MATEKING.HU

Képletgyűjtemény

MATEK 8. OSZTÁLY tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 15.

Tartalomjegyzék

Hatványozás, a hatványozás azonosságai, normálalak

A hatványozás a szám önmagával vett szorzatait rövidíti.

Pl.: $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Itt a 6-ot a hatvány alapjának nevezzük, a 3-at kitevőnek, az eredményt pedig a hatvány értékének.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha azonos alapú hatványokat szorzunk, akkor a kitevők összeadódnak.

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha azonos alapú hatványokat osztunk, akkor a kitevők kivonódnak.

$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hatvány hatványa a kitevők szorzata.

$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Minden nem nulla szám nulladik hatványa 1.

$a^0 = 1$, ha $a \neq 0$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy nem nulla szám negatív egész kitevőjű hatványát úgy számolhatjuk ki, hogy a reciprokát a kitevő ellentettjére emeljük.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szorzat mindkét tényezője ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles szorzat hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és mindkét tényezőt hatványozni kell.

Pl.: $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy törtnek a számlálója és nevezője is ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles tört hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és a számlálót és nevezőt is hatványozni kell.

Pl.: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A túl nagy vagy éppen túl pici számok leírására találták ki a normálalakot.

A normálalak mindig egy szorzat, az első tényezője egy abszolútértékben 1-nél nagyobb vagy egyenlő, 10-nél kisebb szám. A másik tényezője pedig egy 10 hatvány.

Pl.: $35000 = 3,5 \cdot 10^4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Számrendszerek

A tizes számrendszerbe való átváltás lépései:

1. Elkészítjük a helyiérték-táblázatot (a helyiértékek mindig a számrendszer számának hatványai).
2. Oszloponként összeszorozzuk a helyiértéket a számjeggyel és összeadjuk ezeket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kettes számrendszerbe átváltáshoz elkezdjük a számot 2-vel maradékosan osztogatni, amíg már csak a 0 marad. Ezt követően pedig a maradékokat lentről felfelé visszaolvasva kapjuk meg a kettes számrendszerbeli számot.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A négyzetgyök és az irracionális számok

Egy a nem negatív szám négyzetgyöke az a nem negatív szám, aminek a négyzete a.

$a \geq 0 \qquad \sqrt{a} \geq 0 \qquad \sqrt{a}^2 = a$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A törteket és az egész számokat így egyben racionális számoknak nevezzük.

Bonyolultabban megfogalmazva egy szám akkor racionális, ha felírható két egész szám hányadosaként.

A racionális számok jele: Q.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azokat a számokat, amik nem racionálisak, irracionális számoknak nevezzük.

Az irracionális számok nagyon rondák, végtelen hosszúak és nem ismétlődőek.

Az irracionális számok mivel nem racionális számok, ezért nem írhatóak fel két egész szám hányadosaként.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A racionális és irracionális számok együttesét valós számoknak nevezzük.

A számegyenes minden pontjában egy racionális vagy irracionális szám áll.

A valós számok jele: R.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A negatív, a pozitív egészek és a nulla alkotja az egész számok halmazát.

Az egész számok jele: Z.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Pitagorasz-tétel

A derékszögű háromszögben a befogók négyzetének összege egyenlő az átfogó négyzetével, vagyis ha az átfogót c-vel jelöltük:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy háromszög oldalaira teljesül, hogy

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Akkor a háromszög derékszögű.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Pitagoraszi számhármasok olyan számok, amelyekre teljesül a Pitagorasz-tétel.

Pl.: 3, 4 és 5 együtt Pitagoraszi számhármasok, ugyanis $3^2 + 4^2 = 5^2$ igaz.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Betűs kifejezések: az algebra

Az együttható a betűs kifejezés előtt álló szám.

Pl.: $3x$ kifejezés együtthatója 3.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az algebrai kifejezésekben a betűket változóknak nevezzük.

Pl.: $2x + y$ algebrai kifejezésben x és y változók.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A betűs kifejezéseket nevezzük algebrai kifejezéseknek.

Pl.: $2x + y$ egy algebrai kifejezés.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az önmagában álló számokat nevezzük konstansnak.

Pl. $2x + y + 5$ kifejezésben az 5 konstans.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egynemű kifejezések azok a betűs kifejezések, amik csak az együtthatójukban különböznek.

pl.: $5x$ és $3x$ egynemű kifejezések, mert csak az együtthatóik (5 és 3) különböznek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az egynemű kifejezések mindig összevonhatóak. Az összevont kifejezés együtthatója az eredeti együtthatók összege lesz.

Pl.: $3x + 5x + 2x = (3 + 5 + 2)x = 10x$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Zárójel felbontásakor minden tagot minden taggal szorozni kell.

Pl.: $5 \cdot (4x + 6) = 5 \cdot 4x + 5 \cdot 6 = 20x + 30$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kiemelés a zárójelfelbontás megfordítása.

A dolog úgy indul, hogy találnunk kell egy közös részt, amit kiemelhetünk.

A kiemelés során egy többtagú kifejezést egy vagy többtagú kifejezések szorzatává alakítjuk át úgy, hogy minden tagból kiemeljük a közös részeket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A törtek egyszerűsítése azt jelenti, hogy a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a nem nulla számmal osztjuk. Ha nincs olyan szám, amivel mind a számláló és a nevező is osztható lenne, akkor már nem egyszerűsíthető tovább a tört.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Algebrai törteknek nevezzük azokat a törteket, melyek nevezőjében betűs kifejezés van.

Tehát ha csak a tört számlálójában van betűs kifejezés (pl.x), de a nevezőjében nem, akkor az még nem algebrai tört.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Zárójel felbontásakor minden tagot minden taggal szorozni kell.

Ha a szorzás mindkét tényezője többtagú, akkor az első tényező első tagjával szorozzuk végig a másik tényező tagjait, majd pedig folytatjuk az első tényező második tagjával.

Pl.: $(a+b)\cdot(c-5)=a\cdot c-5\cdot a+b\cdot c-5\cdot b$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A helyettesítési érték azt jelenti, hogy a betűs kifejezés helyére írjuk be a behelyettesítendő értéket.

Pl.: $2x+5$ kifejezés helyettesítési értéke $x=3$-ban: $2\cdot 3+5=6+5=11$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egybevágósági transzformációk

A tengelyes tükrözéshez először is kell egy tengely, amire tükrözünk, ezt t-vel szoktuk jelölni.

Egy pontot úgy kell tükrözni a t tengelyre, hogy a pontból merőlegest állítunk a tengelyre, és a pont tükörképe ezen a merőlegesen lesz, ugyanolyan távol, mint az eredeti pont, csak éppen a tengely másik oldalán.

A tengelyen lévő pontok tükrözésekor nem történik semmi. Ezeket a pontokat fix pontoknak nevezzük.

A tengelyes tükrözés egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárásváltó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alakzatot vagy sokszöget tengelyesen szimmetrikusnak nevezünk, ha van olyan tengelyes tükrözés, aminek a hatására a tükörképe önmaga.

Tengelyesen szimmetrikus alakzatok pl.:

Egyenlőszárú háromszög, téglalap, deltoid, rombusz, négyzet, szabályos sokszögek

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A középpontos tükrözéshez először is kell egy középpont, amire tükrözünk, ezt O-val szoktuk jelölni.

Bármelyik pontnak a tükörképe úgy keletkezik, hogy a pontot összekötjük a tükrözés középpontjával, és a tükörkép ezen az összekötő egyenesen lesz. Ugyanolyan távol a középponttól, mint az eredeti pont, csak éppen a középpont másik oldalán.

Ezért aztán a középpontos tükrözés egyetlen fix pontja maga a középpont.

A középpontos tükrözés egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárástartó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alakzat vagy sokszög akkor középpontosan szimmetrikus, ha van olyan középpontos tükrözés, aminek hatására a tükörképe önmaga lesz.

Középpontosan szimmetrikus alakzatok pl.:

Paralelogramma, páros oldalú szabályos sokszögek

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A pont körüli forgatáshoz kell egy pont, ami körül forgatunk (O), na és persze egy szög (α).

Mivel két irányba is forgathatnánk, így a szög előjeles. Az óramutató járásával megegyező irányú forgatás negatív, az azzal ellentétes irányú pedig pozitív.

A pont körüli forgatás egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárástartó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy alakzatot vagy sokszöget forgás-szimmetrikusnak nevezünk, hogyha van olyan O pont, ami körül egy 0 és 360 fok közé eső szöggel elforgatva a sokszöget önmagába tudjuk forgatni.

Példák forgás-szimmetrikus alakzatokra:

Szabályos háromszög, négyzet, szabályos sokszögek

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két alakzat akkor egybevágó, ha van olyan egybevágósági transzformáció, ami az egyiket a másikba viszi.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két háromszög egybevágó, ha

1.) egy oldal és a rajta fekvő két szögük egyenlő.

