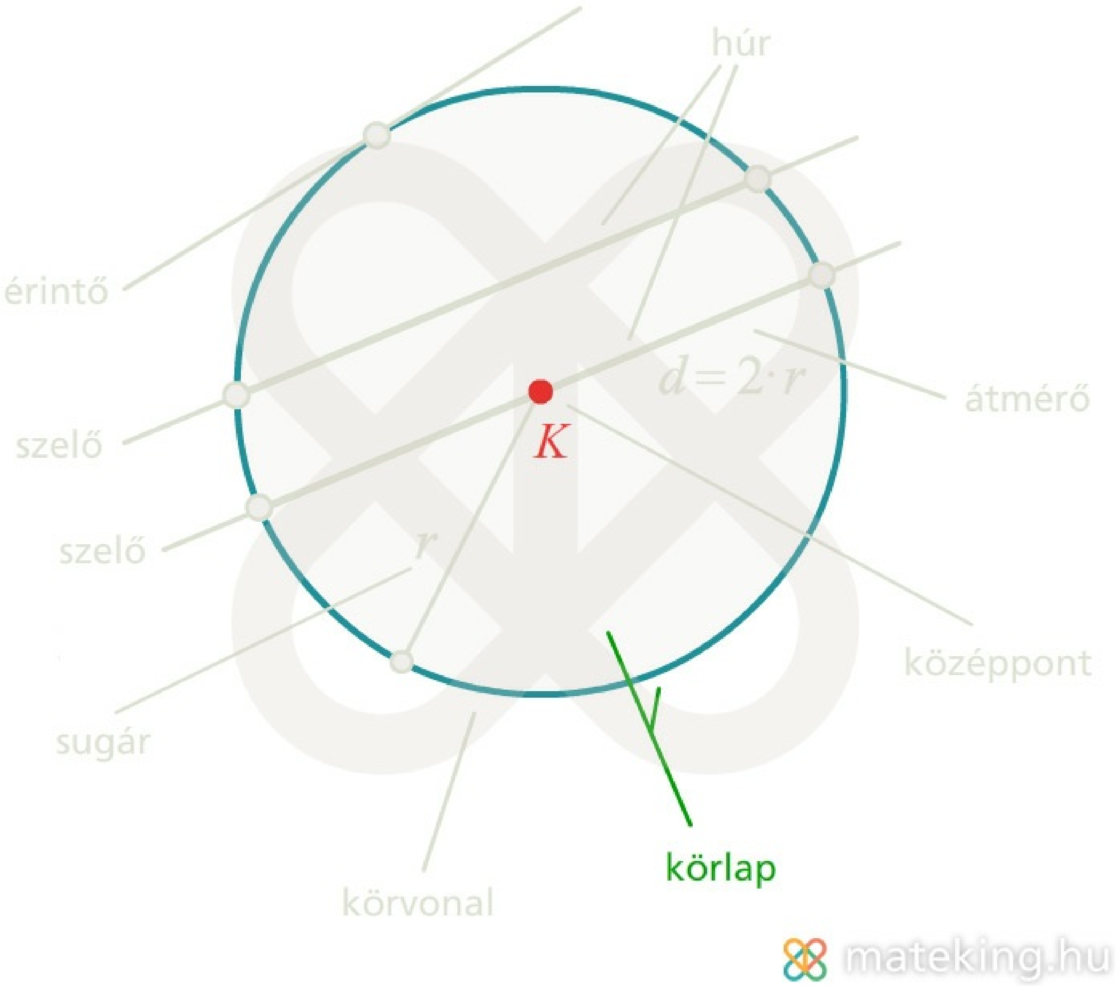
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A körvonal azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) egyenlő távolságra vannak. A körvonalat szokás egyszerűen körként is emlegetni.



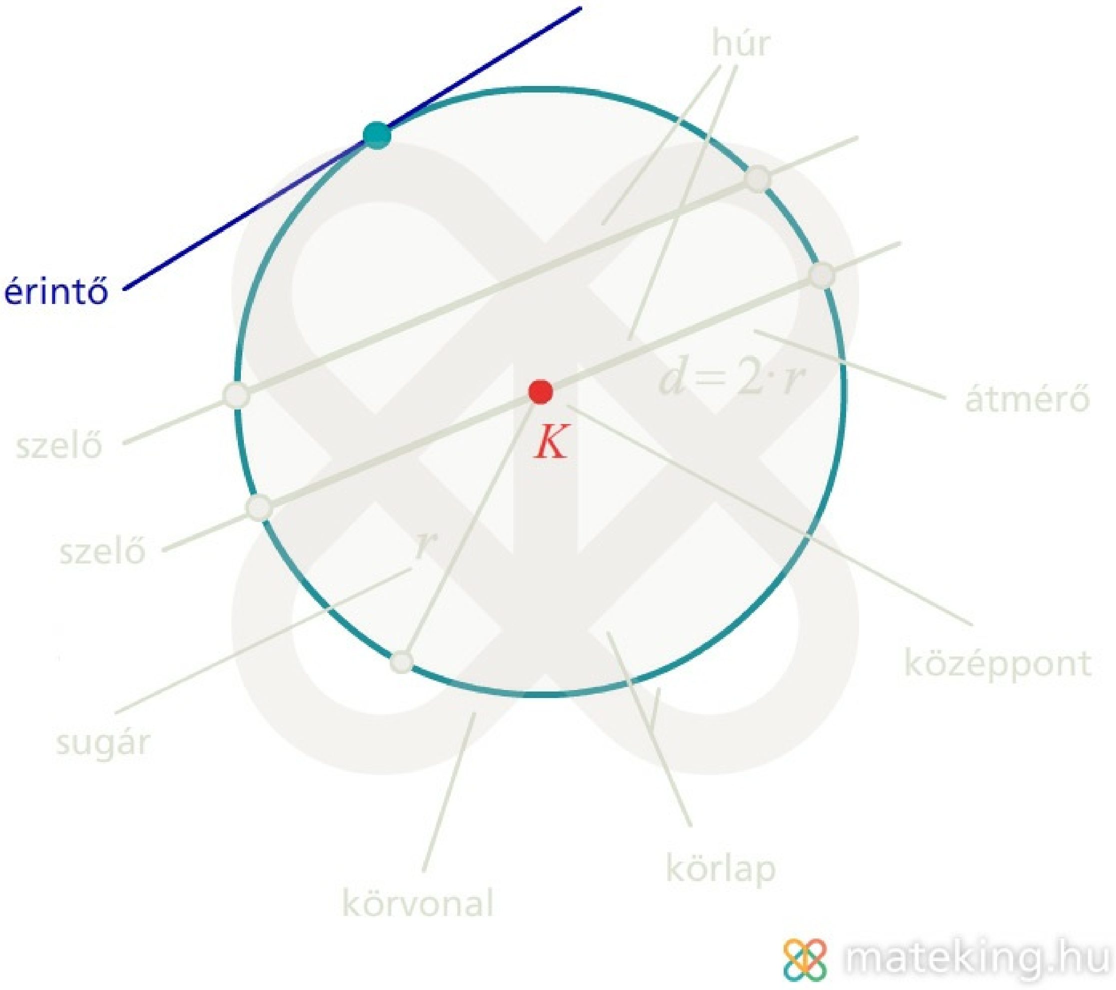
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A körlap vagy körlemez a körvonal és a körvonalon belüli rész együttes elnevezése. Ezt így egyben szokás egyszerűen csak simán körnek is nevezni. Matematikailag precíz definíciója: azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) legfeljebb egy adott ***r*** távolságra (***r*** a kör sugara) vannak.



