MATEKING.HU

Képletgyűjtemény

FELVÉTELI FELKÉSZÍTŐ NYOLCADIKOSOKNAK tantárgy

Kiadás dátuma: 2026. 04. 15.

Tartalomjegyzék

1. feladat: Hatványozás, normálalak

A hatványozás a szám önmagával vett szorzatait rövidíti.

Pl.: $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Itt a 6-ot a hatvány alapjának nevezzük, a 3-at kitevőnek, az eredményt pedig a hatvány értékének.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha azonos alapú hatványokat szorzunk, akkor a kitevők összeadódnak.

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha azonos alapú hatványokat osztunk, akkor a kitevők kivonódnak.

$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Hatvány hatványa a kitevők szorzata.

$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Minden nem nulla szám nulladik hatványa 1.

$a^0 = 1$, ha $a \neq 0$.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy nem nulla szám negatív egész kitevőjű hatványát úgy számolhatjuk ki, hogy a reciprokát a kitevő ellentettjére emeljük.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy szorzat mindkét tényezője ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles szorzat hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és mindkét tényezőt hatványozni kell.

Pl.: $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy törtnek a számlálója és nevezője is ugyanarra a hatványra van emelve, akkor a hatványt leírhatjuk csak egyszer zárójellel.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Ez az azonosság visszafele irányba hasznosabb, ha egy zárójeles tört hatványozva van, akkor azt szét lehet szedni és a számlálót és nevezőt is hatványozni kell.

Pl.: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A túl nagy vagy éppen túl pici számok leírására találták ki a normálalakot.

A normálalak mindig egy szorzat, az első tényezője egy abszolútértékben 1-nél nagyobb vagy egyenlő, 10-nél kisebb szám. A másik tényezője pedig egy 10 hatvány.

Pl.: $35000 = 3,5 \cdot 10^4$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1. feladat: Negatív számok, abszolútérték, számegyenes

A számegyenes egy végtelenül hosszú egyenes vonal, amit ellátunk egy skálázással. A számok balról jobbra növekednek a számegyenesen, és arra tudjuk használni, hogy magiukat a számokat vizuálisan megjeleníthetjük rajta.

A számegyenes mindig balról jobbra növekszik, és ezt úgy szoktuk jelölni, hogy egy jobbra mutató nyilat teszünk a számegyenes jobb végére. A számegyenesen a nullától balra a negatív számok, jobbra a pozitív számok vannak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy szám ellentettje azt jelenti, hogy kicseréljük az előjelét.

Ha kezdetben pozitív volt, akkor negatív lesz.

Hogyha pedig negatív volt, akkor pozitív lesz.

Pl. a 8 ellentettje -8, és a -3 ellentettje 3.

A 0 ellentettje pedig 0 marad.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy szám abszolútértéke a nullától való távolságát jelenti. A jele két függőleges vonal, pl.$|-5| = 5$ és $|5| = 5$.

Az abszolútértéket úgy is meg lehet jegyezni, hogy lényegében a következőt csinálja mindig:

- ha a szám nemnegatív (0 vagy pozitív), akkor az abszolútértéke önmaga lesz

- ha a szám negatív, akkor az abszolútértéke az ellentettje lesz

Még egyszerűbben, ha negatív előjelet látsz, azt le kell vágni, különben nem kell csinálni semmit.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1. feladat: Műveleti sorrend, zárójelek

A zárójel egy fontos matematikai szimbólum, ami a műveleteknél a műveletek sorrendjét befolyásolja. A zárójelben szereplő műveleteket mindig előbb kell elvégezni, mint a többi műveletet.

Nézzük például ezt:

$$6-(2+3)=$$

Itt először a zárójelben szereplő összeadást végezzük el, aminek az eredménye 5. És utána jön a többi művelet:

$$6-(2+3)=6-5=1$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha több művelet szerepel egymás után, akkor ezeket a műveleti sorrend szerint kell elvégeznünk.

A műveleti sorrendben az első mindig a zárójel, vagyis a zárójelben szereplő műveleteket kell elsőként elvégezni.
A második a szorzás és az osztás. Ha több szorzás és osztás van, akkor balról jobbra kell őket elvégezni.
Végül az utolsó szint az összeadás és kivonás, és itt is ha több is van belőlük, akkor balról jobbra kell elvégezni.

A hatványozás még egy kicsit bezavarhat a dologba, így érdemes megnézni külön a hatványozásról és a hatványazonosságokról szóló epizódokat is.

Most pedig nézzünk egy példát a műveleti sorrendre:

Pl.: $3\cdot(5-3)+2:2=3\cdot2+2:2=6+1=7$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1. feladat: Helyiértékes számírás, római számok

Egy számban magukat a számjegyeket úgy hívjuk, hogy alaki érték.

Pl. az 1526-ban az alaki értékek az 1, az 5 a 2 és a 6.

Azért hívjuk alaki értéknek, mert ezeknek a számoknak a valódi jelentése az 1526-ban más, hiszen az 1-es például ezret jelent, míg az 5-ös ötszázat jelent. De az alaki érték nem foglalkozik a számban szereplő számjegyek valódi jelentésével, vagyis a valódi értékükkel, csupán azt mondja meg, hogy milyen számjegyek szerepelnek az adott számban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy szám helyiértékeit a helyiérték-táblázatának felírásával kapjuk meg. Ez a helyiérték-táblázat a szokásos tízes számrendszer helyiérték-táblázata, ahol a helyiértékek az 1-es, 10-es, 100-as, 1000-es és így tovább...

Pl. az 1526 szám helyiérték-táblázata:

szám	ezres	százas	tízes	egyes
1526	1	5	2	6

A helyiérték-táblázatban szereplő számok az eredeti számnak a tízes számrendszerbeli számjegyei, az alaki értékek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A valódi érték egy számban a számjegyek valóságos értékét mondja meg. Az 1526 számjegyei az 1, az 5, a 2, és a 6, de ezeknek a számoknak az igazi jelentése az, hogy 1000, 500, 20 és 6, vagyis ezek a valódi értékek.

ez itt az 1526 szám helyiérték-táblázata:

szám	ezres	százas	tízes	egyes
1526	1	5	2	6

Itt az 1, 5, 2 és 6 az alaki értékek, és úgy kapunk belőlük valódi értéket, hogy a táblázat fejlécében szereplő helyiértékekkel szorozzuk őket. Ezzel egy képletet is kaphatunk a valódi értékre: Az alaki értéket kell megszorozni a helyiértékkel. De kár ezt így túlbonyolítani, egyszerűen arról van szó, hogy az 1526 számban az 5-ös 500-at jelent és ez a valódi érték.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A helyiértékes számíráshoz számjegyeket, a szokásos tízes számrendszerben ezeket: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 és helyiértékeket (egyes, tizes, százas, ezres, ...) használunk.

Pl. az 1526 szám helyiérték-táblázata:

szám	ezres	százas	tízes	egyes
1526	1	5	2	6

Itt az 1, 5, 2 és 6 az alaki értékek.

Az ezres, százas, tizes, egyes a helyiértékek.

A számjegyek valódi értékét úgy kapjuk meg, hogyha az alaki értékeket megszorozzuk a hozzá tartozó helyiértékkel. Vagyis az 1526 esetében:

1 | 1000

5 | 500

2 | 20

6 | 6

És a számjegyek valódi értékét összeadva kapjuk meg a szám valódi értékét: 1000+500+20+6

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A hármas csoportosítás vagy másnéven ezres tagolás lényege, hogy a nagyobb számok is könnyen kiolvashatóak legyenek.

Nézzünk meg erre egy példát. Ez a szám, hogy 85253532 így nagyon nehezen olvasható ki. Annak érdekében, hogy könnyebb legyen az agyunknak feldolgozni a látottakat, a számot hármas tagolással írjuk, jobbról kezdve hármas csoportokat alkotva:

Pl. 85253532 = 85 253 532

Kiolvasva: 85 millió 253 ezer 532

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A rómaiak minden számot úgy építettek föl, mintha építőkockákat használtak volna.

Az építőkockák pedig a következők:

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

A 67 tehát például úgy épül föl, hogy veszünk egy 50-est, egy 10-est, egy 5-öst és két 1-est, vagyis 50+10+5+1+1 tehát LXVII. Az építkezős analógia bizonyos számoknál módosítva működik, ugyanis például a 9 az úgy épül föl, hogy 10-1 és így írjuk, hogy IX. A római számok használatát és képzésétaz erről szóló epizódunkban részletesen bemutatjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

1. feladat: Számrendszerek

A tizes számrendszerbe való átváltás lépései:

1. Elkészítjük a helyiérték-táblázatot (a helyiértékek mindig a számrendszer számának hatványai).
2. Oszloponként összeszorozzuk a helyiértéket a számjeggyel és összeadjuk ezeket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kettes számrendszerbe átváltáshoz elkezdjük a számot 2-vel maradékosan osztogatni, amíg már csak a 0 marad. Ezt követően pedig a maradékokat lentről felfelé visszaolvasva kapjuk meg a kettes számrendszerbeli számot.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

2. feladat: Mértékegységek

kilo	1000	kilométer (km)		kilogramm (kg)
hekto	100		hektoliter (hl)	
deka	10			dekagramm (dkg)
nincs prefixum	1	méter (m)	liter (l)	gramm (g)
deci	0,1	deciméter (dm)	deciliter (dl)	
centi	0,01	centiméter (cm)	centiliter (cl)	
milli	0,001	milliméter (mm)	milliliter (ml)	milligramm (mg)

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,m = 10\,dm = 100\,cm = 1000\,mm$$

Úgy kapjuk meg ebből a négyzetméter, négyzetdeciméter, négyzetcentiméter és négyzetmilliméter váltószámait, hogy négyzetre emeljük a mértékegységeket és a váltószámokat is:

$$1\,m^2 = 10^2\,dm^2$$

$$1\,m^2 = 100^2\,cm^2$$

$$1\,m^2 = 1000^2\,mm^2$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,m = 10\,dm = 100\,cm = 1000\,mm$$

Úgy kapjuk meg ebből a köbméter, köbdeciméter, köbcentiméter és köbmilliméter váltószámait, hogy harmadik hatványra emeljük a mértékegységeket és a váltószámokat is:

$$1\,m^3 = 10^3\,dm^3$$

$$1\,m^3 = 100^3\,cm^3$$

$$1\,m^3 = 1000^3\,mm^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$1\,l = 1\,dm^3$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

1 hét = 7 nap

1 nap = 24 óra

1 óra = 60 perc

1 perc = 60 másodperc

Megnézem a kapcsolódó epizódot

4. feladat: Statisztika

Az adatsor legyakoribb értéke a módusz. Hogyha például Bob matekjegyei ezek:

2, 3, 1, 4, 1, 2, 2, 3, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 2, 4

Akkor egyszerűen meg kell számolni, hogy melyikből van a legtöbb, és az a matekjegy lesz a módusz. Most 2-esből van a legtöbb, így Bob matekjegyeinek a módusza 2. A módusz jele Mo és így most Mo=2.

Léteznek olyan eloszlások is, amelyeknek több módusza van. Hogyha például Bob jegyei:

1, 2, 2, 3, 5, 3, 3, 4, 2

Itt 2-esből és 3-asból ugyanannyi van, mindkettőből 3 darab. Ez egy kétmóduszú eloszlás.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A medián a növekvő sorba rendezett adatsor középső értéke. Ha az adatsorban páros sok elem van, akkor nincs középső elem, ilyenkor a két középső elem átlagát vesszük.

Hogyha például Bob matekjegyei ezek:

2, 3, 1, 4, 1, 2, 2, 3, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 2, 4

Akkor egyszerűen növekvő sorba kell rakni..

1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5

És aztán meg kell keresni melyik a középső. Most nincsen középső, mert páros sok elem van, így ilyenkor a két középen lévőt átlagoljuk:

1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, **2**, **3**, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5

Ezeknek az átlaga 2,5 vagyis a medián most 2,5. A medián jele Me, így Me=2,5

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

5. feladat: Szögszámolós feladatok

Két pont távolsága a pontokat összekötő szakasz hossza.