2.) két oldal és a nem kisebbel szemközti szögük egyenlő.

3.) két oldal és az általuk bezárt szögeik egyenlők.

4.) három oldal páronként egyenlő.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Minden eltolást egy vektor segítségével adhatunk meg. Ennek a vektornak van egy iránya és egy nagysága.

Az eltolás során az alakzat lényegében ugyanaz marad, csak kicsit arrébb kerül.

Az eltolás egy egybevágósági transzformáció.

Tulajdonságai:

- távolságtartó
- szögtartó
- körüljárástartó

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egyenletek megoldása, a mérleg-elv

A mérleg elv lényege, hogy amikor megoldunk egy egyenletet, az egyenlőségjel mindkét oldalán ugyanazokat a műveleteket kell elvégeznünk. Az egyenlet mindkét oldalához ugyanazt a számot hozzáadhatjuk, vagy az egyenlet mindkét oldalából ugyanazt a számot kivonhatjuk. És az egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a nem nulla számmal megszorozhatjuk, vagy mindkét oldalt ugyanazzal a nem nulla számmal eloszthatjuk. Vagyis:

- ha elveszünk egy számot az egyik oldalról, akkor a másik oldalról is el kell venni

- ha hozzáadunk egy számot az egyik oldalhoz, akkor a másik oldalhoz is hozzá kell adni

-ha szorozzuk az egyik oldalt egy nem nulla számmal, akkor a másik oldalt is szorozni kell ugyanezzel a számmal

-ha osztjuk az egyik oldalt egy nem nulla számmal, akkor a másik oldalt is osztani kell ugyanezzel a számmal

Az összeadás, kivonás és szorzás egymásutáni lépéseivel jutunk el a megoldáshoz.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A megoldás lényege, hogy gyűjtsük össze az x-eket az egyik oldalon, a másik oldalon pedig a számokat, a végén pedig leosztunk az x együtthatójával.

Ha törtet is látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha törtet látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

Figyeljünk rá, hogy ilyenkor az egyenlet minden tagját meg kell szorozni (a tagokat $+$, $-$ vagy $=$ jelek választják el egymástól...).

Miután megszabadultunk a törtektől az egyenlet megoldásának lépései a szokásosak a mérleg elv segítségével.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egyenes arányosság, fordított arányosság, arányos osztás

Két mennyiség akkor egyenesen arányos, hogyha az egyiket valahányszorosára változtatjuk, akkor a másik is ugyanennyiszeresére változik.

Tipikus példa egy vonatjegy ára és a megtett távolság. Hogyha például a jegy 0,4 euróba kerül kilométerenként, akkor 1 kilométer 0,4 euró, 2 kilométer kétszer annyi, vagyis 0,8 euró, 3 kilométer háromszor annyi, vagyis 1,2 euró és így tovább. Egy másik tipikus példa a munkavégzéses feladatok. Ha például egy teherautó 400 tonna földet tud elszállítani, akkor két ugyanolyan teherautó kétszer annyit, vagyis 800 tonnát, három teherautó 1200 tonnát, és így tovább.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két mennyiség akkor fordítottan arányos, hogyha az egyiket valahányszorosára változtatjuk, akkor a másik ugyanennyied részére változik.

Tipikus példa fordított arányosságra a munkavégzéssel kapcsolatos kérdések. Ha egy adott munkát egy gép 12 óra alatt tud megcsinálni, akkor két ugyanolyan géppel 6 óra alatt lehet végezni, három egyforma géppel pedig 4 óra alatt. Vagyis a 12-t osztjuk a gépek számával. Egy másik tipikus példa, hogy egy rakományt 10 fordulóval tudnak teherautóval elszállítani. Ha két teherautót használunk akkor 10/2=5 forduló kell, és így tovább.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Szöveges feladatok (nehezebb feladatok)

Az utazásról szóló szöveges feladatok megoldása során jól jönnek a még fizikából tanult összefüggések:

$v = \frac{s}{t}$ $\quad s = v \cdot t$ $\quad t = \frac{s}{v}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Százalékszámítás

A százalékalap az a szám, amihez a százalékszámítás során viszonyítunk. Ez jelenti mindig a 100%-ot. Ha például egy osztályba 20 gyerek jár és közülük 8 lány, 12 fiú, akkor a 20 gyerek lesz a 100%, aminek valahány százaléka lány és valahány százaléka fiú.

A százalékszámítás lényege, hogy

$\text{Százalékalap} \cdot \text{Százalékláb} = \text{Százalékérték}$

A példánkban a 20 fős osztály 40%-a lány, vagyis:

$20 \cdot 40\% = 8$

A százaléklábat, vagyis a 16%-ot pedig a számolás közben úgy kell kezelni, mint századrész, tehát 40%=0,4.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékláb a százalékszámításos feladatban a százalék. Ennyi százalékát kell kiszámítani a százalékalapnak.

A százalékszámítás lényege, hogy

$\text{Százalékalap} \cdot \text{Százalékláb} = \text{Százalékérték}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékérték a százalékalap és a százalékláb szorzata, tehát a végeredmény.

A százalékszámítás lényege, hogy

$\text{Százalékalap} \cdot \text{Százalékláb} = \text{Százalékérték}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékszámítás lényeg nagyon röviden annyi, hogy a százalék valójában azt jelenti, hogy századrész. Például valaminek a 16%-a:

$\frac{16}{100} = 16\%$

Hogyha mondjuk egy osztályba 25-en járnak és közülük 16% lány, akkor az mindössze ezt jelenti, hogy

$25 \cdot \frac{16}{100} = \text{Lányok száma}$

Ezt már nagyon egyszerű kiszámolni, és az jön ki, hogy 4, vagyis a 25-nek a 16%-a 4.

Itt a 25 a százalékalap, a 16% pedig a százalékláb és az eredményül kapott 4 pedig a százalékérték. De igazából nem is az a lényeg, hogy melyiket hogyan hívjuk, hanem az, hogy ilyen egyszerűen tudunk a százalékokkal számolni.

A százalékszmítás feladatok rendszerint úgy működnek, hogy a három szereplőből, vagyis a százalékalapból, a százaléklábból és a százalékértékből kettőt ismerünk és a harmadikat ki kell számolni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékalap a százalérték és a százalékláb hányadosa.

Százalékalap $= \frac{\text{Százalékérték}}{\text{Százalékláb}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékláb a százalékérték és a százalékalap hányadosa.

Százalékláb $= \frac{\text{Százalékérték}}{\text{Százalékalap}}$

Érdemes megjegyezni, hogy a százalékalap, amivel osztani kell mindig nak/nek birtokos jelzővel van ellátva a feladatokban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha valaminek az értékét 20%-kal csökkentjük, akkor$100\% - 20\% = 80\% = \frac{80}{100} = 0,8$-cal kell szorozni.

Ha valaminek az értékét 20%-kal növeljük, akkor$100\% + 20\% = 120\% = \frac{120}{100} = 1,2$-vel kell szorozni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mértékegységek, mértékegység átváltás

kilo	1000	kilométer (km)		kilogramm (kg)
hekto	100		hektoliter (hl)	
deka	10			dekagramm (dkg)
nincs prefixum	1	méter (m)	liter (l)	gramm (g)
deci	0,1	deciméter (dm)	deciliter (dl)	
centi	0,01	centiméter (cm)	centiliter (cl)	
milli	0,001	milliméter (mm)	milliliter (ml)	milligramm (mg)

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,m = 10\,dm = 100\,cm = 1000\,mm$$

Úgy kapjuk meg ebből a négyzetméter, négyzetdeciméter, négyzetcentiméter és négyzetmilliméter váltószámait, hogy négyzetre emeljük a mértékegységeket és a váltószámokat is:

$$1\,m^2 = 10^2\,dm^2$$

$$1\,m^2 = 100^2\,cm^2$$

$$1\,m^2 = 1000^2\,mm^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,m = 10\,dm = 100\,cm = 1000\,mm$$

Úgy kapjuk meg ebből a köbméter, köbdeciméter, köbcentiméter és köbmilliméter váltószámait, hogy harmadik hatványra emeljük a mértékegységeket és a váltószámokat is:

$$1\,m^3 = 10^3\,dm^3$$

$$1\,m^3 = 100^3\,cm^3$$

$$1\,m^3 = 1000^3\,mm^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,l = 1\,dm^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1 hét = 7 nap

1 nap = 24 óra

1 óra = 60 perc

1 perc = 60 másodperc

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Gúlák térfogata és felszíne

Vegyünk egy síkbeli sokszöget és a sík felett egy pontot. Ha a pontot összekötjük a síkbeli alakzat csúcsaival, akkor egy térbeli alakzatot kapunk, amit úgy hívunk, hogy gúla.