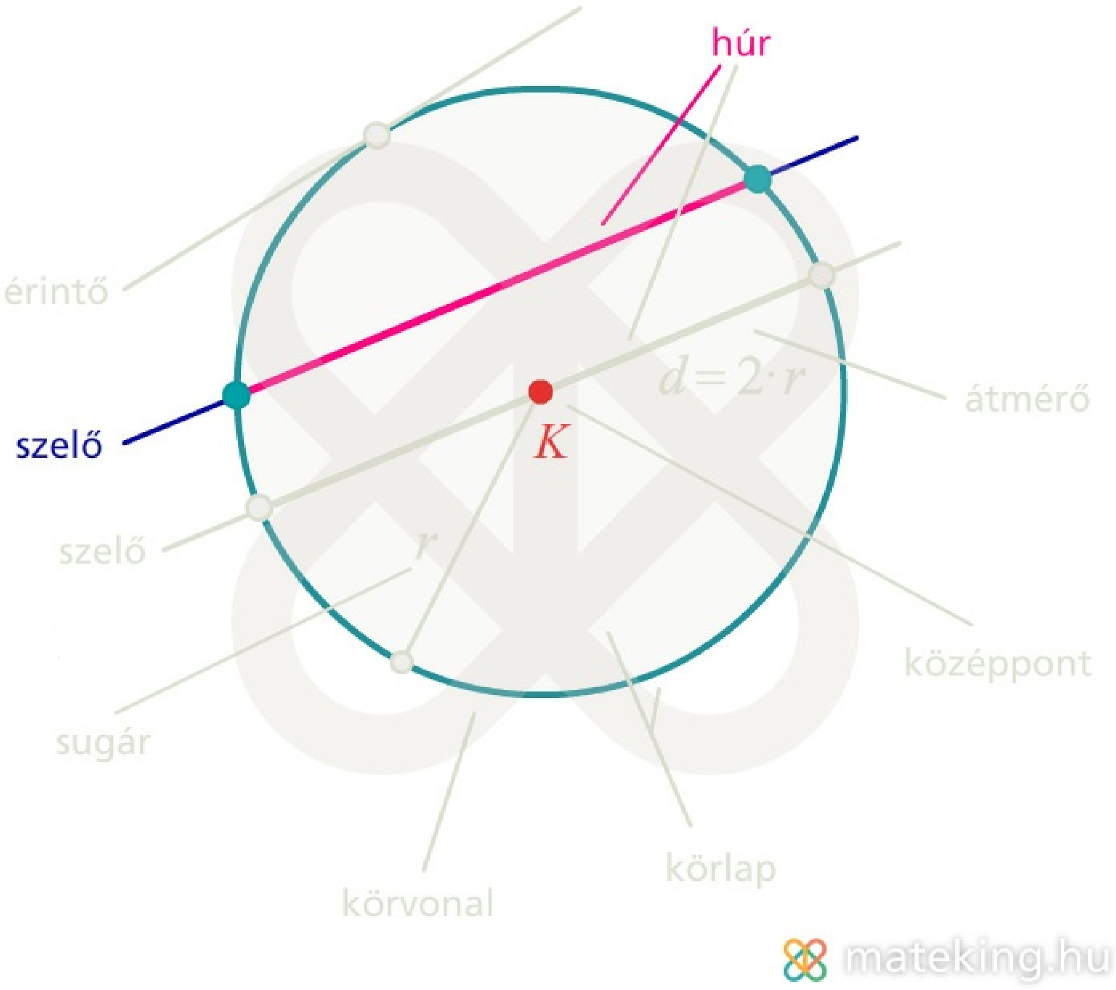
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Ha egy egyenes éppen olyan távol halad egy kör középpontjától, mint a kör sugara, akkor ez az egyenes érinti a kört. Az érintőnek csak egy közös pontja van a körrel, amit érintési pontnak nevezünk. Az érintési pontba vezető sugár mindig merőleges az érintőre.