Ha tehát le kell mérni két pont távolságát, csak rá kell helyezni a vonalzónkat a két pontra, és már látjuk is a két pont távolságát.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Pont és egyenes távolságának leméréséhez először a pontból merőlegest kell állítanunk az egyenesre.

A távolság pedig ennek a szakasznak a hossza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Pont és sík távolságának leméréséhez először a pontból merőlegest kell állítanunk a síkra.

A pont és sík távolsága pedig ennek a szakasznak a hossza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha a két egyenes metszi egymást, akkor a távolságuknak nincs sok értelme vagy 0.

Ha a két egyenes egymással párhuzamos, akkor a távolságukat úgy kapjuk meg, hogy az egyik egyenes tetszőleges pontjából merőlegest bocsátunk a másik egyenesre.

És a két egyenes távolsága ennek a merőleges szakasznak a hossza.

Ha az egyenesek különböző síkokban futnak, úgy hívjuk őket, hogy kitérő egyenesek.

A kitérő egynesek nem párhuzamosak, de nem is metszik egymást.

A kitérő egyenesek mindig két párhuzamos síkban futnak, így a távolságuk a két sík távolsága.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha az egyenesek különböző síkokban futnak, úgy hívjuk őket, hogy kitérő egyenesek.

A kitérő egynesek nem párhuzamosak, de nem is metszik egymást.

Kitérő egyenesek láthatunk például autópályáknál, ahol az egyik út keresztezi a másikat egy hídon át.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha a két sík metszi egymást, olyankor egy egyenesben metszik egymást és a távolságuknak nincs sok értelme vagy 0.

Ha a két sík párhuzamos, akkor a két sík távolságát úgy kapjuk meg, hogy veszünk az egyik síkon egy tetszőleges pontot, a pontbl merőlegest állítunk a síkra, és a távolságuk ennek a szakasznak a hossza.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két ponttól azonos távolságra lévő pontok halmaza a két pontot összekötő szakasznak a szakaszfelező merőleges egyenese.

Három ponttól azonos távolságra lévő pont a három pon köré írható kör középpontja.

Két metsző egyenestől azonos távolságra lévő pontok halmaza a két egyenes szögének szögfelezője.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szögben a szögszárak egymással párhuzamosak és egyforma irányúak is, akkor ezeket a szögeket egyállású szögeknek nevezzük.

Az egyállású szögek egyenlők.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szögben a szögszárak egymással párhuzamosak, de irányuk ellentétes, akkor ezeket a szögeket váltószögeknek nevezzük.

A váltószögek egyenlők.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két váltószöget a csúcsuknál összeillesztünk, akkor ezeket a szögeket csúcsszögeknek nevezzük.

A csúcsszögek egyenlők.

Ha két egyenes metszi egymást, akkor mindig két-két csúcsszög pár keletkezik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szög szárai párhuzamosak és az egyik száruk közös, akkor ezeket a szögeket kiegészítő szögnek nevezzük.

A kiegészítő szögek nem egyenlők (kivéve ha 90°-90°-osak), de ha összeadjuk őket, mindig 180 fokot kapunk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha két szög 90 fokra egészíti ki egymást, akkor pótszögeknek hívjuk őket.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az egyenlő szárú háromszögben van két egyforma hosszú oldal, amiket szárnak nevezünk. És hát van ugye a harmadik oldal, ez az alap.

Annyit érdemes megjegyezni róla, hogy az alaphoz tartozó súlyvonal, magasságvonal, oldalfelező merőleges és szögfelező mind egybeesik. És ez egyúttal a háromszög szimmetriatengelye is.

És azt is jó tudni róla, hogy az alapon fekvő szögek egyformák.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Szabályos háromszögnek minden oldala és minden szöge egyenlő (tehát a szögek 60°-osak).

Szabályos háromszögben a körülírt kör középpontja, a magasságpont és a súlypont is egybeesnek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Derékszögű háromszögnek van 90°-os szöge.

A derékszöggel szemközti oldalt átfogónak nevezzük, a másik kettőt pedig befogónak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A hegyesszögű háromszögek minden szöge hegyesszög, azaz 0°-nál nagyobbak, de 90°-nál kisebbek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A tompaszögű háromszögek azok, amelyeknek van egy tompaszöge, azaz egy olyan szöge, ami 90°-nál nagyobb, de 180°-nál kisebb.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög egyenlőtlenség szerint minden háromszög bármelyik oldalának rövidebbnek kell lennie, mint a másik két oldal összege.

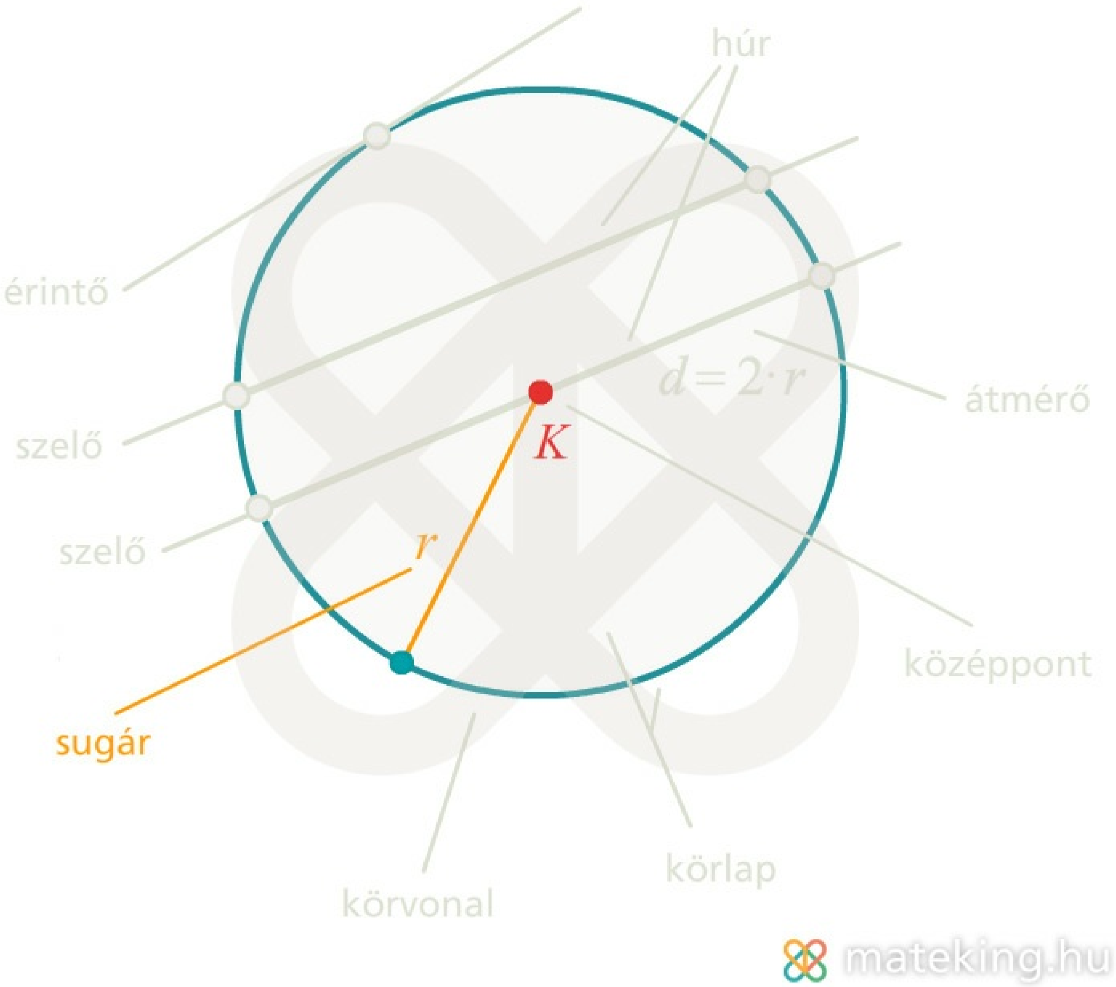
$a+b>c \qquad a+c>b \qquad b+c>a$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

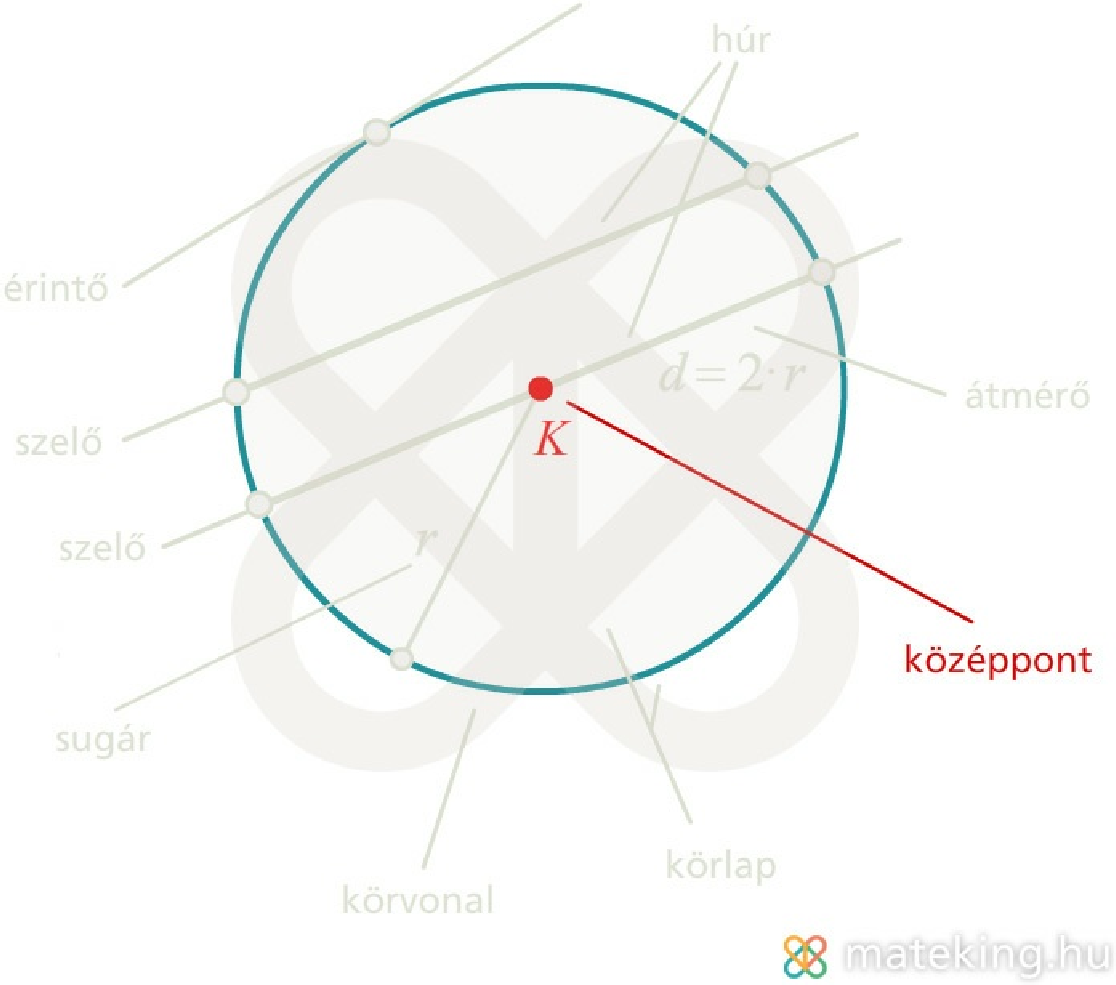
5. feladat: A kör

Egy kör sugara a kör középpontját a körvonal bármely pontjával összekötő szakasz hossza. A kör sugarát r betűvel jelöljük ami a radius szó kezdőbetűje.