A gúla felszíne:

$$A = T + \text{palást területe}$$

Térfogata:

$$V = \frac{T \cdot m}{3}$$

ahol m a gúla magassága.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kúp egy gúlaszerű térbeli test, melynek alapja egy kör.

A kúp felszíne:

$$A = T + \text{palást területe}$$

Térfogata:

$$V = \frac{T \cdot m}{3}$$

ahol m a kúp magassága.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A hasáb egy olyan test, amelynek két párhuzamos lapja egymással egybevágó sokszög, a többi lapja pedig paralelogramma.

A hasábok felszíne:

$$A = 2T + \text{palást területe}$$

Térfogata:

$$V = T \cdot m$$

ahol m a hasáb magassága.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kocka térfogata:

$$V = a^3$$

ahol a az oldalélének hosszát jelenti.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Kocka felszíne:

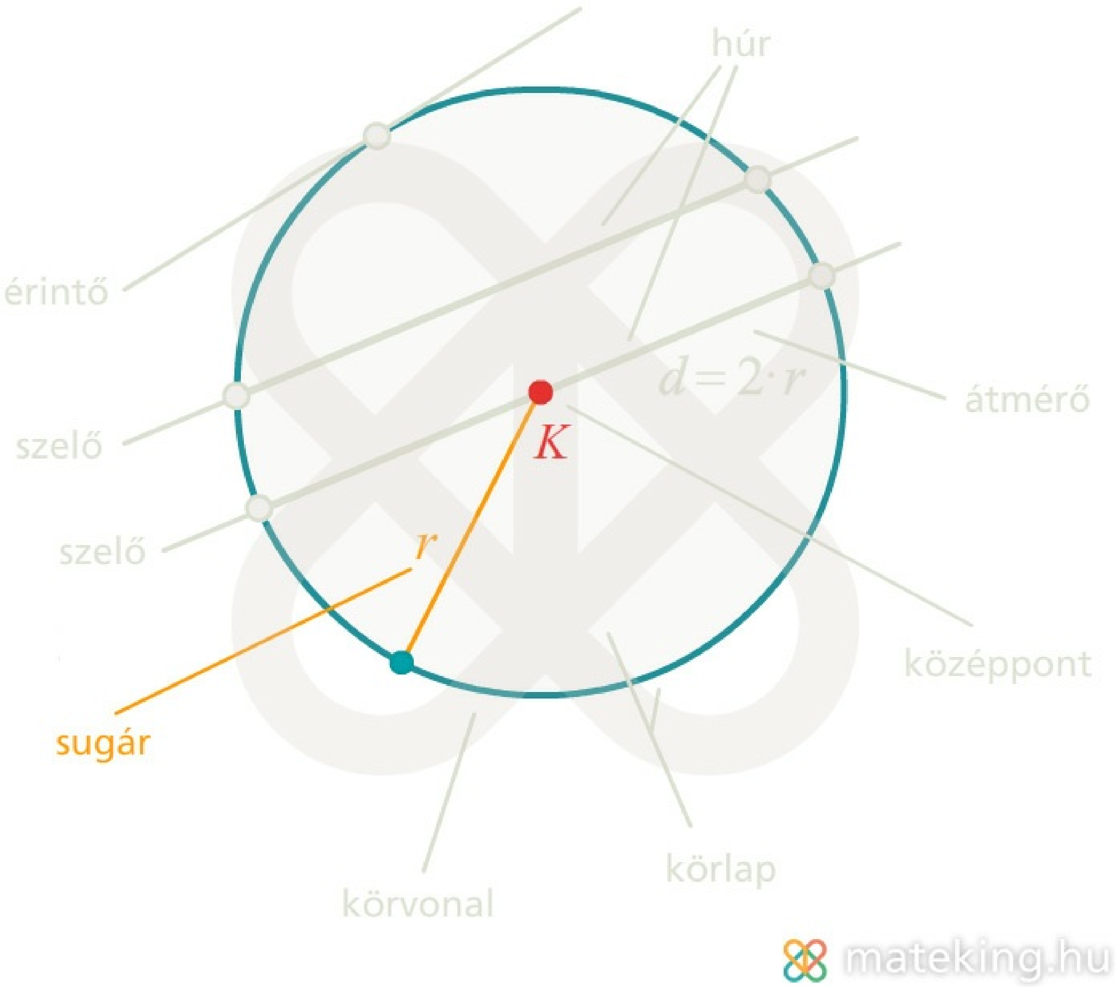
$$A = 6a^2$$

ahol a a kocka élének hossza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

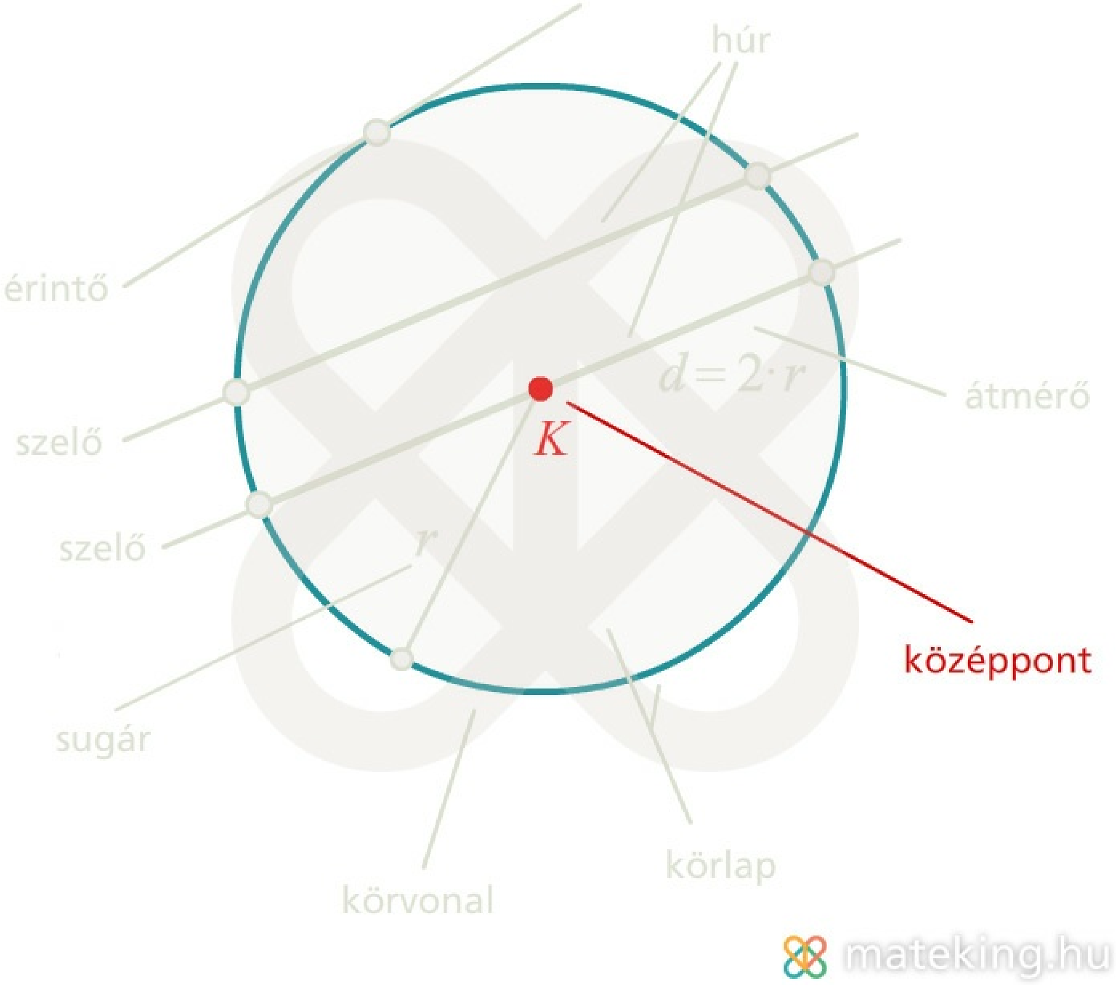
A kör

Egy kör sugara a kör középpontját a körvonal bármely pontjával összekötő szakasz hossza. A kör sugarát r betűvel jelöljük ami a radius szó kezdőbetűje.