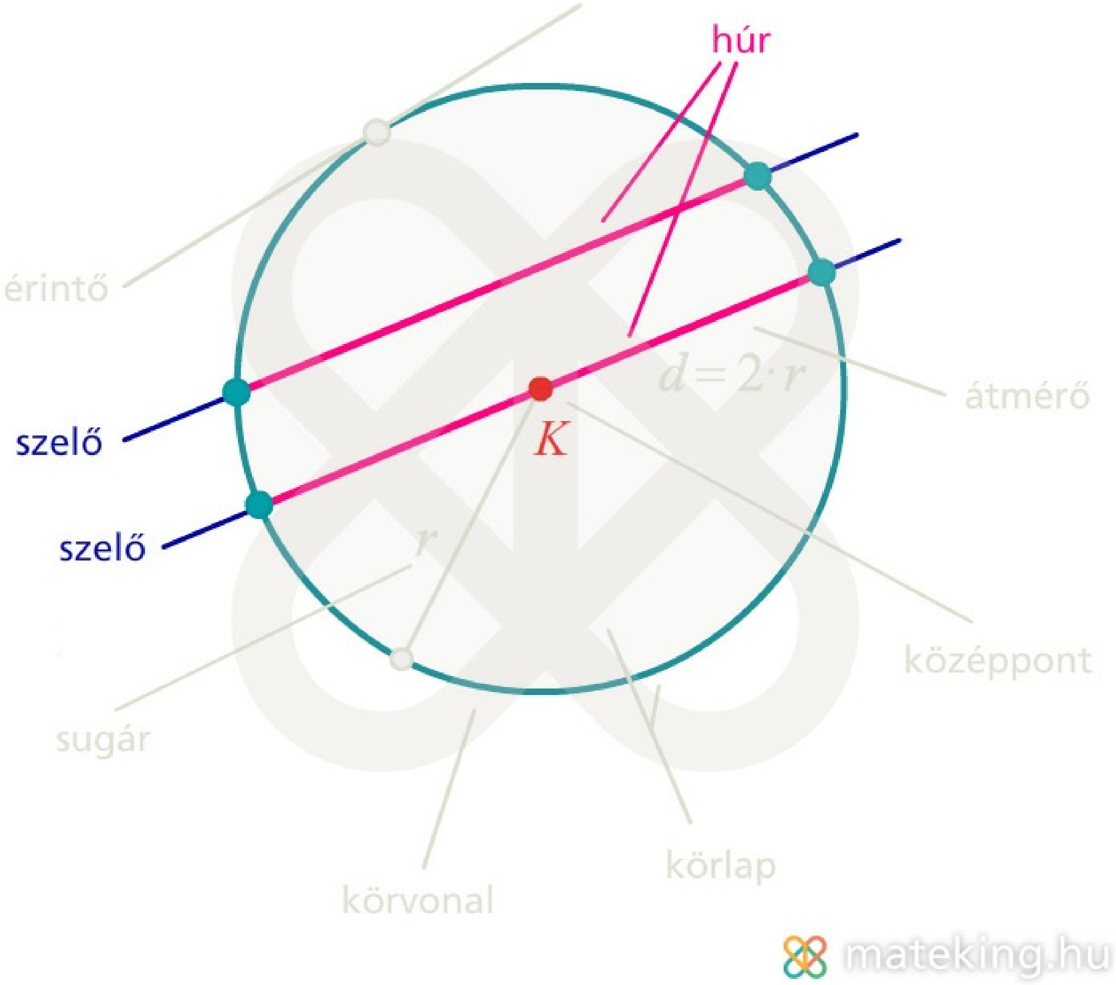
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azokat az egyeneseket, amik metszik a kört úgy hívjuk, hogy szelő. A szelők két pontban metszik a kört és a két pont közötti szakasz a húr. Olyankor, amikor a szelő éppen átmegy a kör középpontján, a szelő a kör területét felezi, és ilyenkor a metszéspontok közötti húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.



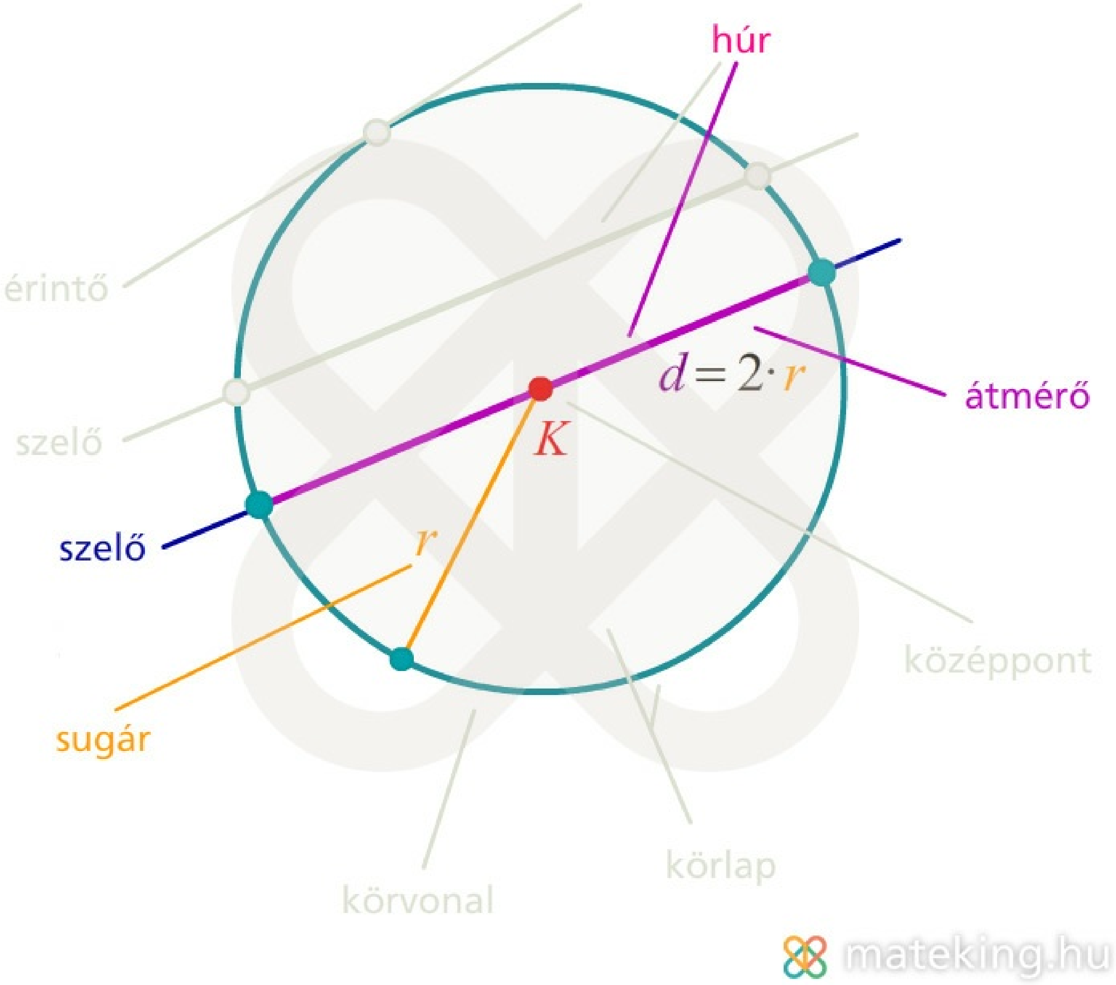
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Egy körben a körvonal két különböző pontját összekötő szakaszt húrnak nevezzük. Olyankor, amikor a húr éppen átmegy a kör középpontján, a húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

A kör középpontját áthaladó húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő a kör maximális szélessége, és az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese. Jele d a diameter szó kezdőbetűje alapján.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy adott ponttól állandó távolságra lévő pontok halmazát körvonalnak nevezzük. És ezt az állandó távolságot hívjuk a kör sugarának. A sugár jele ***r***. A kör középpontját általában ***K***-val jelöljük.