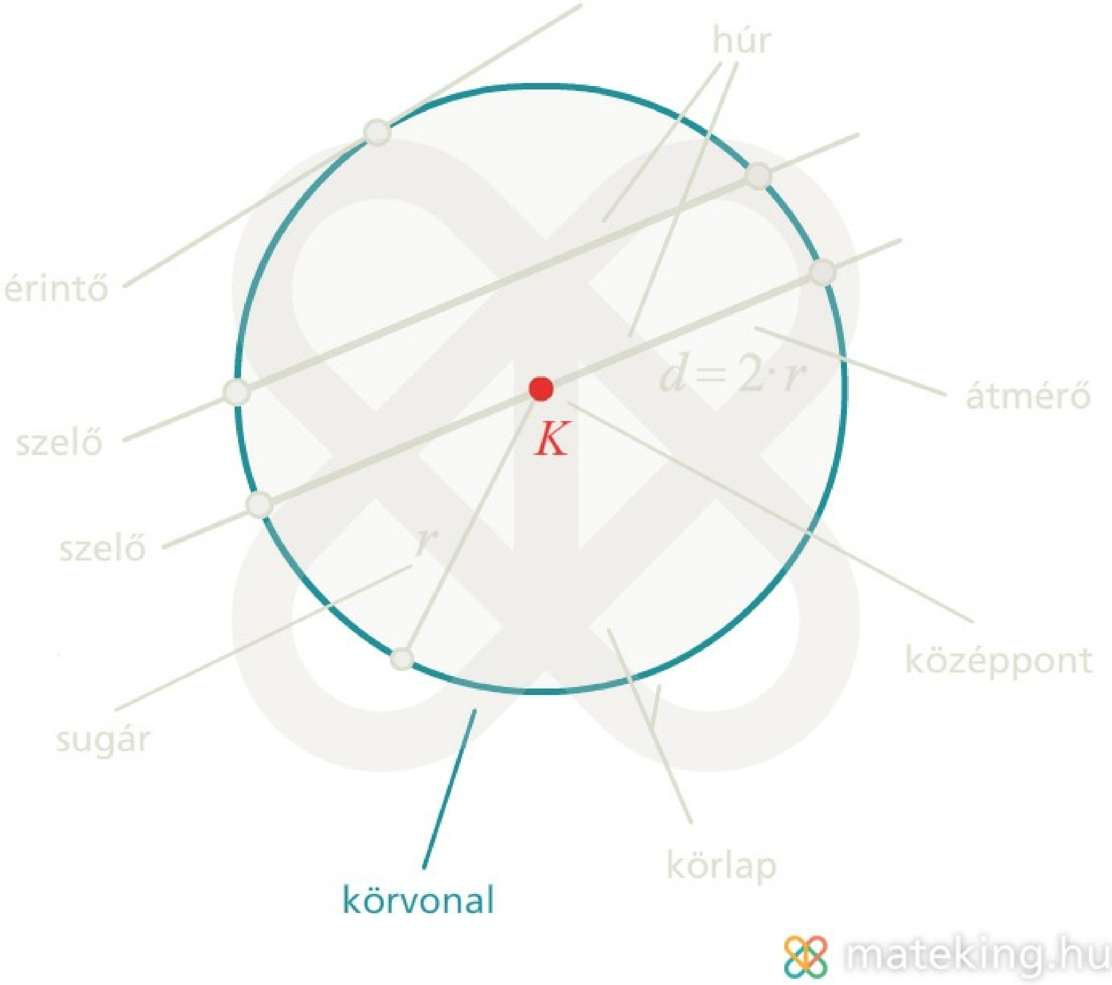
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kör azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak. Ezt az adott pontot hívjuk a kör középpontjának. A kör középpontját általában O-val vagy K-val szokás jelölni.



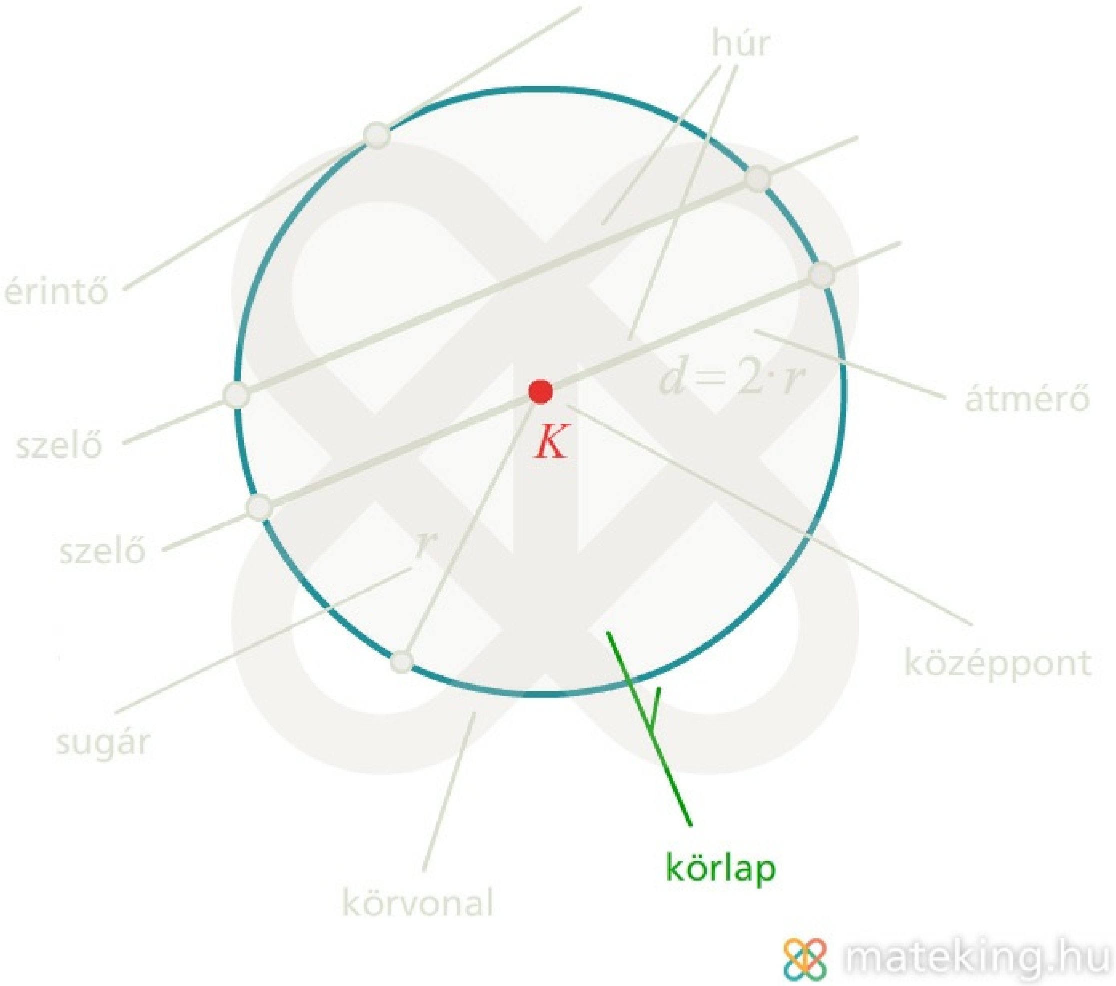
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

A körvonal azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) egyenlő távolságra vannak. A körvonalat szokás egyszerűen körként is emlegetni.



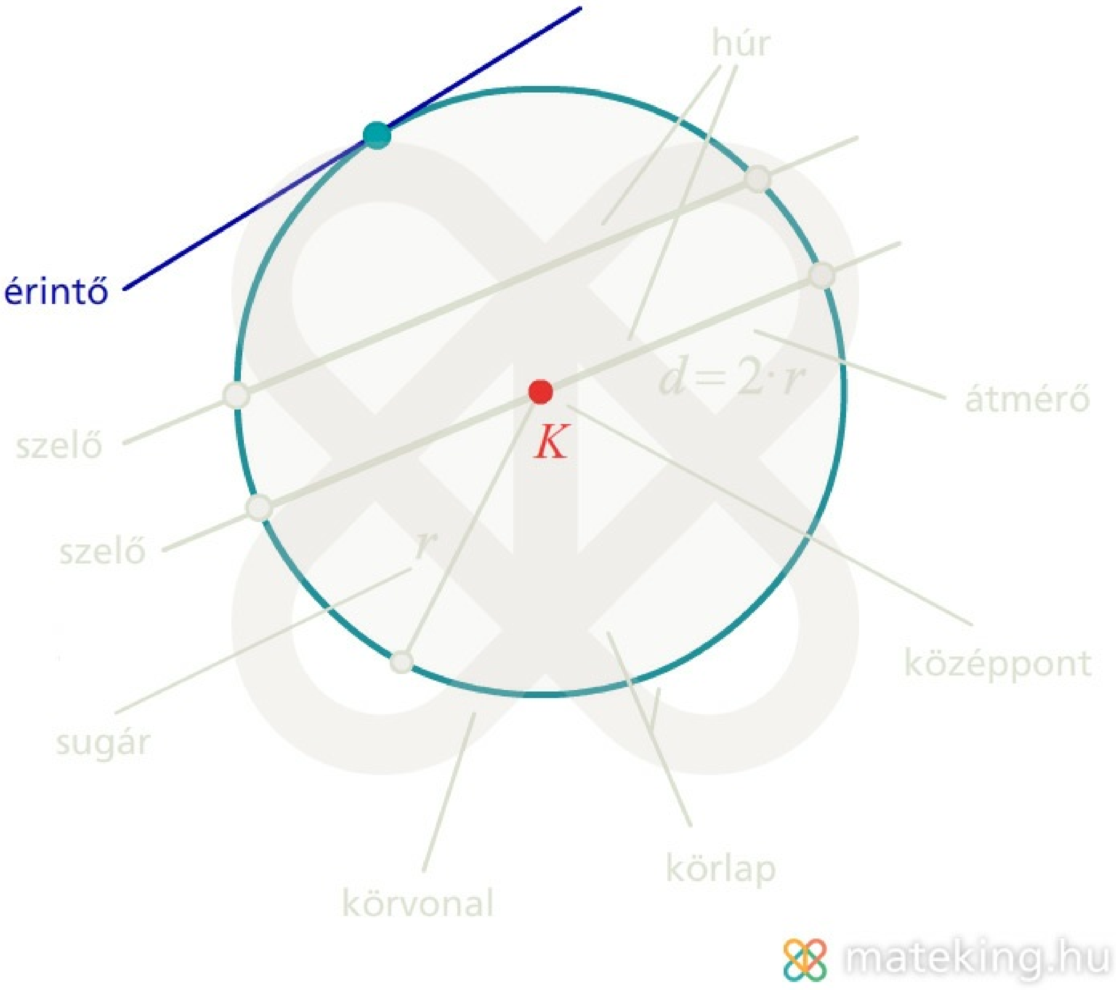
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

A körlap vagy körlemez a körvonal és a körvonalon belüli rész együttes elnevezése. Ezt így egyben szokás egyszerűen csak simán körnek is nevezni. Matematikailag precíz definíciója: azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) legfeljebb egy adott ***r*** távolságra (***r*** a kör sugara) vannak.



