

Komplex számok

Van itt két komplex szám: $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$

A két komplex szám összege:

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

A két komplex szám különbsége:

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két komplex szám: $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$

A két komplex szám szorzata:

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = a \cdot c - b \cdot d + (a \cdot d + b \cdot c)i$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A [komplex számok](#) egy valós és egy imaginárius (képzetes) számból épülnek föl. A valós számok a szokásos x tengelyen helyezkednek el, míg az imaginárius számok egy erre merőleges y tengelyen, amit imaginárius tengelynek, vagy képzetes tengelynek nevezünk. Az imaginárius tengely egysége az i , ami olyan, mint a valós tengelyen az 1 , csak éppen egy meglehetősen furcsa dolgot tud. Az imaginárius egység egy olyan komplex szám, aminek a négyzete -1 és i -vel jelöljük, azaz

$$i^2 = -1$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A komplex számokat azért hívjuk "komplex"-nek, mert két részből tevődnek össze. Egy valós és egy imaginárius (képzetes) számból épülnek föl. A valós számok a szokásos x tengelyen helyezkednek el, míg az imaginárius számok egy erre merőleges y tengelyen, amit imaginárius tengelynek, vagy képzetes tengelynek nevezünk. A [komplex számok](#) egy valós számból és egy imaginárius számból tevődnek össze:

$$z = a + bi$$

Itt a és b valós számok, az i pedig az imaginárius egység, ami azt tudja, hogy $i^2 = -1$.

Magukat a valós számokat és az imaginárius számokat is komplex számnak tekinthetjük. A valós számok olyan [komplex számok](#), amelyeknek az imaginárius része nulla, míg az imaginárius számok olyan [komplex számok](#), amelyeknek a valós része nulla. A [komplex számok](#) egy síkon, az úgynevezett komplex számsíkon helyezkednek el. Kicsit olyanok, mint a koordináta geometriában a kétdimenziós sík vektorai, ahol az i és j bázisvektorkat szokás használni, az x tengelynél az i és az y tengelynél a j vektorral. Ennek az analógiának köszönhetően vannak, akik az imaginárius számokat nem is i -vel, hanem j -vel jelölik. Bár ez segíthet erősíteni az analógiát a sík vektoraival, de mégis zavaró, mivel aki komolyabban is foglalkozik a komplex számokkal, a hivatalos jelöléssel fog találkozni, ahol az imaginárius tengelyen i -k vannak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A valós számokat úgy érdemes elképzelni, mint egy koordinátarendszer x tengelyét. És minden helyet ki is töltenek a valós számok ezen a számegyenesen. A [komplex számok](#) egy valós és egy imaginárius (képzetes) részből épülnek föl, és szemléltetésükhöz nem egy, hanem két koordinátatengelyre van szükség. Az x tengelyen vannak a valós számok, az y tengelyen pedig az imaginárius, vagyis a képzetes számok. A valós számok tengelyén az egység a szokásos 1, míg az imaginárius számok tengelyén az egység az i . A két tengely által kifeszített síkot nevezzük komplex számsíknak, vagy másként Gauss-féle számsíknak.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a komplex szám:

$$z = a + bi$$

Komplex számoknak van ilyenje, hogy imaginárius egység:

$$i^2 = -1$$

[Komplex számok](#) konjugáltja:

$$\bar{z} = a - bi$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a komplex szám: $z = a + bi$

Ennek a komplex számnak az abszolútértéke:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A $z = a + bi$ komplex szám trigonometrikus alakja:

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta), \text{ ahol}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \cos \theta = \frac{a}{r}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két komplex szám trigonometrikus alakban: $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$, $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$

[Komplex számok szorzása](#) trigonometrikus alakban:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

[Komplex számok osztása](#) trigonometrikus alakban:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2))$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a komplex szám trigonometrikus alakban: $r(\cos \theta + i \sin \theta)$

Ekkor ennek a komplex számnak az n -edik hatványa:

$$z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a komplex szám trigonometrikus alakban: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

Ekkor ennek a komplex számnak az n -edik gyöke:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\theta + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt két komplex szám exponenciális alakban: $z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$, $z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$

[Komplex számok szorzása](#) exponenciális alakban:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

[Komplex számok osztása](#) exponenciális alakban:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a komplex szám exponenciális alakban: $z = r e^{i\theta}$

Ekkor ennek a komplex számnak az n -edik hatványa:

$$z^n = r^n e^{ni\theta}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van itt ez a komplex szám exponenciális alakban: $z = r e^{i\theta}$

Ekkor ennek a komplex számnak az n -edik gyöke:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} e^{i \frac{\theta + 2k\pi}{n}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