És most nézzük a kör részeit:

Középpont: A kör azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak. Ezt az adott pontot hívjuk a kör középpontjának. A kör középpontját általában O-val vagy K-val szokás jelölni.

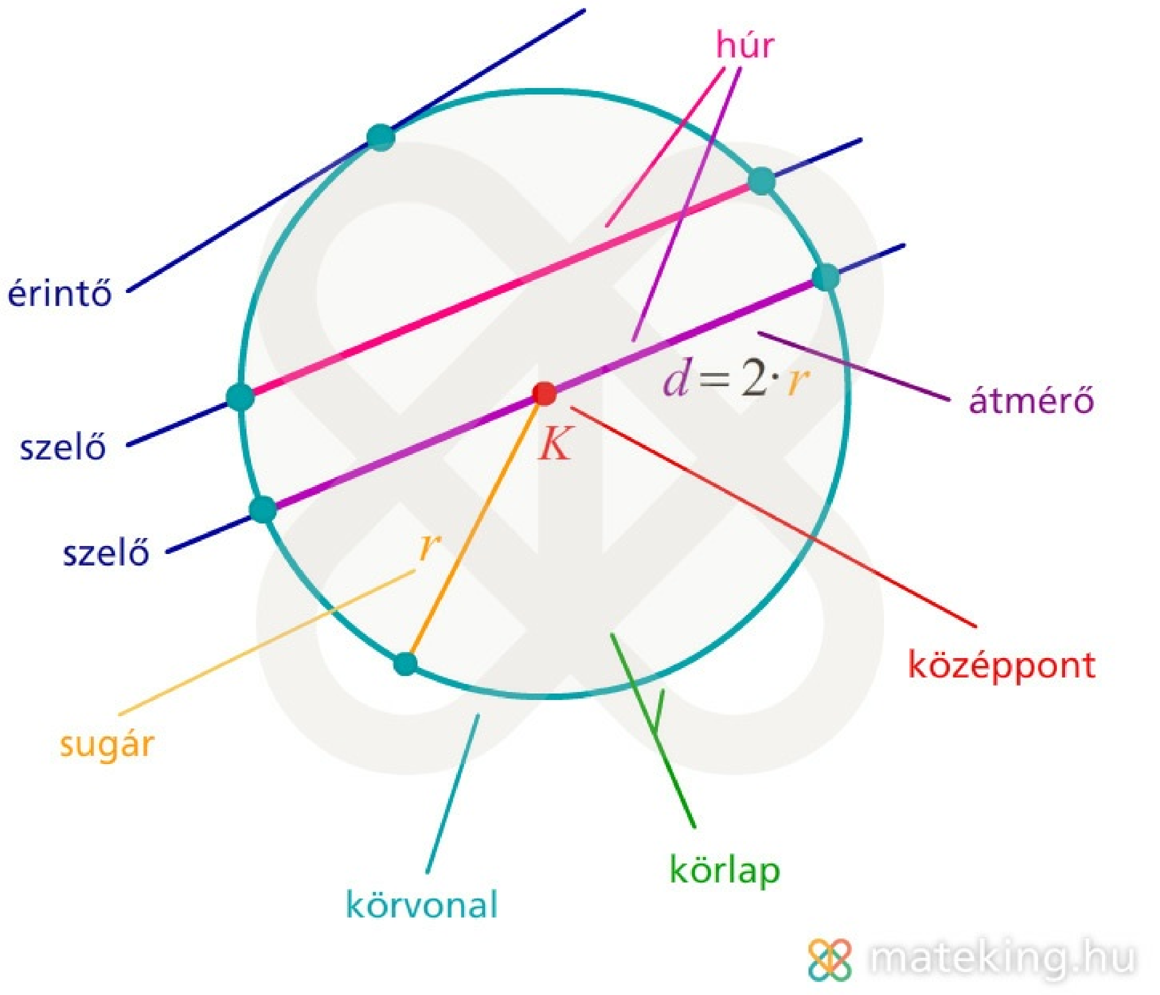
Körvonal: A körvonal azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) egyenlő távolságra vannak. A körvonalat szokás egyszerűen körként is emlegetni.

Sugár: Egy kör sugara a kör középpontját a körvonal bármely pontjával összekötő szakasz hossza. A kör sugarát r betűvel jelöljük ami a radius szó kezdőbetűje.

Körlap vagy körlemez: A körlap vagy körlemez a körvonal és a körvonalon belüli rész együttes elnevezése. Ezt így egyben szokás egyszerűen csak simán körnek is nevezni. Matematikailag precíz definíciója: azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) legfeljebb egy adott r távolságra (r a kör sugara) vannak.

Húr: Egy körben a körvonal két különböző pontját összekötő szakaszt húrnak nevezzük. Olyankor, amikor a húr éppen átmegy a kör középpontján, a húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.

Átmérő: A kör középpontját áthaladó húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő a kör maximális szélessége, és az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese. Jele d a diameter szó kezdőbetűje alapján.