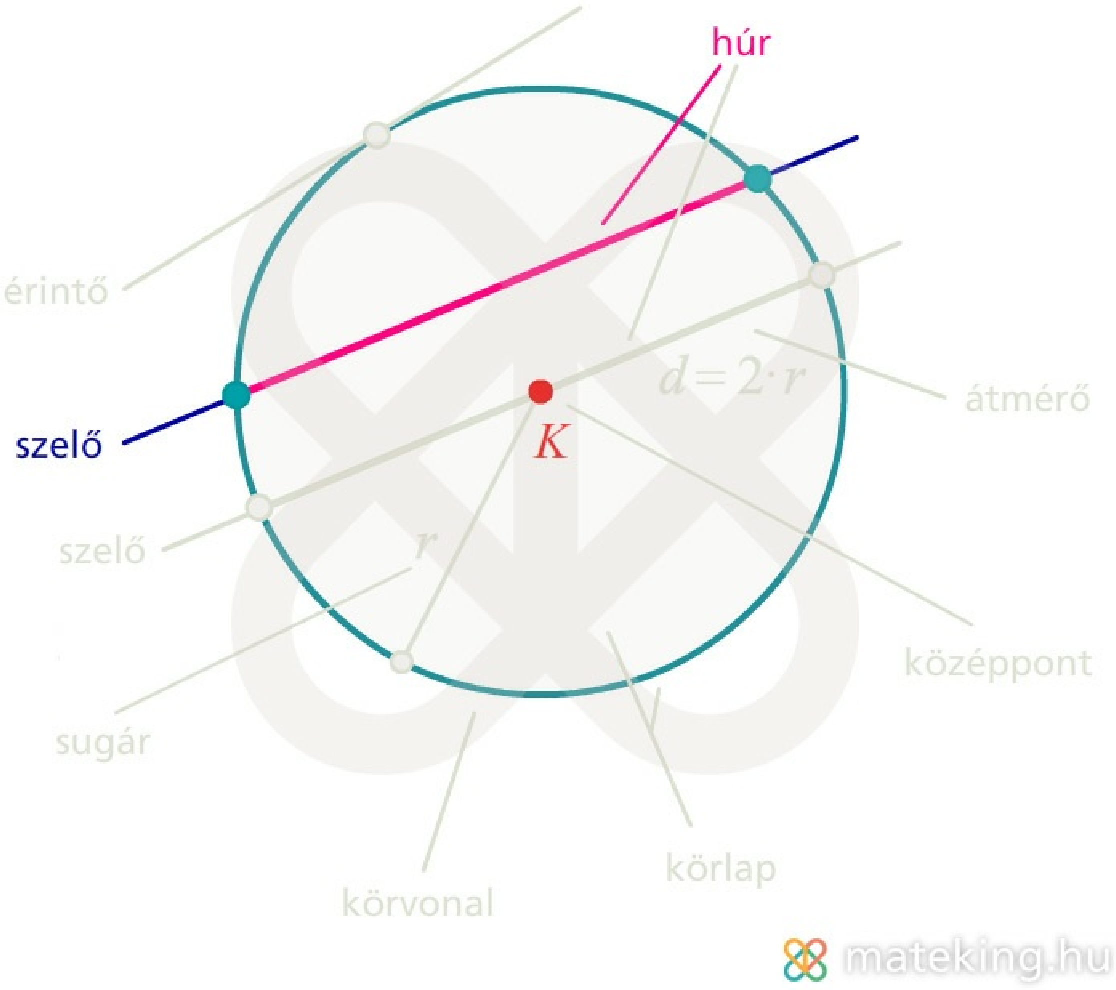
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy egyenes éppen olyan távol halad egy kör középpontjától, mint a kör sugara, akkor ez az egyenes érinti a kört. Az érintőnek csak egy közös pontja van a körrel, amit érintési pontnak nevezünk. Az érintési pontba vezető sugár mindig merőleges az érintőre.



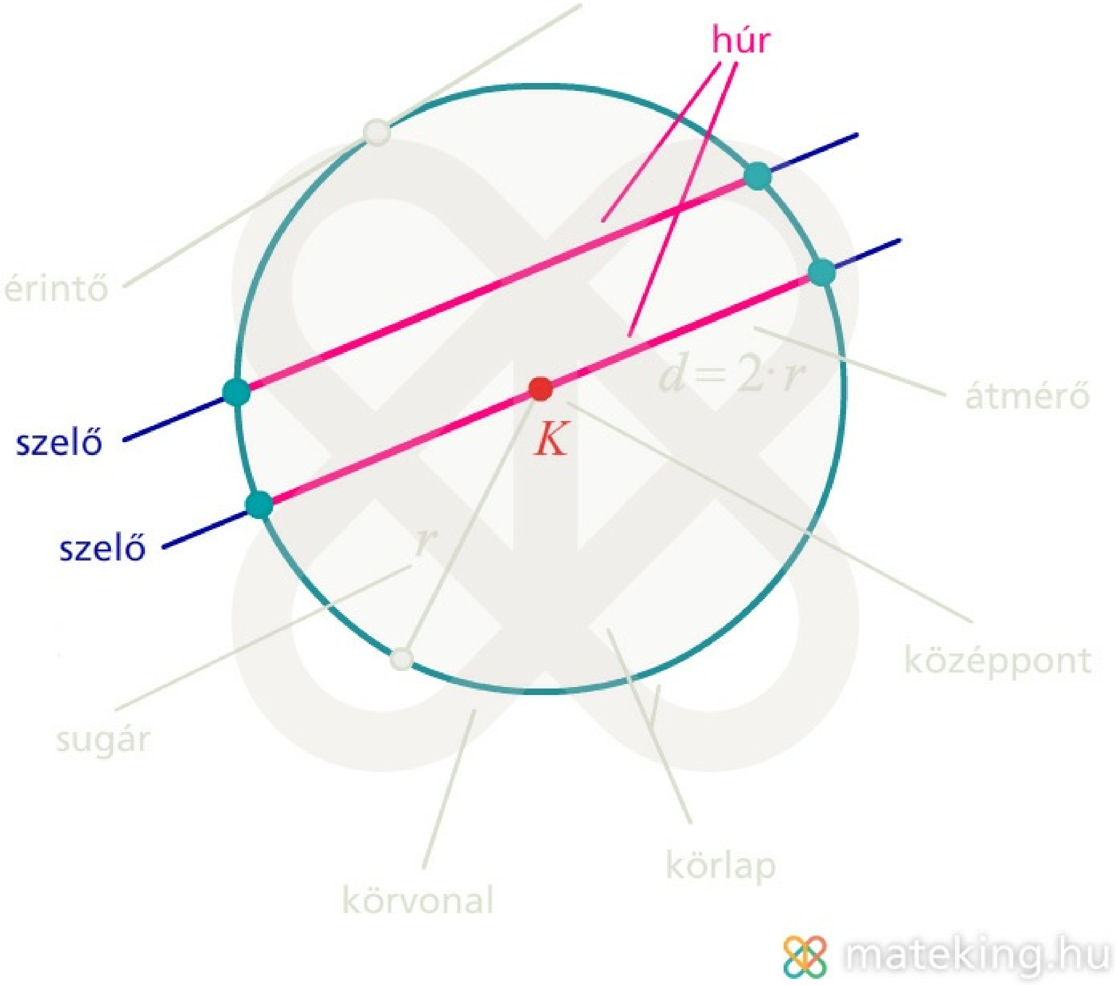
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Azokat az egyeneseket, amik metszik a kört úgy hívjuk, hogy szelő. A szelők két pontban metszik a kört és a két pont közötti szakasz a húr. Olyankor, amikor a szelő éppen átmegy a kör középpontján, a szelő a kör területét felezi, és ilyenkor a metszéspontok közötti húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.



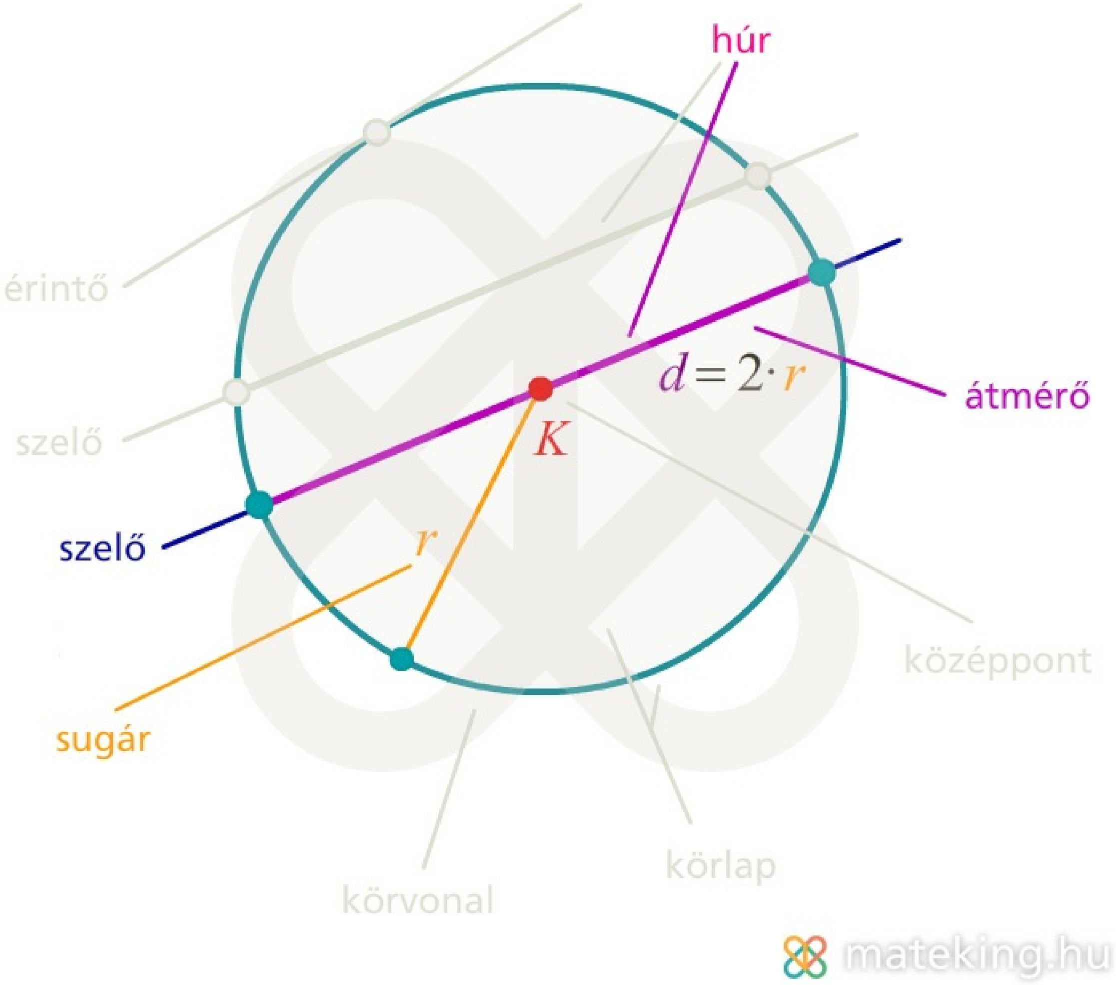
Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy körben a körvonal két különböző pontját összekötő szakaszt húrnak nevezzük. Olyankor, amikor a húr éppen átmegy a kör középpontján, a húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

A kör középpontját áthaladó húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő a kör maximális szélessége, és az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese. Jele d a diameter szó kezdőbetűje alapján.

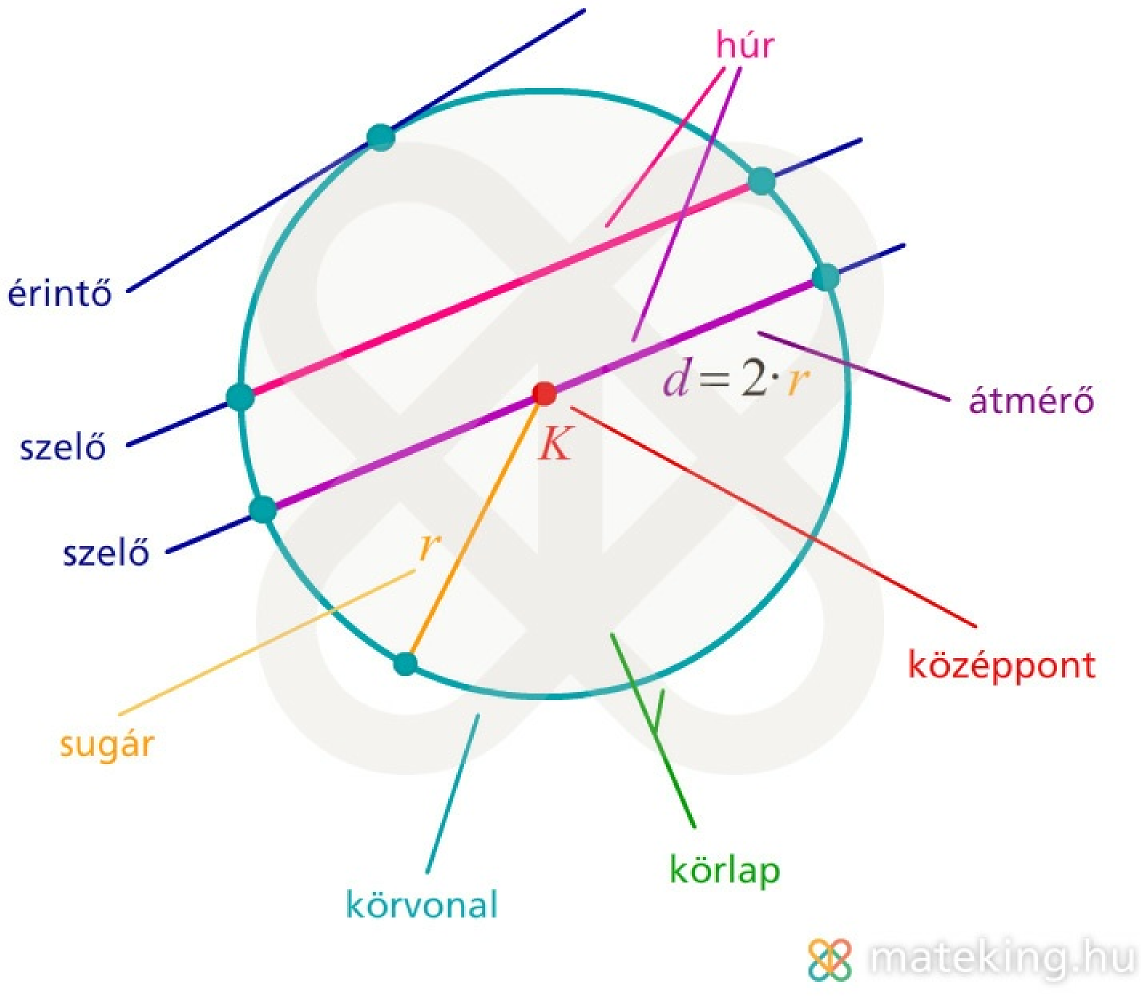


Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy adott ponttól állandó távolságra lévő pontok halmazát körvonalnak nevezzük. És ezt az állandó távolságot hívjuk a kör sugarának. A sugár jele ***r***. A kör középpontját általában ***K***-val jelöljük.