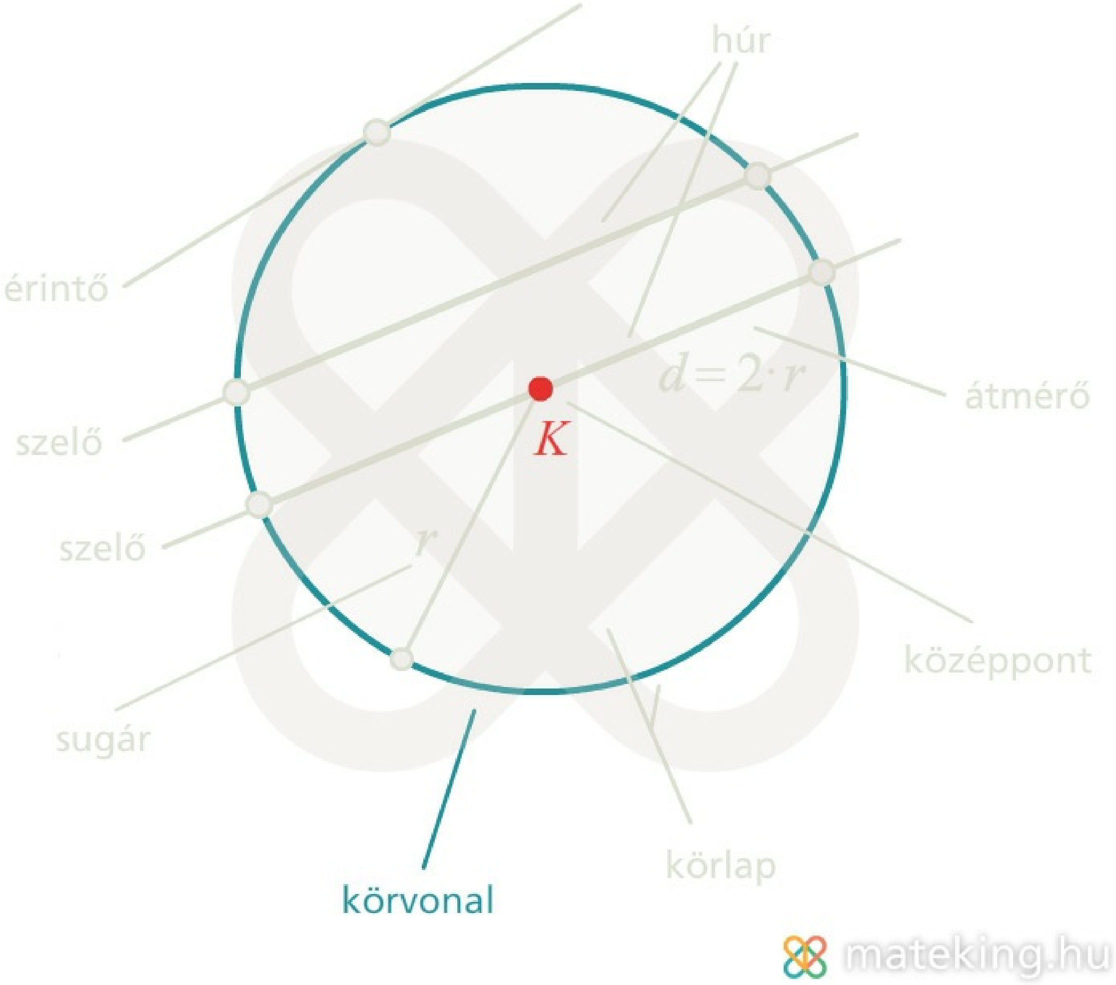
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kör azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak. Ezt az adott pontot hívjuk a kör középpontjának. A kör középpontját általában O-val vagy K-val szokás jelölni.



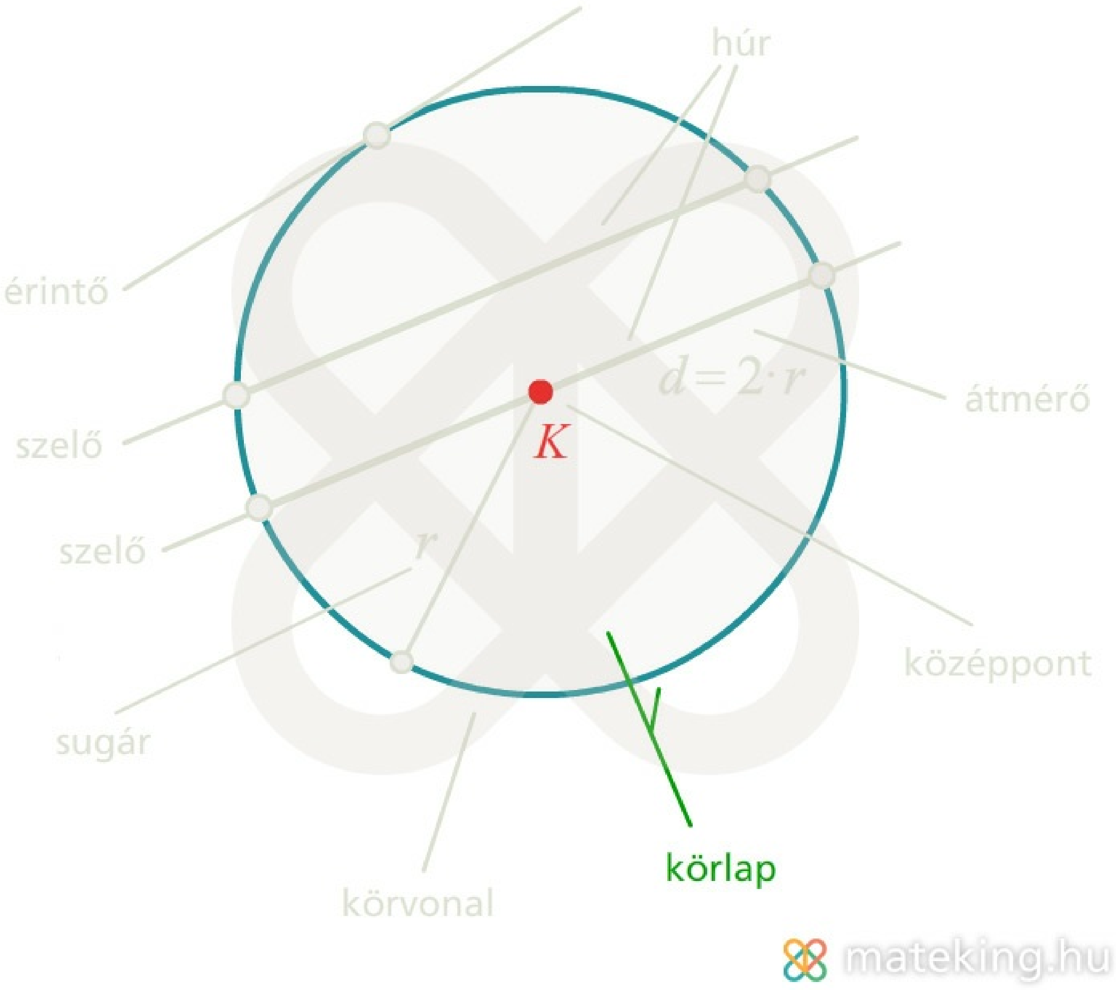
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A körvonal azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) egyenlő távolságra vannak. A körvonalat szokás egyszerűen körként is emlegetni.