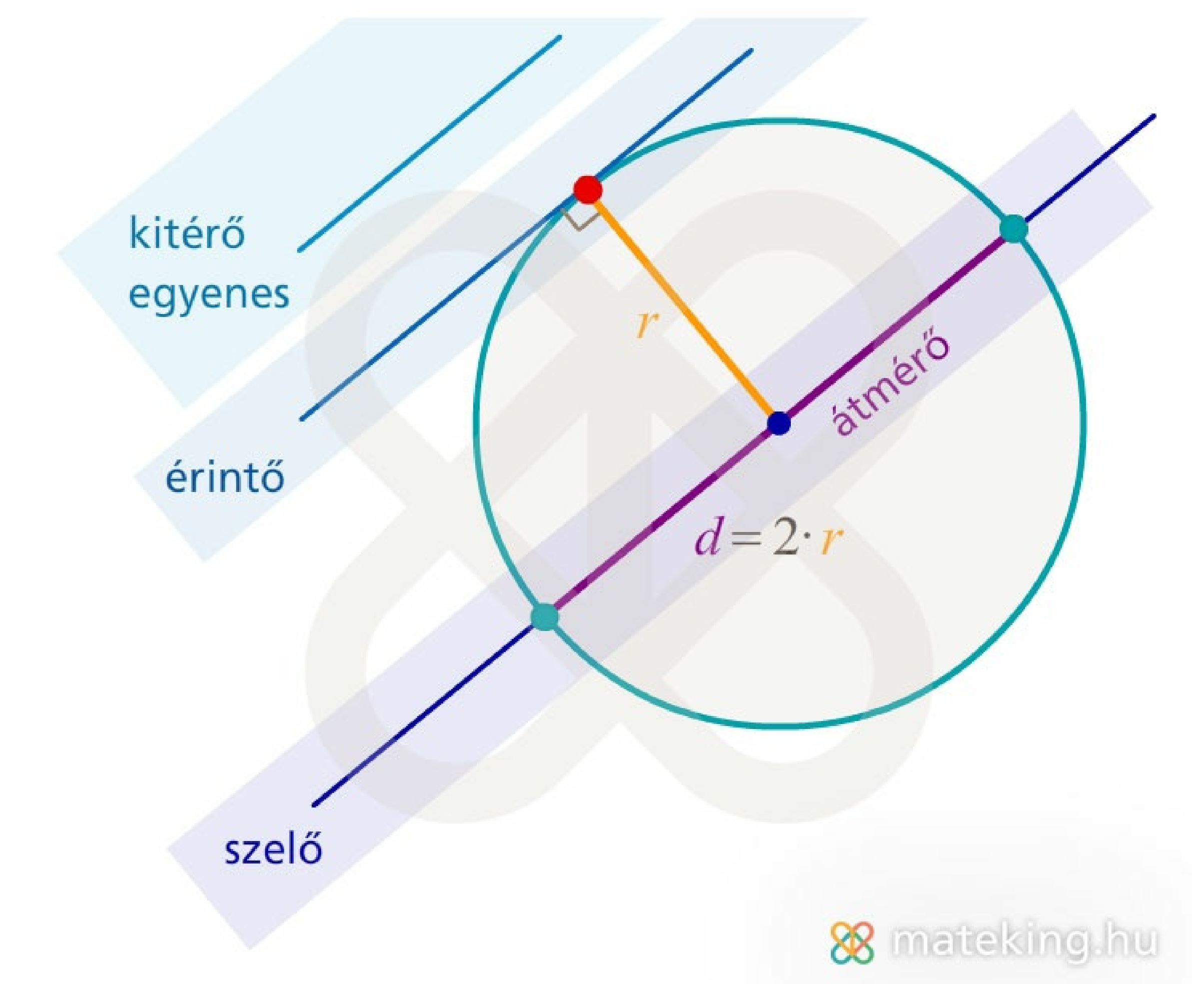
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

A kör és egyenes kölcsönös helyzete a síkban háromféle lehet. Az egyenes vagy metszi a kört vagy érinti, vagy kitérő.

Szelő: Azokat az egyeneseket, amik metszik a kört úgy hívjuk, hogy szelő. A szelők két pontban metszik a kört és a két pont közötti szakasz a húr. Olyankor, amikor a szelő éppen átmegy a kör középpontján, a szelő a kör területét felezi, és ilyenkor a metszéspontok közötti húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.

Érintő: Ha az egyenes éppen olyan távol halad a kör középpontjától, mint a kör sugara, akkor érintőt kapunk. Az érintőnek csak egy közös pontja van a körrel, amit érintési pontnak nevezünk. Az érintési pontba vezető sugár mindig merőleges az érintőre.

Kitérő egyenes: Végül az is lehet, hogy a körnek egyetlen közös pontja sincs a körrel, ilyenkor kitérő egyenesnek nevezzük.