És most nézzük a kör részeit:

Középpont: A kör azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól egyenlő távolságra vannak. Ezt az adott pontot hívjuk a kör középpontjának. A kör középpontját általában O-val vagy K-val szokás jelölni.
Körvonal: A körvonal azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) egyenlő távolságra vannak. A körvonalat szokás egyszerűen körként is emlegetni.
Sugár: Egy kör sugara a kör középpontját a körvonal bármely pontjával összekötő szakasz hossza. A kör sugarát r betűvel jelöljük ami a radius szó kezdőbetűje.
Körlap vagy körlemez: A körlap vagy körlemez a körvonal és a körvonalon belüli rész együttes elnevezése. Ezt így egyben szokás egyszerűen csak simán körnek is nevezni. Matematikailag precíz definíciója: azon pontok mértani helye a síkban, amelyek egy adott ponttól (a kör középpontjától) legfeljebb egy adott r távolságra (r a kör sugara) vannak.
Húr: Egy körben a körvonal két különböző pontját összekötő szakaszt húrnak nevezzük. Olyankor, amikor a húr éppen átmegy a kör középpontján, a húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.
Átmérő: A kör középpontját áthaladó húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő a kör maximális szélessége, és az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese. Jele d a diameter szó kezdőbetűje alapján.



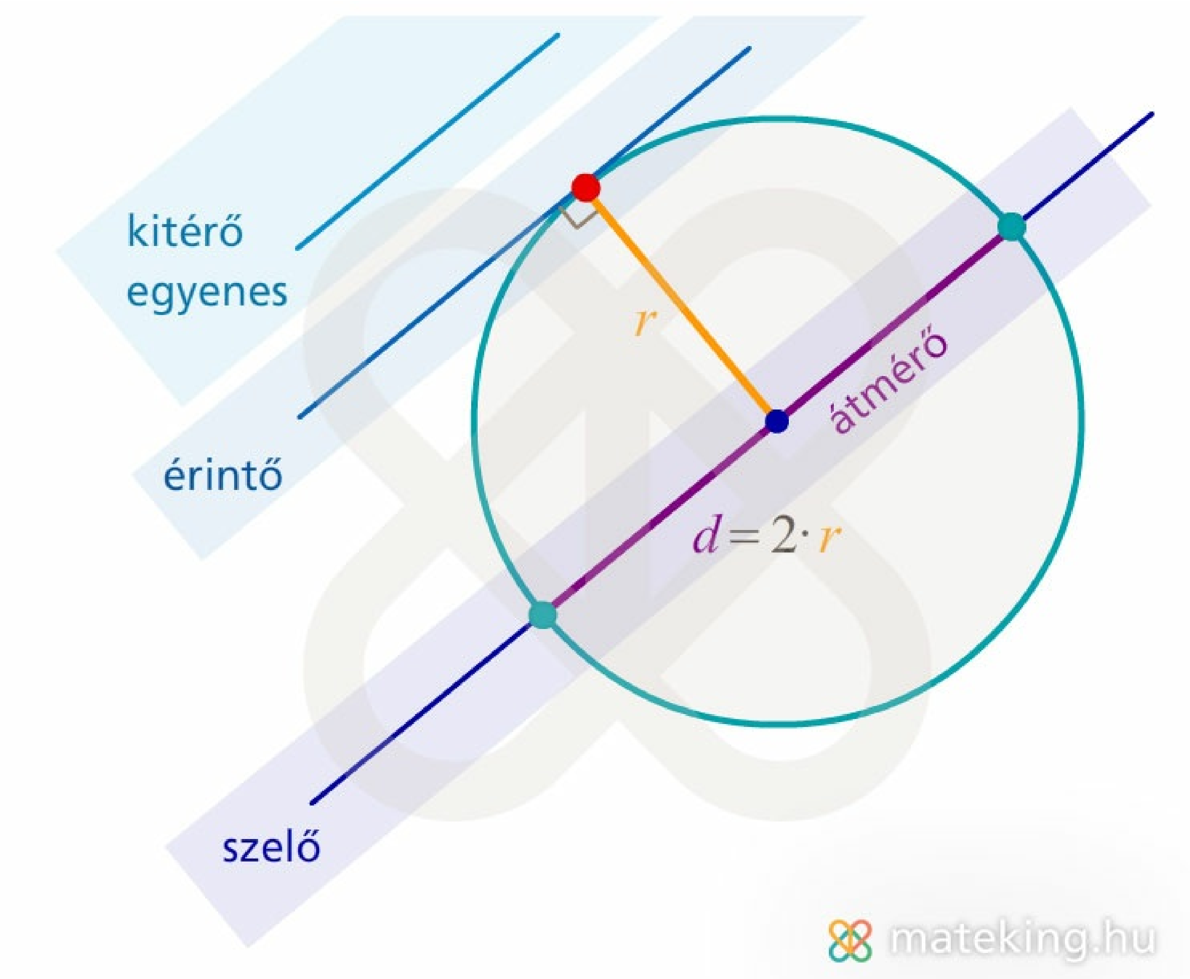
[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

A kör és egyenes kölcsönös helyzete a síkban háromféle lehet. Az egyenes vagy metszi a kört vagy érinti, vagy kitérő.

Szelő: Azokat az egyeneseket, amik metszik a kört úgy hívjuk, hogy szelő. A szelők két pontban metszik a kört és a két pont közötti szakasz a húr. Olyankor, amikor a szelő éppen átmegy a kör középpontján, a szelő a kör területét felezi, és ilyenkor a metszéspontok közötti húrt átmérőnek nevezzük. Az átmérő mindig a kör sugarának a kétszerese.

Érintő: Ha az egyenes éppen olyan távol halad a kör középpontjától, mint a kör sugara, akkor érintőt kapunk. Az érintőnek csak egy közös pontja van a körrel, amit érintési pontnak nevezünk. Az érintési pontba vezető sugár mindig merőleges az érintőre.

Kitérő egyenes: Végül az is lehet, hogy a körnek egyetlen közös pontja sincs a körrel, ilyenkor kitérő egyenesnek nevezzük.

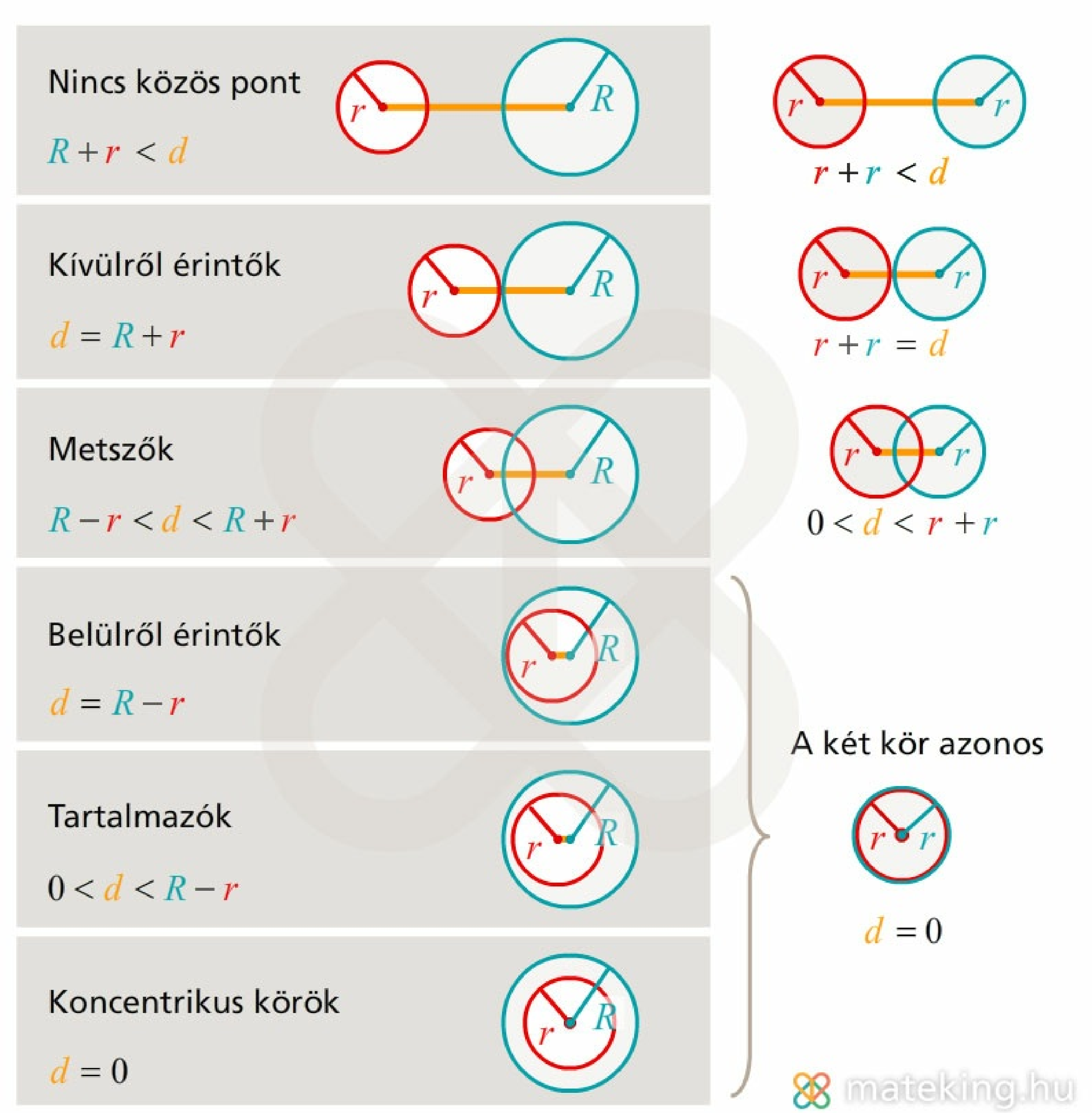


[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Két kör kölcsönös helyzete a síkban már eléggé sokféle lehet. Két fő esetet lehet megkülönböztetni egymástól. Az egyik eset, amikor a két kör sugara nem ugyanakkora, a másik eset pedig az, amikor a két kör sugara ugyanakkora.

Két kör kölcsönös helyzete, ha a körök sugara nem ugyanakkora:
Elkerülő körök: Ha a két kör középpontjának távolsága nagyobb, mint a körök sugarainak összege, akkor a köröknek nincs közös pontjuk.
Kívülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága éppen a sugarak összege, akkor egy közös pontjuk van és ilyenkor a két kör kívülről érinti egymást.