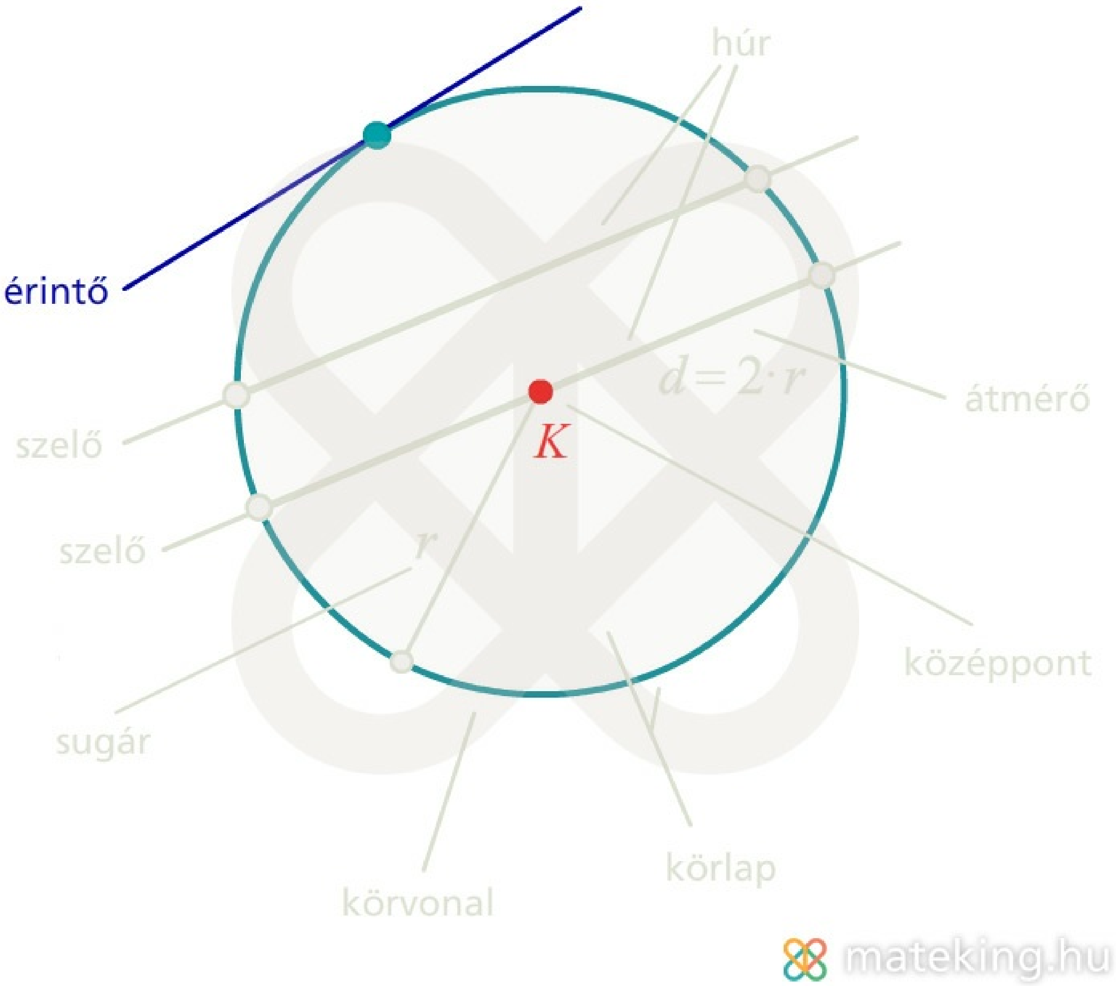
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

A körlap vagy körlemez a körvonal és a körvonalon belüli rész együttes elnevezése. Ezt így egyben szokás egyszerűen csak simán körnek is nevezni. Matematikailag precíz definíciója: azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) legfeljebb egy adott ***r*** távolságra (***r*** a kör sugara) vannak.



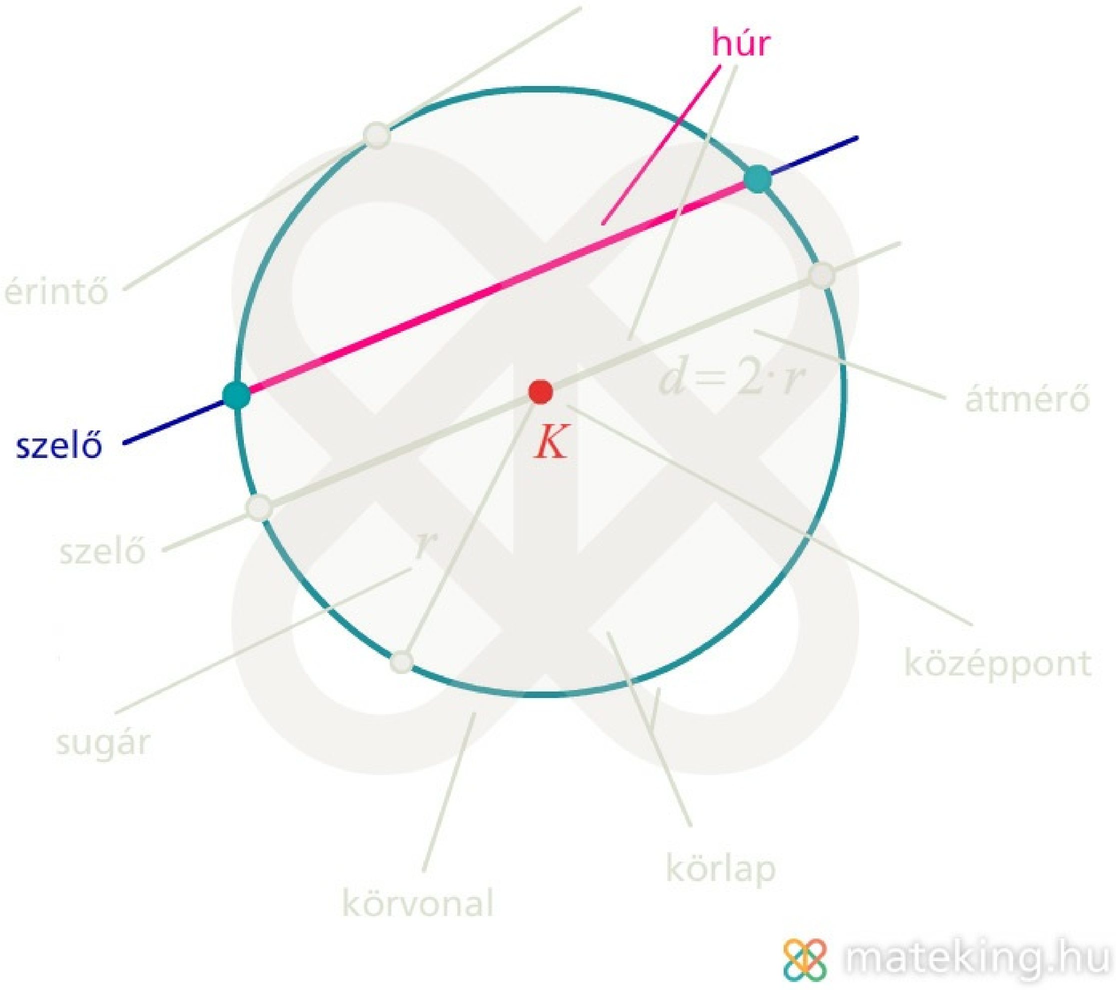
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Ha egy egyenes éppen olyan távol halad egy kör középpontjától, mint a kör sugara, akkor ez az egyenes érinti a kört. Az érintőnek csak egy közös pontja van a körrel, amit érintési pontnak nevezünk. Az érintési pontba vezető sugár mindig merőleges az érintőre.



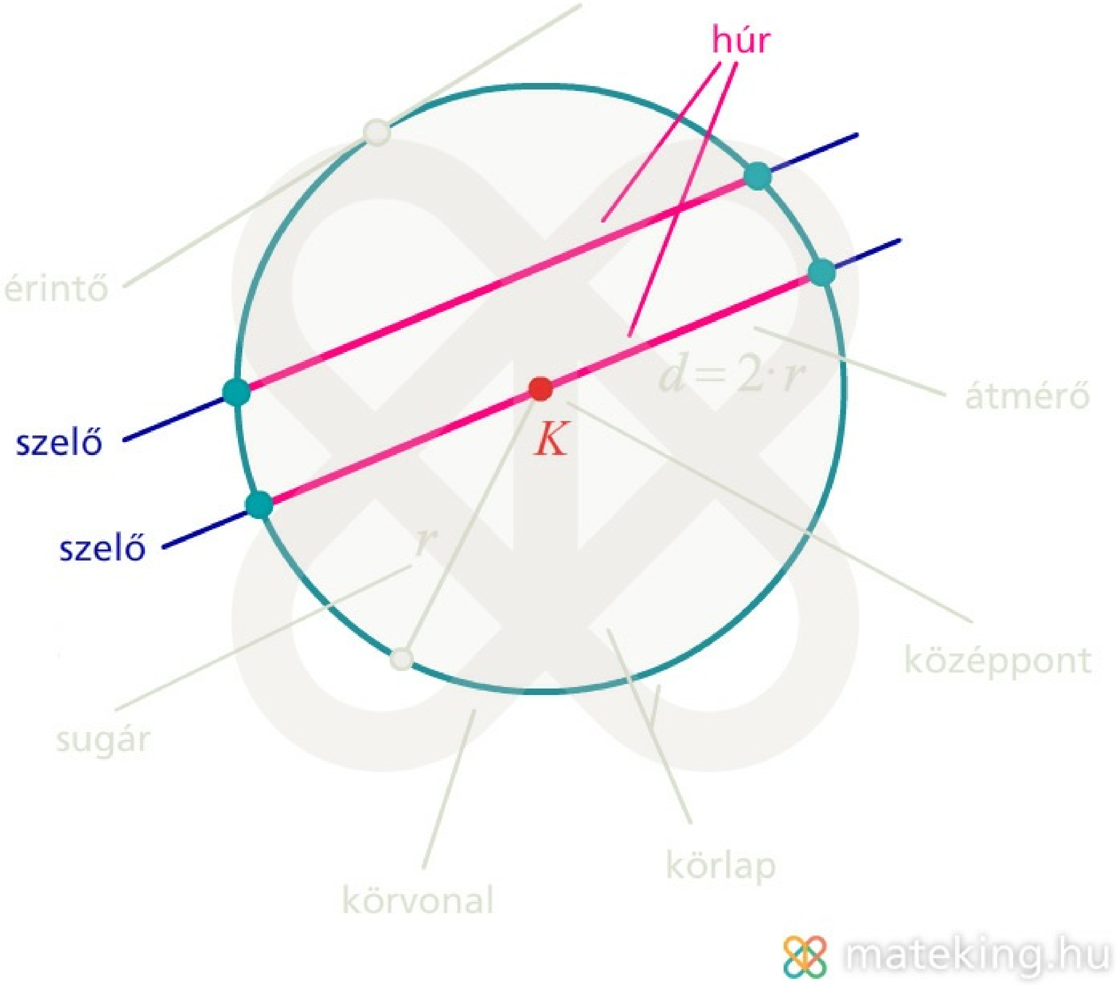
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Azokat az egyeneseket, amik metszik a kört úgy hívjuk, hogy szelő. A szelők két pontban metszik a kört és a két pont közötti szakasz a húr. Olyankor, amikor a szelő éppen átmegy a kör középpontján, a szelő a kör területét felezi, és ilyenkor a metszéspontok közötti húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.



