Komplex számok

Van itt két komplex szám: $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$

A két komplex szám összege:
$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$

A két komplex szám különbsége:
$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két komplex szám: $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$

A két komplex szám szorzata:
$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = a \cdot c - b \cdot d + (a \cdot d + b \cdot c)i$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A komplex számok egy valós és egy imaginárius (képzetes) számból épülnek föl. A valós számok a szokásos x tengelyen helyezkednek el, míg az imaginárius számok egy erre merőleges y tengelyen, amit imaginárius tegelynek, vagy képzetes tengelynek nevezünk. Az imaginárius tengely egysége az i, ami olyan, mint a valós tengelyen az 1, csak éppen egy meglehetősen furcsa dolgot tud. Az imaginárius egység egy olyan komplex szám, aminek a négyzete -1 és i-vel jelöljük, azaz

$i^2 = -1$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A komplex számokat azért hívjuk "komplex"nek, mert két részből tevődnek össze. Egy valós és egy imaginárius (képzetes) számból épülnek föl. A valós számok a szokásos x tengelyen helyezkednek el, míg az imaginárius számok egy erre merőleges y tengelyen, amit imaginárius tegelynek, vagy képzetes tengelynek nevezünk. A komplex számok egy valós számból és egy imaginárius számból tevődnek össze:

$z = a + bi$

Itt a és b valós számok, az i pedig az imaginárius egység, ami azt tudja, hogy $i^2 = -1$.

Magukat a valós számokat és az imaginárius számokat is komplex számnak tekinthetjük. A valós számok olyan komplex számok, amelyeknek az imaginárius része nulla, míg az imaginárius számok olyankomplex számok, amelyeknek a valós része nulla. A komplex számok egy síkon, az úgynevezett komplex számsíkon helyezkednek el. Kicsit olyanok, mint a koordinátageometriában a kétdimenziós sík vektorai, ahol az i és j bázisvektorkat szokás használni, az x tengelynél az i és az y tengelynél a j vektorral. Ennek az analógiának köszönhetően vannak, akik az imaginárius számokat nem is i-vel, hanem j-vel jelölik. Bár ez segíthet erősíteni az analógiát a sík vektoraival, de mégis zavaró, mivel aki komolyabban is fogalakozik a komplex számokkal, a hivatalos jelöléssel fog találkozni, ahol az imaginárius tengelyen i-k vannak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A valós számokat úgy érdemes elképzelni, mint egy koordinátarendszer x tengelyét. És minden helyet ki is töltenek a valós számok ezen a számegyenesen. A komplex számok egy valós és egy imaginárius (képzetes) részből épülnek föl, és szemléltetésükhöz nem egy, hanem két koordinátatengelyre van szükség. Az x tengelyen vannak a valós számok, az y tengelyen pedig az imaginárius, vagyis a képzetes számok. A valós számok tengelyén az egység a szokásos 1, míg az imaginárius számok tengelyén az egység az i. A kétb tengely által kifeszített síkot nevezzük komplex számsíknak, vagy másknt Gauss-féle számsíknak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a komplex szám:

$$z = a + bi$$

Komplex számoknak van ilyenje, hogy imaginárius egység:

$$i^2 = -1$$

Komplex számok konjugáltja:

$$\overline{z} = a - bi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a komplex szám: $z = a + bi$

Ennek a komplex számnak az abszolútértéke:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A $z = a + bi$ komplex szám trigonometrikus alakja:

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, ahol

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \cos\theta = \frac{a}{r}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két komplex szám trigonometrikus alakban: $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$, $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$

Komplex számok szorzása trigonometrikus alakban:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2))$$

Komplex számok osztása trigonometrikus alakban:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2))$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a komplex szám trigonometrikus alakban: $r\left(\cos\theta + i\sin\theta\right)$

Ekkor ennek a komplex számnak az n-edik hatványa:

$$z^n = r^n\left(\cos n\theta + i\sin n\theta\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a komplex szám trigonometrikus alakban: $z = r\left(\cos\theta + i\sin\theta\right)$

Ekkor ennek a komplex számnak az n-edik gyöke:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt két komplex szám exponenciális alakban: $z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$, $z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$

Komplex számok szorzása exponenciális alakban:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

Komplex számok osztása exponenciális alakban:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1-\theta_2)}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a komplex szám exponenciális alakban: $z = re^{i\theta}$

Ekkor ennek a komplex számnak az n-edik hatványa:

$$z^n = r^n e^{ni\theta}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Van itt ez a komplex szám exponenciális alakban: $z = re^{i\theta}$

Ekkor ennek a komplex számnak az n-edik gyöke:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} e^{i\frac{\theta+2k\pi}{n}}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