Metsző körök: Ha a körök középpontjainak távolsága kisebb, mint a sugarak összege, de nagyobb, mint a sugarak különbsége, akkor a körök metszik egymást. Ilyenkor a körvonalaiknak két közös pontja van.
Belülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága a két kör sugarának a különbsége, akkor az egyik kör belülről érinti a másikat.
Tartalmazó körök: Ha a két középpont távolsága még ennél is kisebb, de pozitív, akkor az egyik kör tartalmazza a másik kört.
Koncentrikus körök: Végül, ha a két kör középpontjának a távolsága nulla, vagyis a középpontok egybeesnek, akkor azt mondjuk, hogy a körök koncentrikus körök.



Két kör kölcsönös helyzete, ha a körök sugara ugyanakkora:
Elkerülő körök: Ha a két kör középpontjának távolsága nagyobb, mint a körök sugarainak összege, akkor a köröknek nincs közös pontjuk.
Kívülről érintő körök: Ha a középpontok távolsága éppen a sugarak összege, akkor egy közös pontjuk van és ilyenkor a két kör kívülről érinti egymást.
Metsző körök: Ha a körök középpontjainak távolsága kisebb, mint a sugarak összege, de nagyobb, mint nulla, akkor a körök metszik egymást. Ilyenkor a körvonalaiknak két közös pontja van.

Egybeeső körök: Ha a középpontok távolsága nulla, vagyis a középpontok egybeesnek, akkor azt mondjuk, hogy a körök koncentrikus körök.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

6. feladat: Egyenes arányosság, fordított arányosság

Két mennyiség akkor egyenesen arányos, hogyha az egyiket valahányszorosára változtatjuk, akkor a másik is ugyanennyiszeresére változik.

Tipikus példa egy vonatjegy ára és a megtett távolság. Hogyha például a jegy 0,4 euróba kerül kilométerenként, akkor 1 kilométer 0,4 euró, 2 kilométer kétszer annyi, vagyis 0,8 euró, 3 kilométer háromszor annyi, vagyis 1,2 euró és így tovább. Egy másik tipikus példa a munkavégzéses feladatok. Ha például egy teherautó 400 tonna földet tud elszállítani, akkor két ugyanolyan teherautó kétszer annyit, vagyis 800 tonnát, három teherautó 1200 tonnát, és így tovább.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Két mennyiség akkor fordítottan arányos, hogyha az egyiket valahányszorosára változtatjuk, akkor a másik ugyanennyied részére változik.

Tipikus példa fordított arányosságra a munkavégzéssel kapcsolatos kérdések. Ha egy adott munkát egy gép 12 óra alatt tud megcsinálni, akkor két ugyanolyan géppel 6 óra alatt lehet végezni, három egyforma géppel pedig 4 óra alatt. Vagyis a 12-t osztjuk a gépek számával. Egy másik tipikus példa, hogy egy rakományt 10 fordulóval tudnak teherautóval elszállítani. Ha két teherautót használunk akkor 10/2=5 forduló kell, és így tovább.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

6. feladat: Egyenletek megoldása, mérleg elv

A mérleg elv lényege, hogy amikor megoldunk egy egyenletet, az egyenlőségjel mindkét oldalán ugyanazokat a műveleteket kell elvégeznünk. Az egyenlet mindkét oldalához ugyanazt a számot hozzáadhatjuk, vagy az egyenlet mindkét oldalából ugyanazt a számot kivonhatjuk. És az egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a nem nulla számmal megszorozhatjuk, vagy mindkét oldalt ugyanazzal a nem nulla számmal eloszthatjuk. Vagyis:

- ha elveszünk egy számot az egyik oldalról, akkor a másik oldalról is el kell venni

- ha hozzáadunk egy számot az egyik oldalhoz, akkor a másik oldalhoz is hozzá kell adni

-ha szorozzuk az egyik oldalt egy nem nulla számmal, akkor a másik oldalt is szorozni kell ugyanezzel a számmal

-ha osztjuk az egyik oldalt egy nem nulla számmal, akkor a másik oldalt is osztani kell ugyanezzel a számmal

Az összeadás, kivonás és szorzás egymásutáni lépéseivel jutunk el a megoldáshoz.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A megoldás lényege, hogy gyűjtsük össze az x-eket az egyik oldalon, a másik oldalon pedig a számokat, a végén pedig leosztunk az x együtthatójával.

Ha törtet is látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha törtet látunk az egyenletben, akkor az az első lépés, hogy megszabadulunk attól, mégpedig úgy, hogy beszorzunk a nevezővel.

Figyeljünk rá, hogy ilyenkor az egyenlet minden tagját meg kell szorozni (a tagokat $+$, $-$ vagy $=$ jelek választják el egymástól...).

Miután megszabadultunk a törtektől az egyenlet megoldásának lépései a szokásosak a mérleg elv segítségével.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

6. feladat: Százalékszámítás

A százalékalap az a szám, amihez a százalékszámítás során viszonyítunk. Ez jelenti mindig a 100%-ot. Ha például egy osztályba 20 gyerek jár és közülük 8 lány, 12 fiú, akkor a 20 gyerek lesz a 100%, aminek valahány százaléka lány és valahány százaléka fiú.

A százalékszámítás lényege, hogy

Százalékalap · Százalékláb = Százalékérték

A példánkban a 20 fős ösztály 40%-a lány, vagyis:

$20 \cdot 40\% = 8$

A százaléklábat, vagyis a 16%-ot pedig a számolás közben úgy kell kezelni, mint századrész, tehát 40%=0,4.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékláb a százalékszámításos feladatban a százalék. Ennyi százalékát kell kiszámítani a százalékalapnak.

A százalékszámítás lényege, hogy

Százalékalap · Százalékláb = Százalékérték

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékérték a százalékalap és a százalékláb szorzata, tehát a végeredmény.

A százalékszámítás lényege, hogy

Százalékalap · Százalékláb = Százalékérték

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékszámítás lényeg nagyon röviden annyi, hogy a százalék valójában azt jelenti, hogy századrész. Például valaminek a 16%-a:

$\frac{16}{100} = 16\%$

Hogyha mondjuk egy osztályba 25-en járnak és közülük 16% lány, akkor az mindössze ezt jelenti, hogy

$25 \cdot \frac{16}{100} = \text{Lányok száma}$

Ezt már nagyon egyszerű kiszámolni, és az jön ki, hogy 4, vagyis a 25-nek a 16%-a 4.

Itt a 25 a százalékalap, a 16% pedig a százalékláb és az eredményül kapott 4 pedig a százalékérték. De igazából nem is az a lényeg, hogy melyiket hogyan hívjuk, hanem az, hogy ilyen egyszerűen tudunk a százalékokkal számolni.

A százalékszmítás feladatok rendszerint úgy működnek, hogy a három szereplőből, vagyis a százalékalapból, a százaléklábból és a százalékértékből kettőt ismerünk és a harmadikat ki kell számolni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékalap a százalérték és a százalékláb hányadosa.

Százalékalap $= \frac{\text{Százalékérték}}{\text{Százalékláb}}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A százalékláb a százalékérték és a százalékalap hányadosa.

Százalékláb $= \frac{\text{Százalékérték}}{\text{Százalékalap}}$

Érdemes megjegyezni, hogy a százalékalap, amivel osztani kell mindig nak/nek birtokos jelzővel van ellátva a feladatokban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha valaminek az értékét 20%-kal csökkentjük, akkor $100\% - 20\% = 80\% = \frac{80}{100} = 0,8$-cal kell szorozni.

Ha valaminek az értékét 20%-kal növeljük, akkor $100\% + 20\% = 120\% = \frac{120}{100} = 1,2$-vel kell szorozni.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

7. feladat: Háromszögek, háromszögek területe

Az egyenlő szárú háromszögben van két egyforma hosszú oldal, amiket szárnak nevezünk. És hát van ugye a harmadik oldal, ez az alap.

Annyit érdemes megjegyezni róla, hogy az alaphoz tartozó súlyvonal, magasságvonal, oldalfelező merőleges és szögfelező mind egybeesik. És ez egyúttal a háromszög szimmetriatengelye is.

És azt is jó tudni róla, hogy az alapon fekvő szögek egyformák.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Szabályos háromszögnek minden oldala és minden szöge egyenlő (tehát a szögek 60°-osak).

Szabályos háromszögben a körülírt kör középpontja, a magasságpont és a súlypont is egybeesnek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Derékszögű háromszögnek van 90°-os szöge.

A derékszöggel szemközti oldalt átfogónak nevezzük, a másik kettőt pedig befogónak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A hegyesszögű háromszögek minden szöge hegyesszög, azaz 0°-nál nagyobbak, de 90°-nál kisebbek.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A tompaszögű háromszögek azok, amelyeknek van egy tompaszöge, azaz egy olyan szöge, ami 90°-nál nagyobb, de 180°-nál kisebb.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög egyenlőtlenség szerint minden háromszög bármelyik oldalának rövidebbnek kell lennie, mint a másik két oldal összege.

$a+b>c \qquad a+c>b \qquad b+c>a$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög magasságvonala a csúcsból a szemközti oldal egyenesére bocsátott merőleges.

Ezek mindig egy pontban metszik egymást, és ezt a pontot magasságpontnak nevezzük.

Ha a háromszög tompaszögű, akkor a magasságpont a háromszögön kívülre esik.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög súlyvonala a csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő szakasz.

Ezek mindig egy pontban metszik egymást, ezt a pontot hívjuk a háromszög súlypontjának.

További izgalom, hogy a súlypont mindegyik súlyvonalat 2:1 arányban osztja.

Továbbá a súlyvonal felezi a háromszög területét.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög oldalfelezőmerőlegesei mindig egy pontban metszik egymást. Ez a pont minden csúcstól egyenlő távolságra van és emiatt a háromszög köré írható kör középpontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A háromszög belső szögfelezői mindig egy pontban metszik egymást. Ez a háromszögbe írható kör középpontja.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Ha egy háromszög oldalfelezőpontjait összekötjük, akkor a háromszög középvonalait kapjuk.

A középvonalak párhuzamosak a háromszög oldalaival és éppen fele olyan hosszúak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

7. feladat: Négyszögek, négyszögek területe

A legszabályosabb négyszög a négyzet. A négyzet oldalai egyenlő hosszúak és minden szöge derékszög. Egy sokszöget akkor nevezünk szabályos sokszögnek, ha minden oldala és minden szöge egyforma. Így tehát az egyetlen szabályos négyszög a négyzet. Ezen kívül a négyzetek mége egy fontos dolgot tudnak: az átlóik is merőlegesek egymásra.