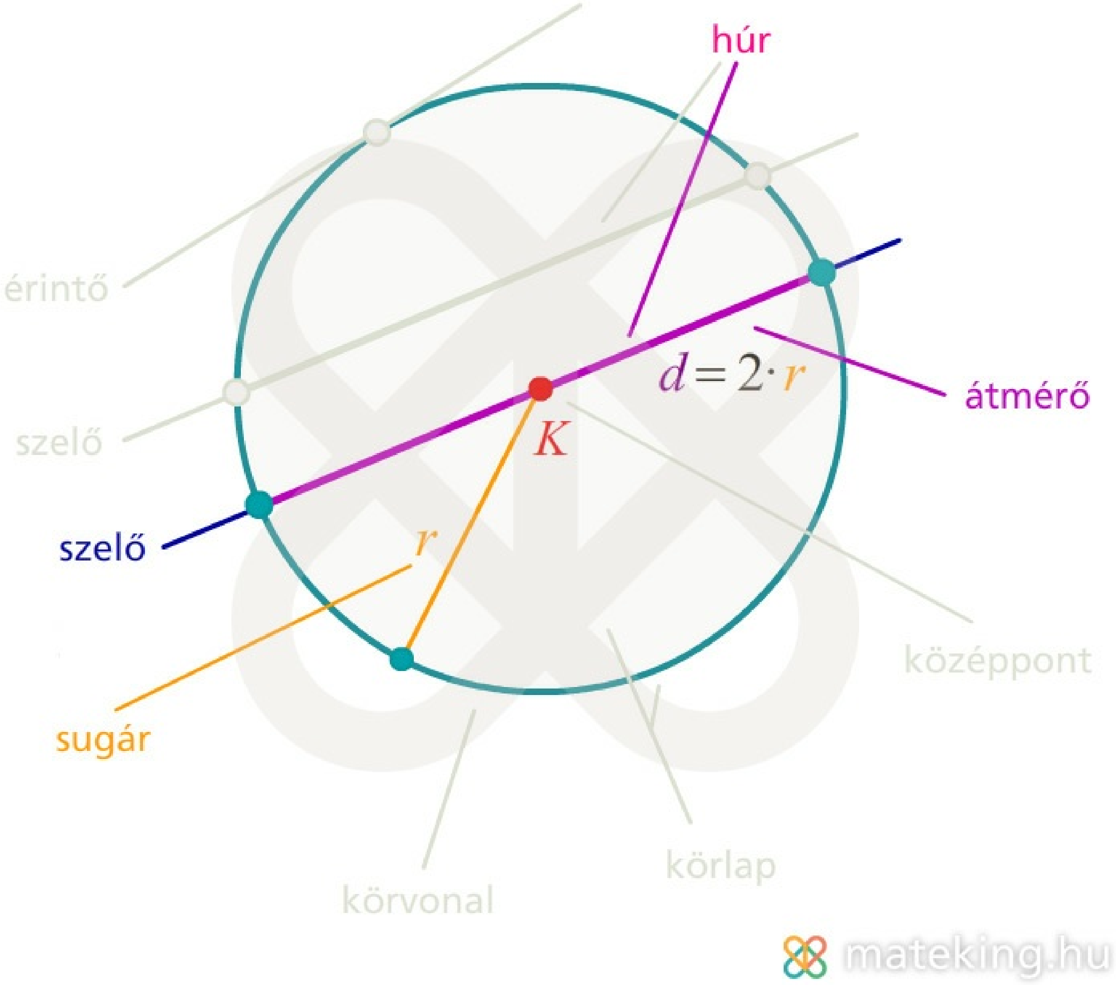
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy körben a körvonal két különböző pontját összekötő szakaszt húrnak nevezzük. Olyankor, amikor a húr éppen átmegy a kör középpontján, a húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

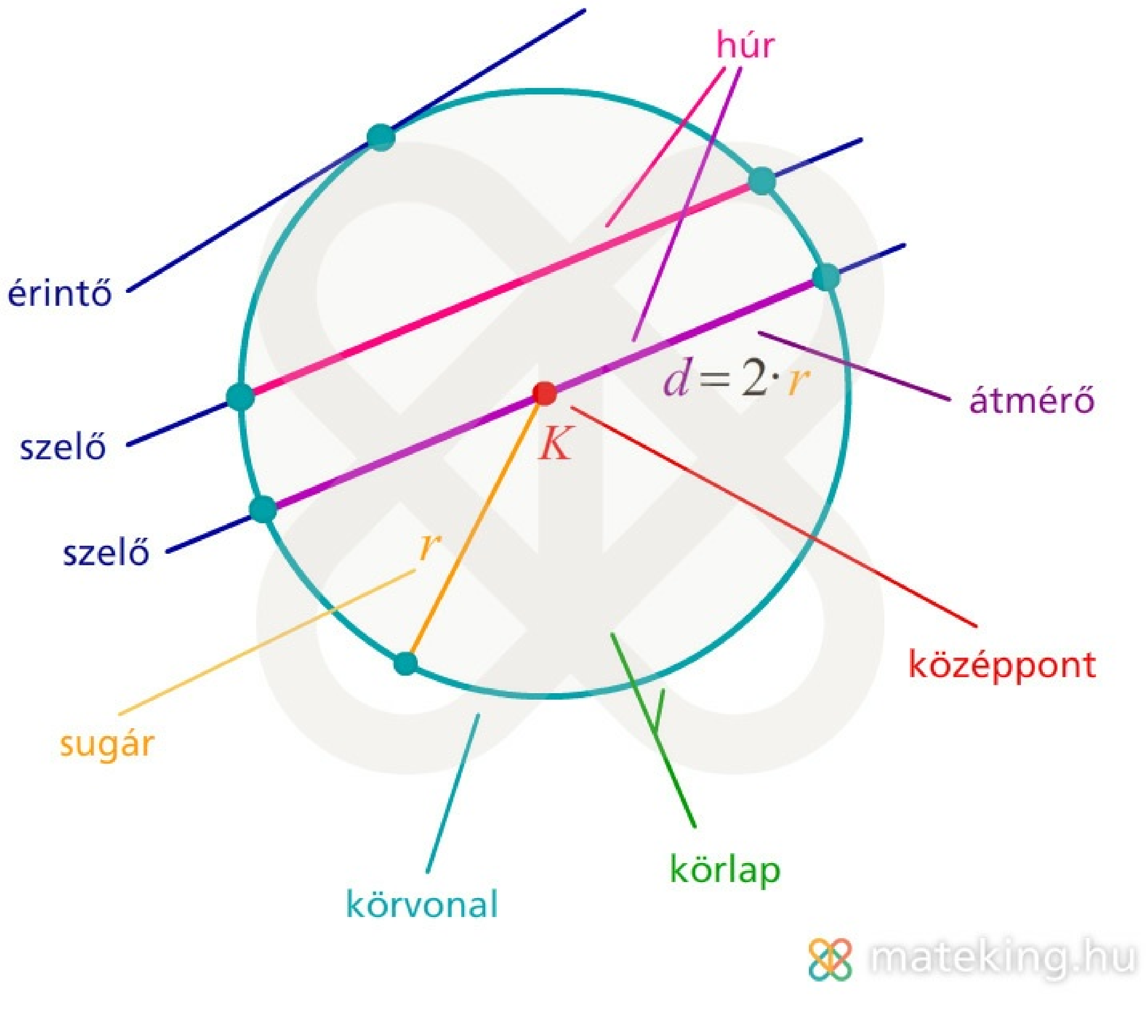
A kör középpontját áthaladó húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő a kör maximális szélessége, és az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese. Jele d a diameter szó kezdőbetűje alapján.