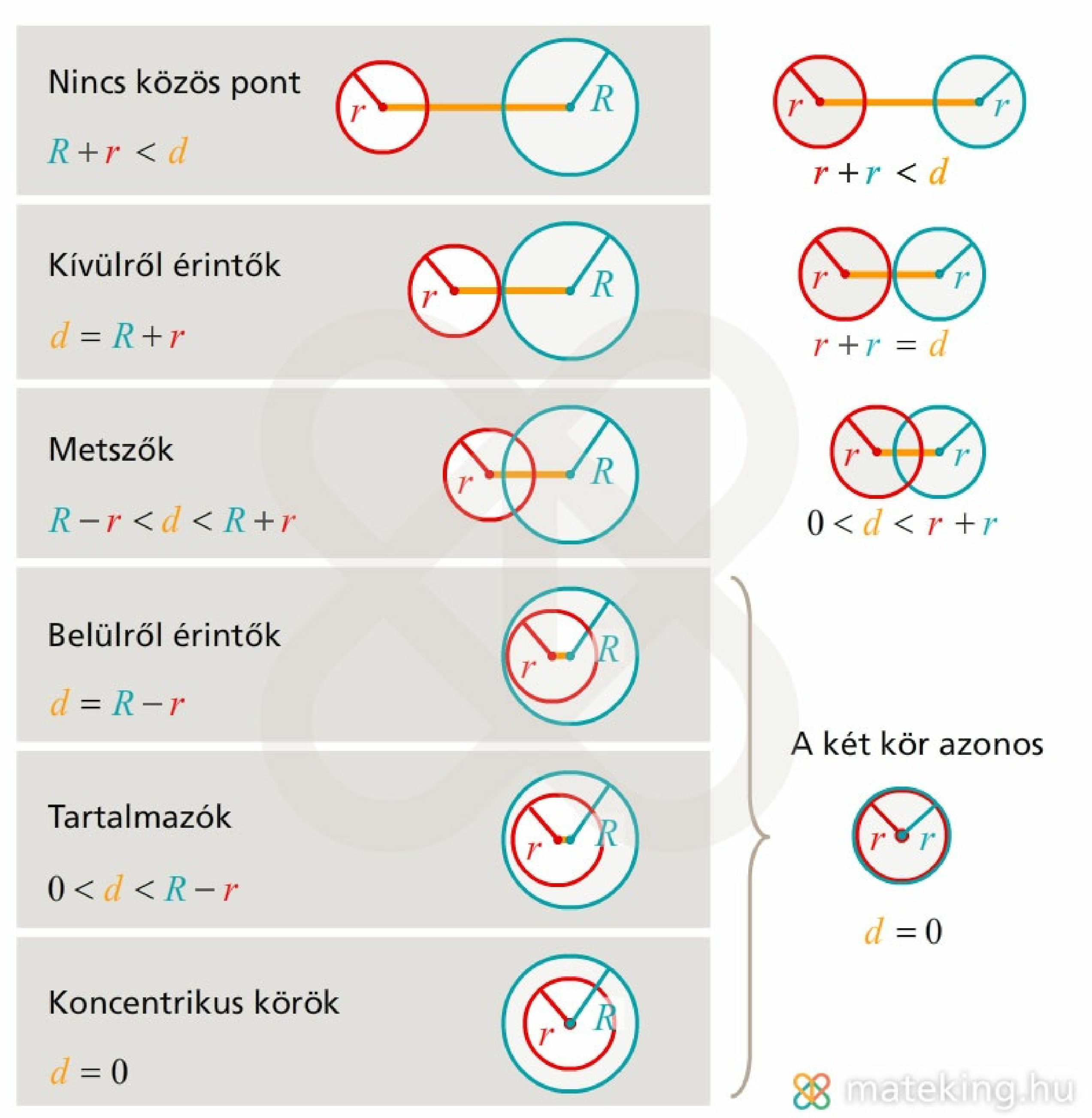


Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két kör kölcsönös helyzete a síkban már eléggé sokféle lehet. Két fő esetet lehet megkölönböztetni egymástól. Az egyik eset, amikor a két kör sugara nem ugyanakkora, a másik eset pedig az, amikor a két kör sugara ugyanakkora.

Két kör kölcsönös helyzete, ha a körök sugara nem ugyanakkora:
Elkerülő körök: Ha a két kör középpontjának távolsága nagyobb, mint a körök sugarainak összege, akkor a köröknek nincs közös pontjuk.
Kívülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága éppen a sugarak összege, akkor egy közös pontjuk van és ilyenkor a két kör kívülről érinti egymást.

Metsző körök: Ha a körök középpontjainak távolsága kisebb, mint a sugarak összege, de nagyobb, mint a sugarak különbsége, akkor a körök metszik egymást. Ilyenkor a körvonalaiknak két közös pontja van.
Belülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága a két kör sugarának a különbsége, akkor az egyik kör belülről érinti a másikat.
Tartalmazó körök: Ha a két középpont távolsága még ennél is kisebb, de pozitív, akkor az egyik kör tartalmazza a másik kört.
Koncentrikus körök: Végül, ha a két kör középpontjának a távolsága nulla, vagyis a középpontok egybeesnek, akkor azt mondjuk, hogy a körök koncentrikus körök.



Két kör kölcsönös helyzete, ha a körök sugara ugyanakkora:
Elkerülő körök: Ha a két kör középpontjának távolsága nagyobb, mint a körök sugarainak összege, akkor a köröknek nincs közös pontjuk.
Kívülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága éppen a sugarak összege, akkor egy közös pontjuk van és ilyenkor a két kör kívülről érinti egymást.
Metsző körök: Ha a körök középpontjainak távolsága kisebb, mint a sugarak összege, de nagyobb, mint nulla, akkor a körök metszik egymást. Ilyenkor a körvonalaiknak két közös pontja van.

Egybeeső körök: Ha a középpontok távolsága nulla, vagyis a középpontok egybeesnek, akkor azt mondjuk, hogy a körök koncentrikus körök.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az r sugarú kör kerülete:

$$K = 2r \cdot \pi$$

Területe:

$$T = r^2 \cdot \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A körcikk ívhossza és területe úgy aránylik a kör kerületéhez és területéhez, mint a körcikkhez tartozó középponti szög a 360°-hoz:

$$I_\alpha = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2r \cdot \pi$$

$$T_\alpha = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Thalész-tétel azt mondja, hogy ha az AB szakasz egy kör átmérője, és C a kör tetszőleges harmadik pontja, akkor az ACB-szög mindig derékszög.

Ezt úgy is szokás mondani, hogy az AB szakasz a körív bármely harmadik C pontjából derékszögben látszik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egybevágósági transzformációk

A tengelyes tükrözéshez először is kell egy tengely, amire tükrözünk, ezt t-vel szoktuk jelölni.

Egy pontot úgy kell tükrözni a t tengelyre, hogy a pontból merőlegest állítunk a tengelyre, és a pont tükörképe ezen a merőlegesen lesz, ugyanolyan távol, mint az eredeti pont, csak éppen a tengely másik oldalán.

A tengelyen lévő pontok tükrözésekor nem történik semmi. Ezeket a pontokat fix pontoknak nevezzük.

A tengelyes tükrözés egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárásváltó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alakzatot vagy sokszöget tengelyesen szimmetrikusnak nevezünk, ha van olyan tengelyes tükrözés, aminek a hatására a tükörképe önmaga.

Tengelyesen szimmetrikus alakzatok pl.:

Egyenlőszárú háromszög, téglalap, deltoid, rombusz, négyzet, szabályos sokszögek

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A középpontos tükrözéshez először is kell egy középpont, amire tükrözünk, ezt O-val szoktuk jelölni.

Bármelyik pontnak a tükörképe úgy keletkezik, hogy a pontot összekötjük a tükrözés középpontjával, és a tükörkép ezen az összekötő egyenesen lesz. Ugyanolyan távol a középponttól, mint az eredeti pont, csak éppen a középpont másik oldalán.

Ezért aztán a középpontos tükrözés egyetlen fix pontja maga a középpont.

A középpontos tükrözés egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárástartó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alakzat vagy sokszög akkor középpontosan szimmetrikus, ha van olyan középpontos tükrözés, aminek hatására a tükörképe önmaga lesz.

Középpontosan szimmetrikus alakzatok pl.:

Paralelogramma, páros oldalú szabályos sokszögek

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A pont körüli forgatáshoz kell egy pont, ami körül forgatunk (O), na és persze egy szög (α).

Mivel két irányba is forgathatnánk, így a szög előjeles. Az óramutató járásával megegyező irányú forgatás negatív, az azzal ellentétes irányú pedig pozitív.

A pont körüli forgatás egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárástartó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alakzatot vagy sokszöget forgás-szimmetrikusnak nevezünk, hogyha van olyan O pont, ami körül egy 0 és 360 fok közé eső szöggel elforgatva a sokszöget önmagába tudjuk forgatni.

Példák forgás-szimmetrikus alakzatokra:

Szabályos háromszög, négyzet, szabályos sokszögek

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Minden eltolást egy vektor segítségével adhatunk meg. Ennek a vektornak van egy iránya és egy nagysága.

Az eltolás során az alakzat lényegében ugyanaz marad, csak kicsit arrébb kerül.

Az eltolás egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárástartó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két alakzat akkor egybevágó, ha van olyan egybevágósági transzformáció, ami az egyiket a másikba viszi.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két háromszög egybevágó, ha

1.) egy oldal és a rajta fekvő két szögük egyenlő.

2.) két oldal és a nem kisebbel szemközti szögük egyenlő.