A négyzet területe:

$$T = a^2$$

A négyzet kerülete:

$$K = 4a$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

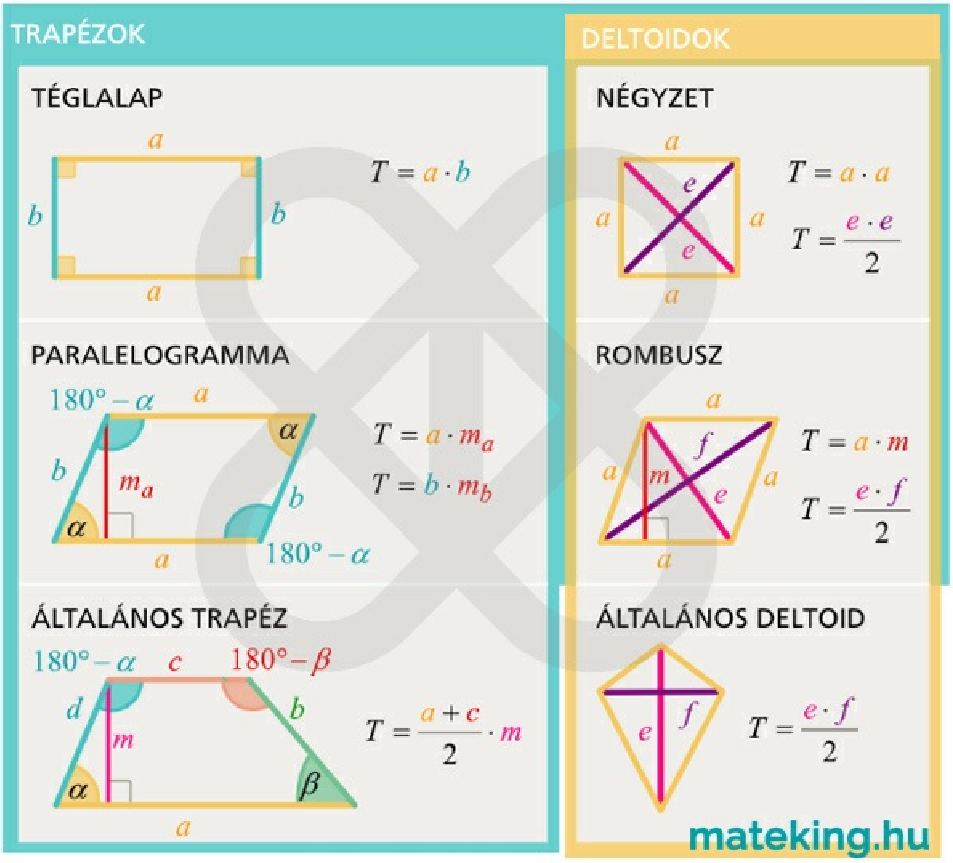
Téglalap olyan négyszög, aminek minden szöge derékszög. Vagyis az oldalak nem feltétlen egyenlő hosszúak. Olyankor, amikor az oldalai is egyenlő hosszúak, egy négyzetet kapunk. A téglalapok egyik fontos tulajdosága, hogy a szemközti oldalai egyforma hosszúak, vagyis két darab a hosszúságú és két darab b hosszúságú oldala van. A téglalapoknak egy másik fontos tulajdonsága pedig, hogy a szemközti oldalai párhuzamosak egymással. Ez pedig azt jelenti, hogy a téglalapok mindig paralelogrammák is egyben (ugyanis a paralelogrammák azok a négyszögek, amelyeknek van két párhuamos oldalpárjuk).

Területe:

$$T = a \cdot b$$

Kerülete:

$$K = 2a + 2b$$



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Rombusz egy olyan négyszög, amelynek minden oldala egyforma hosszú. Vagyis egy rombusznál az oldalak egyenlő hosszúságúak, de a szögeknek nem kell derékszögnek lenniük. Amikor a rombusz szögei derékszögek, egy négyzetet kapunk. Vagyis a négyzet is rombusz. A rombuszok másik fontos tulajdonsága, hogy a szemközti oldalaik mindig párhuzamosak egymással, vagyis a rombuszok paralelogrammák. is. Ez elvezet minket a rombusz egy másik definíciójához: a rombusz egyenlő oldalú paralelogramma.

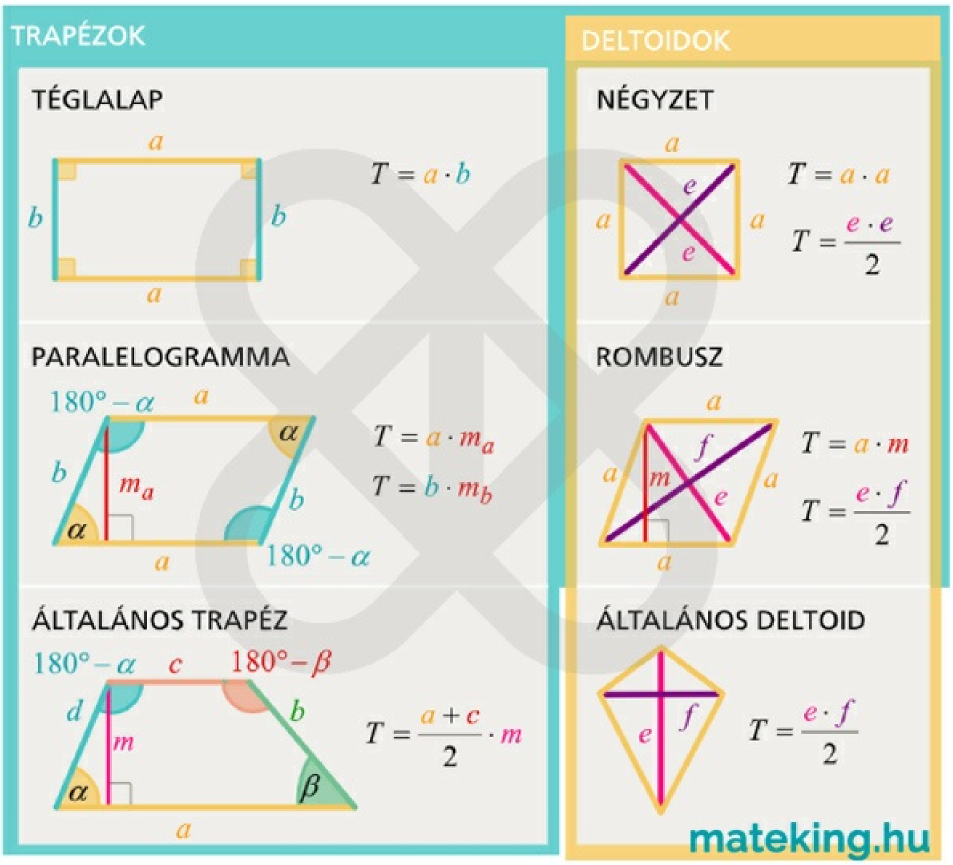
A rombusz magasságát m-mel jelöljük, az átlóit pedig e-nek és f-nek szokás nevezni. Ezeknek a segítségével tudjuk kiszámolni egy rombusz területét.

Területe:

$$T = a \cdot m = \frac{e \cdot f}{2}$$

Kerülete:

$$K = 4a$$



Megnézem a kapcsolódó epizódot

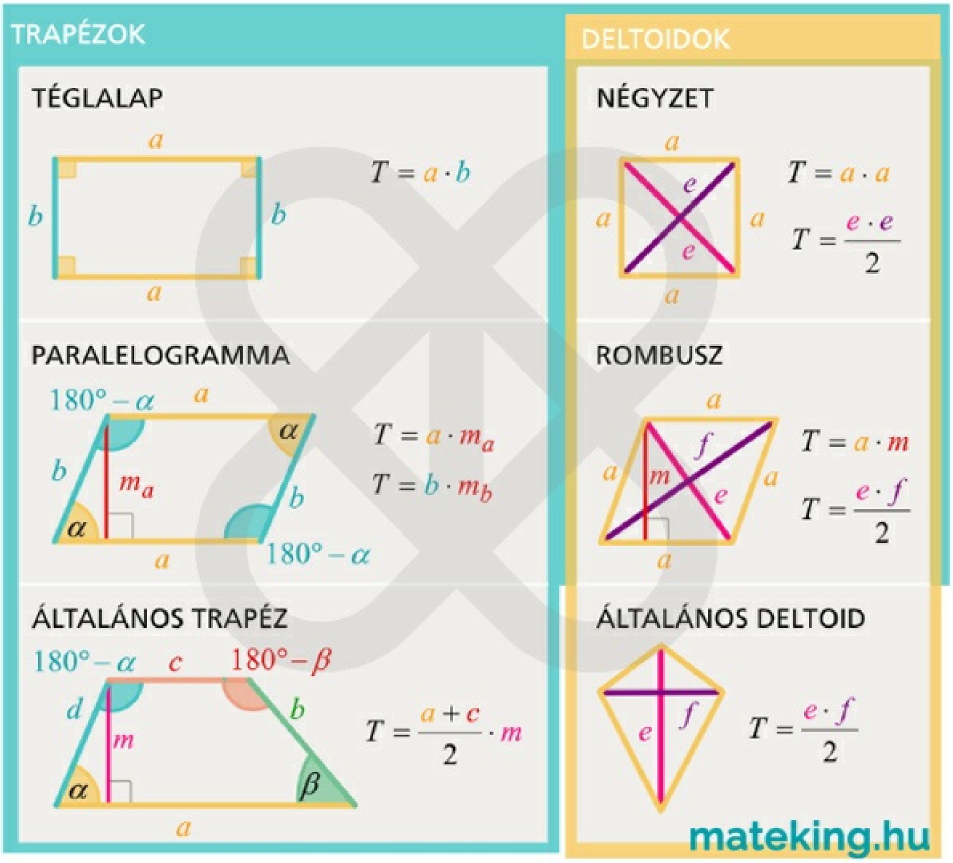
A paralelogramma olyan négyszög, aminek van két párhuzamos oldalpárja. Nagyon sok ilyen tulajdonságú négyszög van. Ilyenek a négyzetek, a téglalapok és a rombuszok. Vagyis minden négyzet, minden téglalap és minden qrombusz egyben paralelogramma is. A paralelogramma magasságát m-mel szokás jelölni.

Területe:

$$T = a \cdot m_a = b \cdot m_b$$

Kerülete:

$$K = 2a + 2b$$



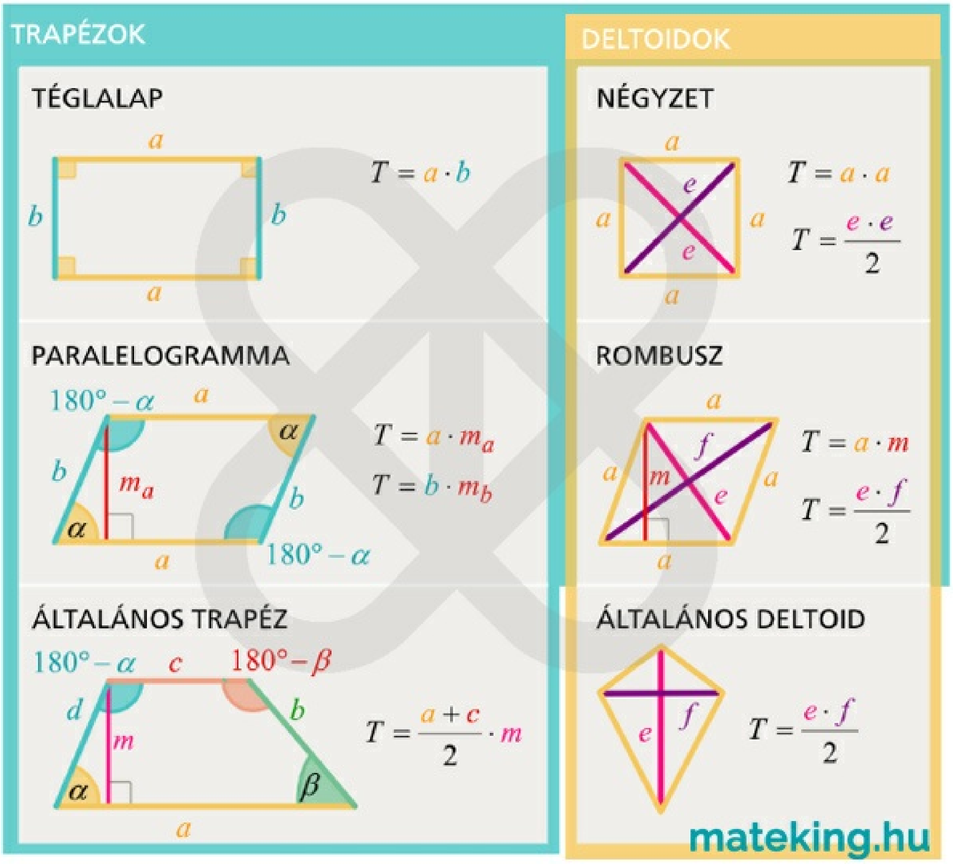
Megnézem a kapcsolódó epizódot

A trapéz olyan négyszög, aminek van legalább egy párhuzamos oldalpárja. Ezeket az oldalakat a trapéz alapjainak nevezzük és a-val meg c-vel jelöljük. Általában a nagyobbik alapot szokás a-val jelölni és a kisebbik alapot pedig c-vel. Olyankor, amikor a trapéz alapjai egyforma hosszúak, paralelogrammát kapunk. Vagyis minden paralelogramma egyben trapéz is. Sőt, ha meggondoljuk, akkor a trapéz definíciója nagyon sok négyszögre ráillik. Egy darab párhuzamos oldalpárja ugyanis van a négyzetnek, a téglalapnak, a rombusznak és a paralelogrammáknak is. Vagyis minden négyzet, minden téglalap, minden rombusz és minden paralelogramma egyben trapéz is.