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Egy adott ponttól állandó távolságra lévő pontok halmazát körvonalnak nevezzük. És ezt az állandó távolságot hívjuk a kör sugarának. A sugár jele ***r***. A kör középpontját általában ***K***-val jelöljük.

És most nézzük a kör részeit:
Középpont: A kör azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak. Ezt az adott pontot hívjuk a kör középpontjának. A kör középpontját általában O-val vagy K-val szokás jelölni.
Körvonal: A körvonal azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) egyenlő távolságra vannak. A körvonalat szokás egyszerűen körként is emlegetni.
Sugár: Egy kör sugara a kör középpontját a körvonal bármely pontjával összekötő szakasz hossza. A kör sugarát r betűvel jelöljük ami a radius szó kezdőbetűje.
Körlap vagy körlemez: A körlap vagy körlemez a körvonal és a körvonalon belüli rész együttes elnevezése. Ezt így egyben szokás egyszerűen csak simán körnek is nevezni. Matematikailag precíz definíciója: azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) legfeljebb egy adott r távolságra (r a kör sugara) vannak.
Húr: Egy körben a körvonal két különböző pontját összekötő szakaszt húrnak nevezzük. Olyankor, amikor a húr éppen átmegy a kör középpontján, a húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.
Átmérő: A kör középpontját áthaladó húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő a kör maximális szélessége, és az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese. Jele d a diameter szó kezdőbetűje alapján.



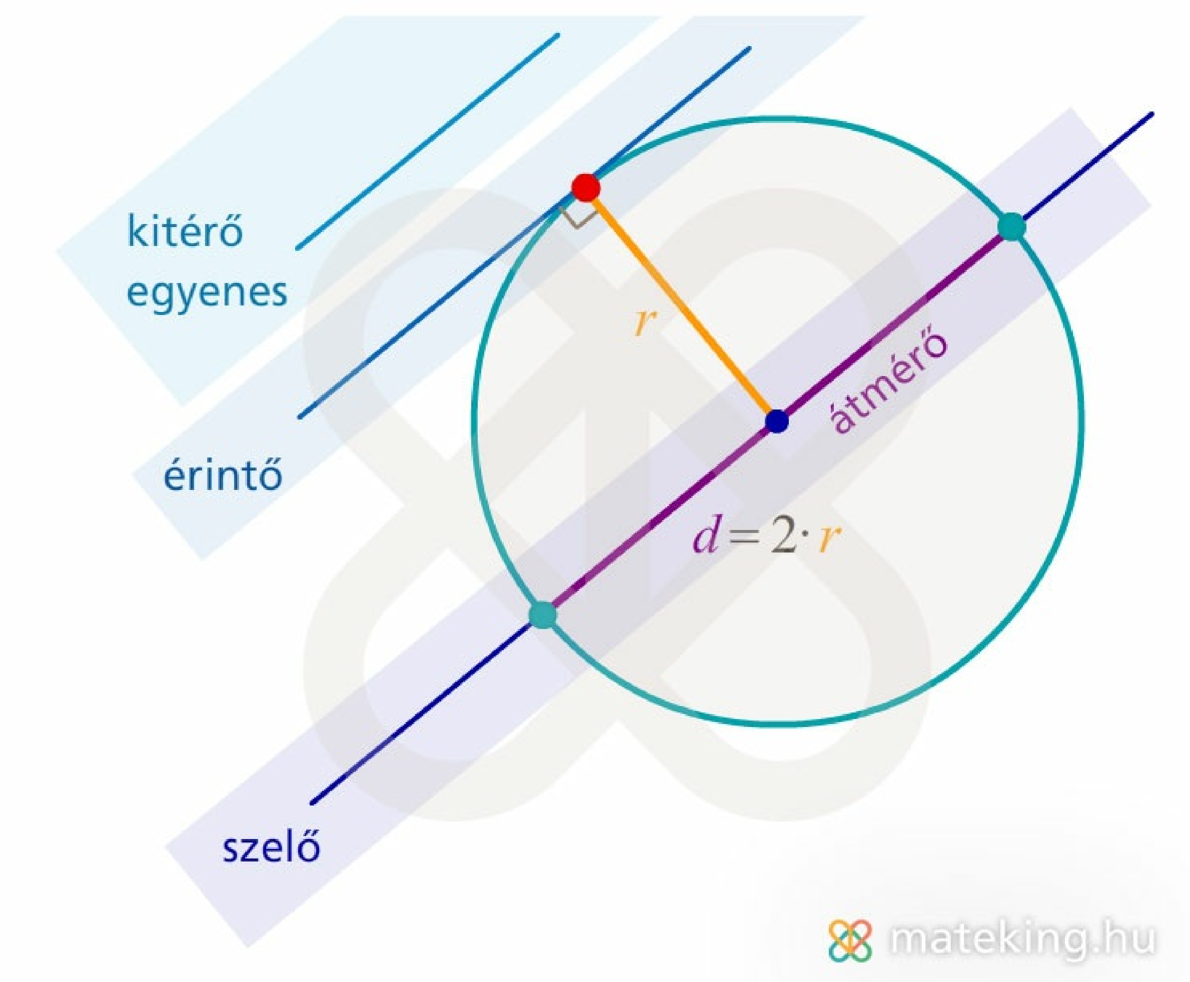
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kör és egyenes kölcsönös helyzete a síkban háromféle lehet. Az egyenes vagy metszi a kört vagy érinti, vagy kitérő.

Szelő: Azokat az egyeneseket, amik metszik a kört úgy hívjuk, hogy szelő. A szelők két pontban metszik a kört és a két pont közötti szakasz a húr. Olyankor, amikor a szelő éppen átmegy a kör középpontján, a szelő a kör területét felezi, és ilyenkor a metszéspontok közötti húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.

Érintő: Ha az egyenes éppen olyan távol halad a kör középpontjától, mint a kör sugara, akkor érintőt kapunk. Az érintőnek csak egy közös pontja van a körrel, amit érintési pontnak nevezünk. Az érintési pontba vezető sugár mindig merőleges az érintőre.

Kitérő egyenes: Végül az is lehet, hogy a körnek egyetlen közös pontja sincs a körrel, ilyenkor kitérő egyenesnek nevezzük.