3.) két oldal és az általuk bezárt szögeik egyenlők.

4.) három oldal páronként egyenlő.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Vektorok

A vektor egy irányított szakasz.

Jelölése: $\underline{v} = \overrightarrow{AB}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két vektor: $\underline{a} = (a_1, a_2)$, $\underline{b} = (b_1, b_2)$

A két vektor összege:

$$\underline{a} + \underline{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$$

A két vektor különbsége:

$$\underline{a} - \underline{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$$

$$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt az $\underline{a} = (a_1, a_2)$ és $\underline{b} = (b_1, b_2)$ vektor.

Az $\underline{a}$ vektor hossza:

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Az $\overrightarrow{AB}$ vektor hossza:

$$\overrightarrow{AB} = |\underline{b} - \underline{a}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

És pont ugyanígy kapjuk meg az A és B pontok távolságát is.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két pont közti vektor a végpontba mutató helyvektor minusz a kezdőpontba mutató helyvektor.

Tehát $\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Elsőfokú függvények

A lineáris függvény képlete:

$y = m \cdot x + b$ vagy $x \mapsto m \cdot x + b$ vagy $f(x) = m \cdot x + b$

Az egyik dolog, amit érdemes tudni róla, hogy milyen meredeken megy.

Ezt meredekségnek hívjuk, és így jön ki:

$m = \frac{\text{amennyit fö}lfele megy}{\text{amennyit elő}re megy}$

A másik dolog, amit érdemes tudni, hogy hol metszi a függvény grafikonja az$y$ tengelyt.

Ezt úgy hívjuk ,hogy tengelymetszet, és a jele$b$ a képletéből.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Függvények, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely...

Adott az A és B nem üres halmaz.

Ha az A halmaz bizonyos elemeihez egyértelműen hozzárendeljük a B halmaz bizonyos elemeit, akkor ezt a hozzárendelést függvénynek nevezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Adott az $f : A \mapsto B$ függvény. A függvény értelmezési tartománya azoknak az elemeknek a halmaza az A halmazban, amikhez a függvény hozzárendel B halmazbeli elemeket.

Az értelmezési tartományt az angol domain szó alapján, ami egyébként azt jelenti, hogy tartomány, így jelöljük: D_f.

De a gyengébb idegzetűek kedvéért szokás úgy is jelölni, hogy É.T.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f : \ x \mapsto y$ függvény kölcsönösen egyértelmű, ha $x_1 \neq x_2$ akkor $y_1 \neq y_2$. Vagyis különböző x-ekhez mindig különböző y-okat rendel.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azokat a pontokat, ahol a függvény grafikonja az x tengelyt metszi, zérushelynek nevezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az $f(x)$ függvényt egy $]a, b[$ intervallumon monoton növekedőnek mondunk, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) \leq f(x_2)$

Szigorúan monoton növekedő, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) < f(x_2)$

Az $f(x)$ függvényt egy $]a, b[$ intervallumon monoton csökkenőnek mondunk, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) \geq f(x_2)$

Szigorúan monoton csökkenő, ha bármely $x_1, x_2 \in]a, b[$ esetén, ha $x_1 < x_2$, akkor $f(x_1) > f(x_2)$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Függvény szélsőértékén a maximumát illetve minimumát értjük.

Precízebben:

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában (globális) maximuma van, ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \leq f(x_0)$.

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában (globális) minimuma van, ha minden $x \in D_f$ esetén $f(x) \geq f(x_0)$.

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában lokális maximuma van, ha létezik olyan nem nulla környezete, hogy ott ő a maximum.

Az $f(x)$ függvénynek az $x_0 \in D_f$ pontjában lokális minimuma van, ha létezik olyan nem nulla környezete, hogy ott ő a minimum.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Konkávnak nevezzük a függvényt azon a szakaszon, ahol "szomorú hangulatban" van, vagy precizebben ha a szakaszon a függvény bármely két pontját összekötve a függvény a két pontot összekötő egyenes felett halad.

Konvexnek nevezzük a függvényt azon a szakaszon, ahol "vidám hangulatban" van, vagy precizebben ha a szakaszon a függvény bármely két pontját összekötve a függvény a két pontot összekötő egyenes alatt halad.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Függvények ábrázolása, függvénytranszformációk

Belső függvénytranszformáció: $f(x+a)$, ez úgy működik, hogy az x tengely mentén tolja el a függvény grafikonját.

Külső függvénytranszformáció: $f(x)+a$, ez pedig az y tengelyen tolja el a függvényt.

Függvény szorzása számmal: $a \cdot f(x)$, ilyenkor megnyújtjuk a függvényt az y tengely szerint.

Függvény változójának szorzása egy számmal: $f(a \cdot x)$, ilyenkor az x tengely szerint nyújtjuk a függvényt.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Minden olyan függvényt, ami az y tengelyre szimmetrikus, páros függvénynek hívunk. Ezek a függvények azt tudják, hogy bármely x-re amelyre értelmezve vannak:

$$f(-x) = f(x)$$

Azokat a függvényeket, amelyek az origóra szimmetrikusak, páratlan függvénynek nevezzük. A páratlan függvények úgy működnek, hogy bármely x-re amelyre értelmezve vannak:

$$f(-x) = -f(x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha az x különböző pozitív egész kitevős hatványait összeadjuk vagy kivonjuk, akkor polinomokat kapunk.

A polinomfüggvény általános alakja:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots a_1 x + a_0$$

A legmagasabb fokú tag együtthatóját hívjuk főegyütthatónak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egyenlőtlenségek

Egyenlőtlenséget ugyanúgy kell megoldani, mint egyenletet. Amire figyelnünk kell, hogy ha negatív számmal szorzunk, az egyenlőtlenség iránya megfordul.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Abszolútértékes egyenletek és egyenlőtlenségek

Egy szám abszolútértékén a nullától való távolságát értjük.

Precizebben egy x szám abszolútértékén ezt értjük:

$$|x| = \begin{cases} x \text{ ha } 0 \leq x \\ -x \text{ ha } x < 0 \end{cases}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Statisztika

Az adatsor legyakoribb értéke a módusz. Hogyha például Bob matekjegyei ezek:

2, 3, 1, 4, 1, 2, 2, 3, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 2, 4

Akkor egyszerűen meg kell számolni, hogy melyikből van a legtöbb, és az a matekjegy lesz a módusz. Most 2-esből van a legtöbb, így Bob matekjegyeinek a módusza 2. A módusz jele Mo és így most Mo=2.