Mivel azonban ezeknek van külön neve, amikor egy feladatban trapézról van szó, általában olyan trapézra gondoljunk, aminek két különböző hosszúságú párhuzamos oldala van, az egyik "alul" a másik "felül" és ezek a trapéz a-val és c-vel jelölt alapjai.

Területe:

$$T = \frac{a+c}{2} \cdot m$$



[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Ha a trapéz alapján fekvő két szög ugyanakkora, olyankor a trapéz szimmetrikus.

A szimmetrikus trapézt még szokás egyenlő szárú trapéznak is hívni, ugyanis a két szára mindig egyforma hosszú.

Ezen kívül van egy fantasztikus tulajdonsága is, hogy van köré írható köre.

Innen ered a harmadik elnevezés: húrtrapéz.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

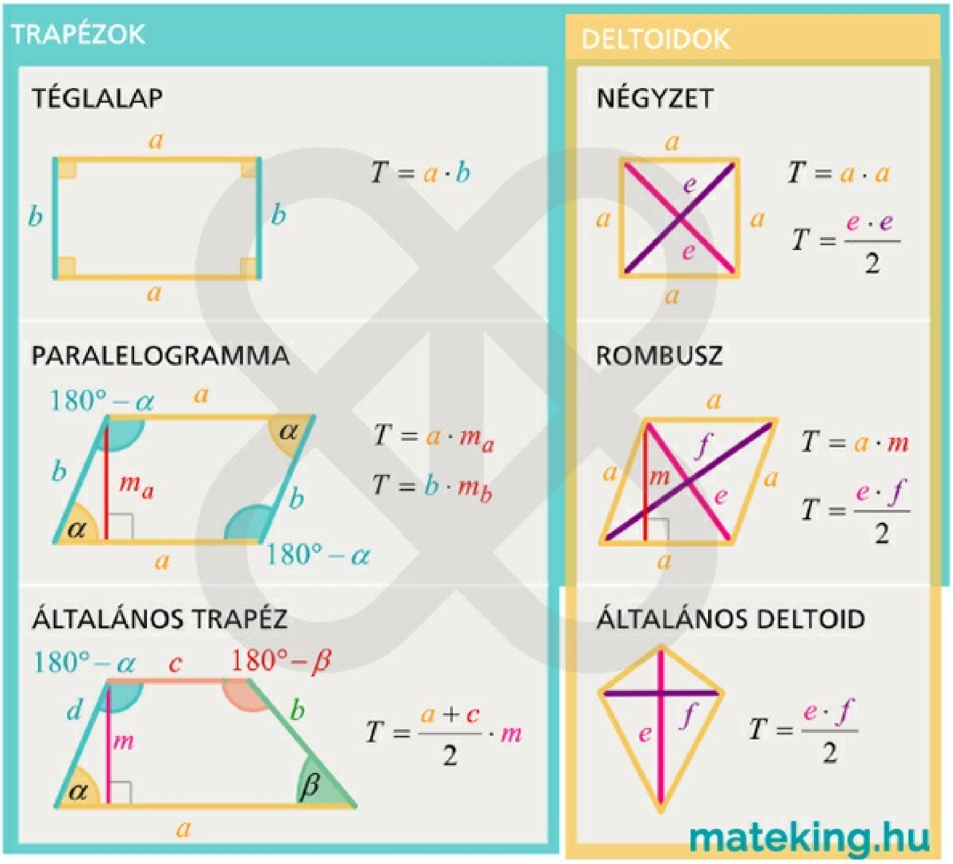
Azokat a négyszögeket nevezzük deltoidnak, amik papírsárkány alakúak és az átlóik merőlegesek egymásra.

Egy kicsit precízebben: deltoid az a négyszög, amelynek átlói merőlegesek egymásra és legalább az egyik átló szimmetriatengely.

A deltoidok közül kétféle speciális deltoidot érdemes megjegyezni, az egyik a rombusz, a másik a négyzet. Vagyis minden négyzet és minden rombusz deltoid. A deltoidok átlóit e-vel és f-fel jelöljük, és ezek csak akkor egyforma hosszúak, ha négyzetről van szó. A deltoidok területét általában az átlóik segítségével érdemes kiszámolni.

Területe:

$$T = \frac{e \cdot f}{2}$$



Megnézem a kapcsolódó epizódot

7. feladat: Sokszögek, konvex/konkáv, átlók, szögek

Síkidomnak nevezzük a sík zárt vonalakkal körülhatárolt részét.

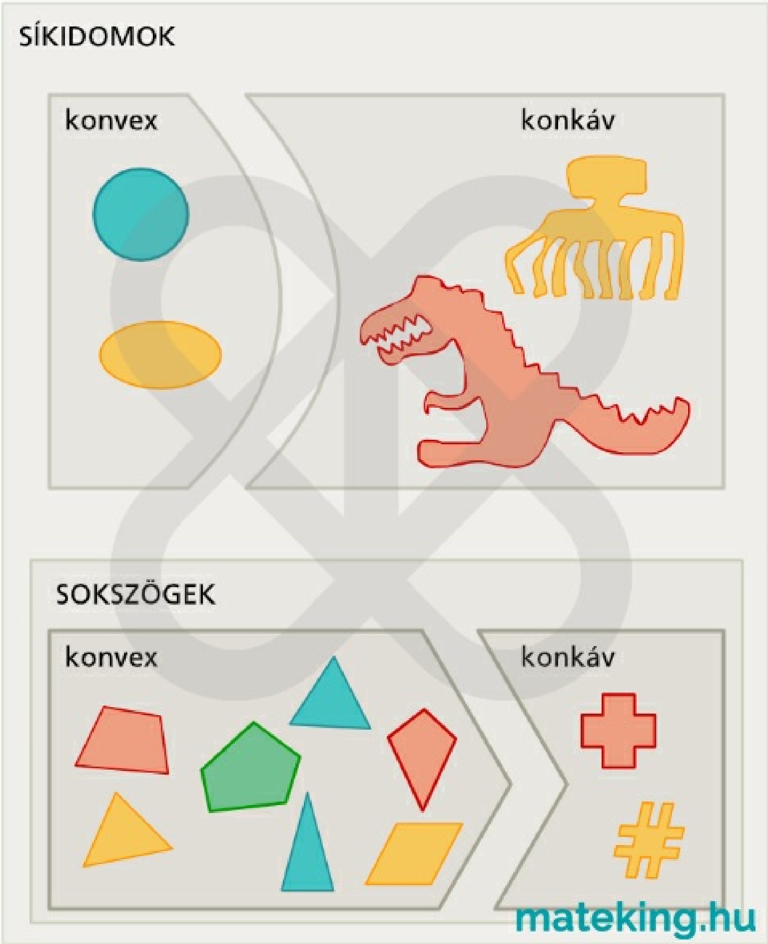
A zárt vonal azt jelenti, hogy fogjuk a ceruzát, elindulunk valahonnan... és hopp, visszaérünk ugyanoda, ahonnan indultunk. Síkodom például egy háromszög, vagy egy négyzet, de síkidom egy kör is, vagy éppen a különböző emojik. Egy síkidomot több különböző zárt vonal is atárolhat. Olyankor, amikor csak egy zárt vonal határolja, egyszerű síkidomnak nevezzük. Mindez sokkal könnyebben elképzelhető, ha megnézed az ehhez kapcsolódó epizódot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

Sokszögnek nevezzük azokat a síkidomokat, melyeket véges sok, egymáshoz csatlakozó egyenes szakaszból álló zárt görbe (töröttvonal) határol. Vagyis azok a síkidomok sokszögek, amelyek határoló vonalai csak egyenes szakaszokból állnak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot]

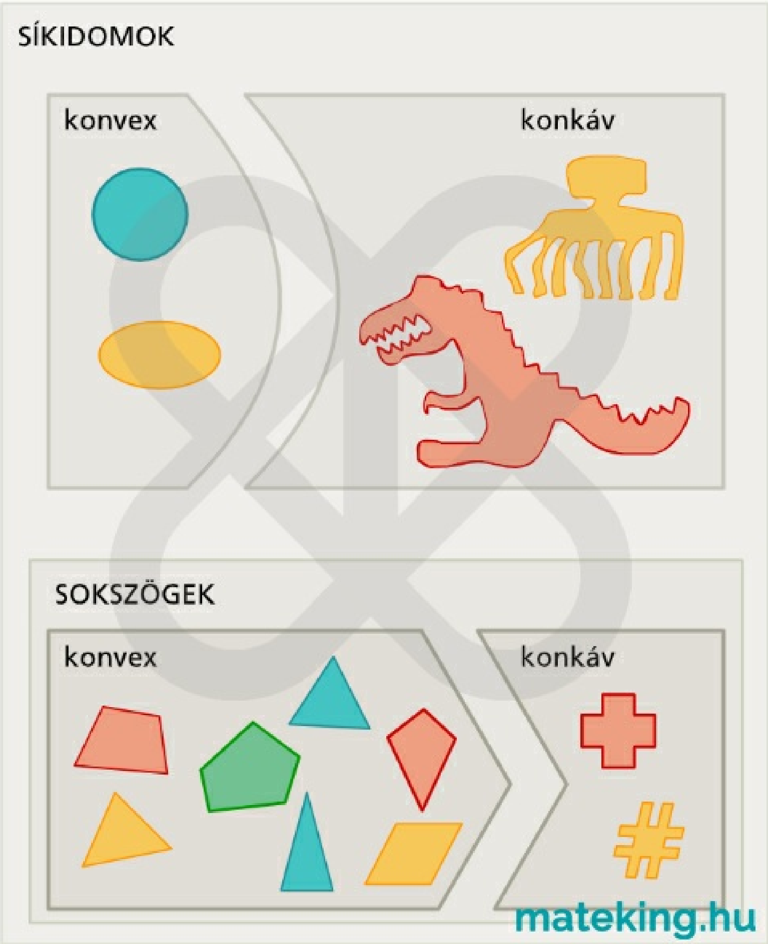
A konkáv síkidom az, amelyikben ki tudunk választani két olyan pontot, hogy az ezeket összekötő szakasznak egy része a síkidomon kívül halad. Egy kör vagy egy téglalap például nem konkáv, mert bárhogyan választunk benne két pontot, a pontokat összekötő szakasz is a síkidomban halad. De például egy szívecske már konkáv, mert ha a két kidudorodó részét összekötjük, akkor az összekötő vonal kívül halad. Mindez sokkal egyszerűbb, ha megnézed az ehhez a témához kapcsolódó epizódot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

A konvex síkidom az, amelyikben akárhogy veszünk két belső pontot, az őket összekötő szakasz minden pontja a síkidom belsejében lesz.

Egy kör vagy egy téglalap például konvex, mert bárhogyan választunk benne két pontot, a pontokat összekötő szakasz is a síkidomban halad. De például egy szívecske már nem konvex, mert ha a két kidudorodó részét összekötjük, akkor az összekötő vonal kívül halad. Mindez sokkal egyszerűbb, ha megnézed az ehhez a témához kapcsolódó epizódot.



Megnézem a kapcsolódó epizódot

Egy sokszöget szabályosnak nevezünk, ha minden oldala és minden belső szöge egyforma.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sokszögnek nevezzük azokat a síkidomokat, melyeket véges sok, egymáshoz csatlakozó egyenes szakaszból álló zárt görbe (töröttvonal) határol. Ezeket az egyenes szakaszokat nevezzük a sokszög oldalainak.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Sokszögnek nevezzük azokat a síkidomokat, melyeket véges sok, egymáshoz csatlakozó egyenes szakasz alkotta zárt görbe határol. Ezeket a szakaszokat oldalaknak, vagy másként oldaléleknek nevezzük, és azokat a pontokat, ahol az oldalélek találkoznak, a sokszög csúcsainak hívjuk.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sokszögek nem szomszédos csúcsait összekötő szakaszokat a sokszög átlójának nevezzük.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

10. feladat: Nehezebb szöveges feladatok

Az utazásról szóló szöveges feladatok megoldása során jól jönnek a még fizikából tanult összefüggések:

$v = \frac{s}{t}$ $\quad s = v \cdot t$ $\quad t = \frac{s}{v}$

Megnézem a kapcsolódó epizódot