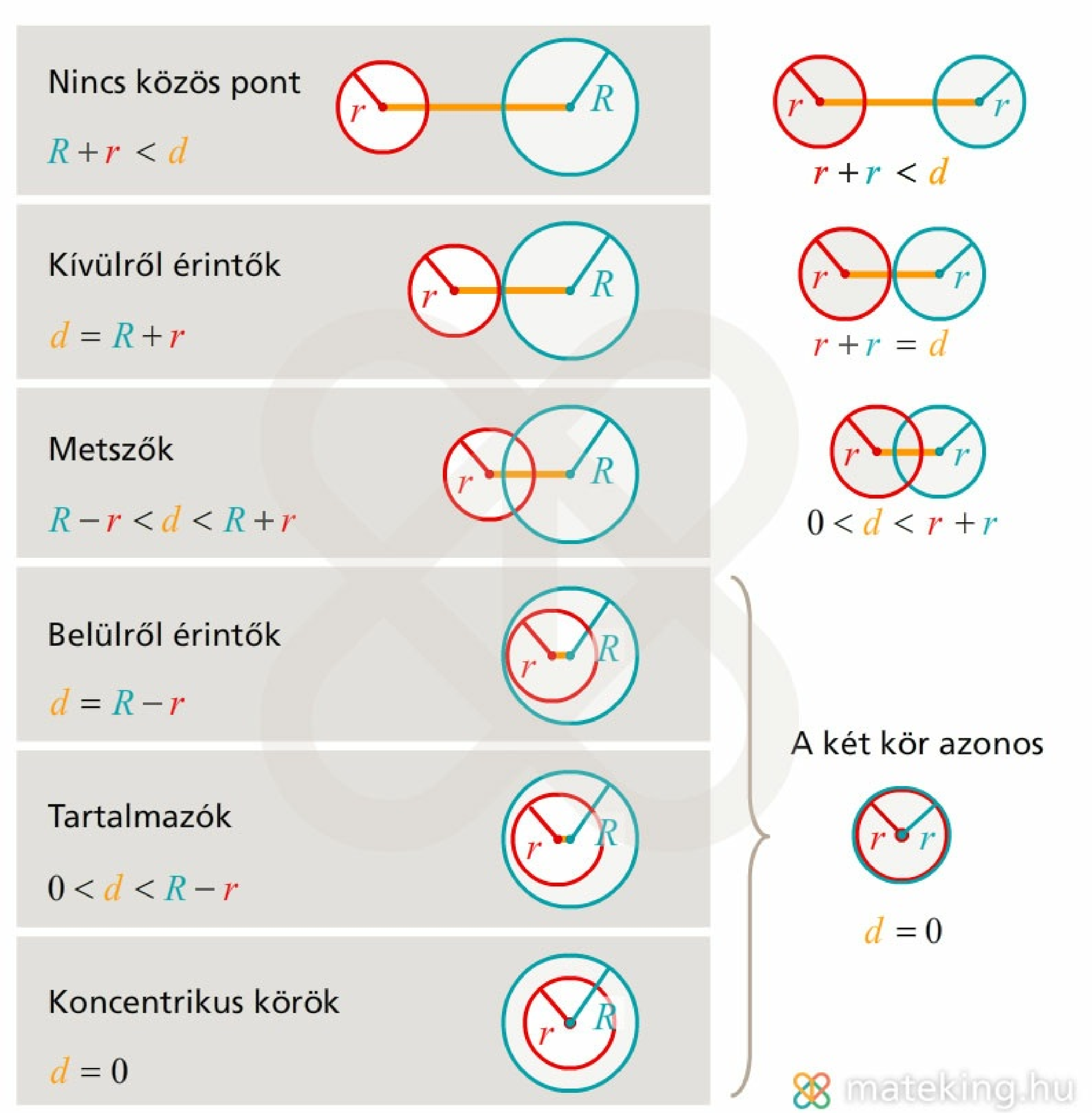


Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két kör kölcsönös helyzete a síkban már eléggé sokféle lehet. Két fő esetet lehet megkülönböztetni egymástól. Az egyik eset, amikor a két kör sugara nem ugyanakkora, a másik eset pedig az, amikor a két kör sugara ugyanakkora.

Két kör kölcsönös helyzete, ha a körök sugara nem ugyanakkora:
Elkerülő körök: Ha a két kör középpontjának távolsága nagyobb, mint a körök sugarainak összege, akkor a köröknek nincs közös pontjuk.
Kívülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága éppen a sugarak összege, akkor egy közös pontjuk van és ilyenkor a két kör kívülről érinti egymást.

Metsző körök: Ha a körök középpontjainak távolsága kisebb, mint a sugarak összege, de nagyobb, mint a sugarak különbsége, akkor a körök metszik egymást. Ilyenkor a körvonalaiknak két közös pontja van.
Belülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága a két kör sugarának a különbsége, akkor az egyik kör belülről érinti a másikat.
Tartalmazó körök: Ha a két középpont távolsága még ennél is kisebb, de pozitív, akkor az egyik kör tartalmazza a másik kört.
Koncentrikus körök: Végül, ha a két kör középpontjának a távolsága nulla, vagyis a középpontok egybeesnek, akkor azt mondjuk, hogy a körök koncentrikus körök.



Két kör kölcsönös helyzete, ha a körök sugara ugyanakkora:
Elkerülő körök: Ha a két kör középpontjának távolsága nagyobb, mint a körök sugarainak összege, akkor a köröknek nincs közös pontjuk.
Kívülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága éppen a sugarak összege, akkor egy közös pontjuk van és ilyenkor a két kör kívülről érinti egymást.
Metsző körök: Ha a körök középpontjainak távolsága kisebb, mint a sugarak összege, de nagyobb, mint nulla, akkor a körök metszik egymást. Ilyenkor a körvonalaiknak két közös pontja van.

Egybeeső körök: Ha a középpontok távolsága nulla, vagyis a középpontok egybeesnek, akkor azt mondjuk, hogy a körök koncentrikus körök.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az r sugarú kör kerülete:

$$K = 2r \cdot \pi$$

Területe:

$$T = r^2 \cdot \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A körcikk ívhossza és területe úgy aránylik a kör kerületéhez és területéhez, mint a körcikkhez tartozó középponti szög a 360°-hoz:

$$I_\alpha = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2r \cdot \pi$$

$$T_\alpha = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A Thalész-tétel azt mondja, hogy ha az AB szakasz egy kör átmérője, és C a kör tetszőleges harmadik pontja, akkor az ACB-szög mindig derékszög.

Ezt úgy is szokás mondani, hogy az AB szakasz a körív bármely harmadik C pontjából derékszögben látszik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Halmazok

Halmazokat úgy kapunk, hogy valamilyen elemeket különböző tulajdonságaik szerint csoportosítunk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azt a halmazt, amiben egyetlen elem sincs, üreshalmaznak nevezzük.

És egy ilyen áthúzott nullával jelöljük: $\emptyset$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két halmaz metszete azon elemek halmaza, amelyek mindkét halmazban benne vannak.

Jele: $A \cap B$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két halmaz uniója azon elemek halmaza, amelyek legalább az egyik halmazban benne vannak.

Jele: $A \cup B$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A és B halmazok különbsége azon elemek halmaza, amelyek az A halmazba benne vannak, de a B halmazba nem.

Jele: $A \setminus B$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az A halmaz komplementere a H alaphalmazon nézve: Az alaphalmaz azon elemeinek halmza, amelyek nincsenek benne az A-ban.

Jele: $\overline{A}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Statisztika

Az adatsor legyakoribb értéke a módusz. Hogyha például Bob matekjegyei ezek:

2, 3, 1, 4, 1, 2, 2, 3, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 2, 4

Akkor egyszerűen meg kell számolni, hogy melyikből van a legtöbb, és az a matekjegy lesz a módusz. Most 2-esből van a legtöbb, így Bob matekjegyeinek a módusza 2. A módusz jele Mo és így most Mo=2.

Léteznek olyan eloszlások is, amelyeknek több módusza van. Hogyha például Bob jegyei:

1, 2, 2, 3, 5, 3, 3, 4, 2

Itt 2-esből és 3-asból ugyanannyi van, mindkettőből 3 darab. Ez egy kétmóduszú eloszlás.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A medián a növekvő sorba rendezett adatsor középső értéke. Ha az adatsorban páros sok elem van, akkor nincs középső elem, ilyenkor a két középső elem átlagát vesszük.

Hogyha például Bob matekjegyei ezek:

2, 3, 1, 4, 1, 2, 2, 3, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 2, 4

Akkor egyszerűen növekvő sorba kell rakni..

1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5

És aztán meg kell keresni melyik a középső. Most nincsen középső, mert páros sok elem van, így ilyenkor a két középen lévőt átlagoljuk:

1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, **2**, **3**, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5

Ezeknek az átlaga 2,5 vagyis a medián most 2,5. A medián jele Me, így Me=2,5

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sorozatok

Azokat a sorozatokat, ahol minden tag pontosan ugyanannyival nagyobb az előző tagnál, számtani sorozatnak nevezzük.

A sorozat differenciája az a szám, amennyivel mindegyik tag nagyobb az előzőnél.

A sorozat első elemét a_1-gyel, a differenciát d-vel jelöljük.

A számtani sorozat n-edik tagját így tudjuk kiszámolni:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Az első n tagjának összegét pedig így:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

A számtani sorozatok tehát olyan legalább három számból álló számsorozatok ahol az egymással szomszédos tagok (egy tag, és az őt megelőző tag) különbsége állandó. Ezt az állandót, amely minden sorozatnál más és más, a sorozat különbségének, vagy másként differenciájának nevezzük, és d-vel jelöljük. A számtani sorozat elnevezés onnan ered, hogy a sorozatnak bármely három egymást követő tagjára igaz, hogy a három szám közül a középső a két másik számnak a számtani közepe.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Mértani sorozatnak nevezzük azokat a legalább három tagból álló sorozatokat, ahol bármely két egymást követő tag (egy tag és az őt megelőző tag) hányadosa állandó. Ezt a hányadost kvóciensnek nevezzük és q-val jelöljük. Egy kicsit egyszerűbben megfogalmazva egy sorozat akkor mértani sorozat, ha minden tagja pontosan q-szor annyi, mint az előző tag, ahol q egy tetszőleges nem nulla szám, és ezt hívjuk a sorozat hányadosának, vagy másként kvóciensének.

Vagyis a sorozat kvóciense vagy hányadosa az a szám, ahányszor mindegyik tag nagyobb az előzőnél.

A sorozat első elemét a_1-gyel, a kvóciensét vagy hányadosát q-val jelöljük.

A mértani sorozat n-edik tagját így tudjuk kiszámolni:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Az első n tagjának összegét pedig így:

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Olyankor, amikor $q = 1$ ez az összegképlet nem működik. Ilyenkor a sorozat minden tagja az előző tag egyszerese, ami azt jelenti, hogy a sorozatnak minden tagja ugyanannyi. Ekkor az összegképlet így néz ki: $S_n = a_1 \cdot n$

A mértani sorozat elnevezés onnan ered, hogy a nem negatív tagú mértani sorozatokra igaz, hogy bármely három egymást követő tagja közül a középső tag a másik két tag mértani közepe.

Megnézem a kapcsolódó epizódot