Léteznek olyan eloszlások is, amelyeknek több módusza van. Hogyha például Bob jegyei:

1, 2, 2, 3, 5, 3, 3, 4, 2

Itt 2-esből és 3-asból ugyanannyi van, mindkettőből 3 darab. Ez egy kétmóduszú eloszlás.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A medián a növekvő sorba rendezett adatsor középső értéke. Ha az adatsorban páros sok elem van, akkor nincs középső elem, ilyenkor a két középső elem átlagát vesszük.

Hogyha például Bob matekjegyei ezek:

2, 3, 1, 4, 1, 2, 2, 3, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 2, 4

Akkor egyszerűen növekvő sorba kell rakni..

1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5

És aztán meg kell keresni melyik a középső. Most nincsen középső, mert páros sok elem van, így ilyenkor a két középen lévőt átlagoljuk:

1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2,**2**, **3**, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5

Ezeknek az átlaga 2,5 vagyis a medián most 2,5. A medián jele Me, így Me=2,5

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az átlagot úgy kapjuk meg, hogy az összes elemet összeadjuk, és aztán elosztjuk az elemek számával.

Jele: $\overline{x}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az átlagtól való átlagos eltérés egyik legjobb mérőszáma a szórás. Hátránya, hogy egy kicsit ronda a szórás képlete. A szórást egy szigma nevű görög betűvel jelöljük.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2}{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az adatsor első felének a felezőpontja az alsó kvartilis.

Az alsó kvartilis jele: Q_1

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az adatsor második felének a felezőpontja a felső kvartilis.

A felső kvartilis jele: Q_3

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kvartilisek és a medián azt szemlélteti, hogyan oszlanak el az adatsorban szereplő adatok. Ezek segítségével készíthető el a doboz-ábra, vagy másnéven dobozdiagram. Szokás még sodrófa diagramnak is nevezni, és az angol elnevezést is gyakran használják, ami a box plot.

Egy sobarendezett adatsorban öt darab speciális negyedelőpontot fogunk használni. Az első az adatsor legkisebb értéke, ez a Q_0 . Aztán a következő negyedelő az alsó kvartilis, ami Q_1 utána jön a felezőpont vagyis a medián, ezt Me-vel és Q_2-vel is jelöljük, végül a felső kvartilis, ami a Q_3. Az adatsor legnagyobb értéke pedig Q_4. A legnagyobb és a legkisebb érték különbsége a terjedelem, míg a két kvartilis különbségét félterjedelemnek vagy más néven interkvartilisnek hívjuk. Ezekből épül föl a doboz-ábra vagy másként dobozdiagram.

Előfordulhat, hogy az adatsorban kiugró értékek is szerepelnek. A kiugró érték az, ami az alsó kvartilisnál legalább a félterjedelem másfélszeresénél kisebb, vagy pedig a felső kvartilisnél legalább a félterjedelem másfélszeresénél nagyobb. Huh, ez elég bonyolultan hangzik. De valójában nagyon egyszerű, csak nézd meg kapcsolódó epizódot és kiderül.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A relatív szórás azt mondja meg, hogy a szórás az átlagnak hány százaléka:

$$V = \frac{\sigma}{\overline{X}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Valószínűségszámítás

Eseményeknek nevezzük a valószínűségi kísérlet során bekövetkező lehetséges kimeneteleket.

Megkülönböztetünk elemi eseményeket, ilyen például, hogy egy dobókockával 1-est dobunk. Vannak azonban olyan események is amik több elemi eseményből épülnek fel, ilyen például az, hogy párosat dobunk.

Az eseményeket az ABC nagybetűivel jelöljük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A valószínűség kiszámításának klasszikus modelljét akkor alkalmazhatjuk, ha egy kísérletnek véges sok kimenetele van és ezek valószínűsége egyenlő. Ekkor az esemény valószínűségét úgy kaphatjuk meg, hogy megszámoljuk hány elemi eseményből áll és ezt elosztjuk az összes elemi esemény számával.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ezt a képletet hívjuk binomiális eloszlásnak:

$$P = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

ahol n a kísérletek száma,

k a sikeres kísérletek száma,

p pedig a sikeres kísérlet valószínűsége.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Visszatevéses mintavételről beszélünk, ha egy p valószínűségű elem többszöri kihúzásának esélyét vizsgáljuk úgy, hogy ha kihúzunk egy ilyen elemet, akkor ezt követően azt visszarakjuk.

Például ha azt vizsgáljuk, hogy egy kosárban van 8 piros és 5 kék golyó, és mennyi a valószínűsége, hogy háromszor húzva két piros és egy kék golyót húznánk úgy, hogy a kihúzott golyókat mindig visszatesszük, akkor az egy visszatevéses mintavétel.

A visszatevées mintavételhez kapcsolódó eloszlás a binomiális eloszlás.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A visszatevés nélküli mintavétel tipikus példája, hogy van egy doboz, benne N darab elem. Közülük K darab valamilyen tulajdonságú, az egyszerűség kedvéért hívjuk selejtesnek. Mondjuk sárga vagy szép vagy ronda. Kihúzunk n darab elemet, és ez a képlet meg fogja nekünk mondani, hogy mekkora az esélye, hogy közülük k darab a vizsgált tulajdonságú:

$$P(X=k)=\frac{\binom{K}{k}\cdot\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

De vannak olyan esetek, amikor a visszatevés nélküli mintavételnél másik képletet kell használnunk. Ezt a másik képletet binomiális eloszlásnak nevezzük, és olyankor használjuk, amikor a selejtek száma helyett csak a selejtek arányát ismerjük.

Ez a binomiális eloszlás képlete:

$$P=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

ahol n a kísérletek száma,

k a sikeres kísérletek száma,

p pedig a sikeres kísérlet valószínűsége.

És, hogy mi alapján döntjük el, hogy a két képlet közül melyiket kell használni? A dolog nagyon logikus, nézd meg a kapcsolódó epizódot és minden világos lesz.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A hipergeometriai eloszlás a visszatevés nélküli mintavételhez kapcsolódó eloszlás, képlete pedig:

$$P(X=k)=\frac{\binom{K}{k}\cdot\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A esemény valószínűsége, ha tudjuk, hogy a B esemény biztosan bekövetkezik:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

$$P(A\setminus B)=P(A)-P(A\cap B)$$

$$P(\overline{A})=1-P(A)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A és B eseményt egymástól függetlennek nevezzük, ha teljesül rájuk, hogy

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A és B eseményt kizárónak nevezünk, ha

$$A \cap B = \emptyset$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot