

## Hatványozás, logaritmus, exponenciális és logaritmusos egyenletek

Hatványozás azonosságai:

$$a^n a^k = a^{n+k}$$

$$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(a^n)^k = a^{nk} \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{k}{n}} = (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Exponenciális függvénynek nevezzük az  $f(x) = a^x$  alakú függvényeket, ahol  $a > 0$  valós szám.

Az exponenciális függvények meglehetősen fontosak a matematikában, sőt nem csak a matematikában.

Ilyen függvények írják le a baktériumok szaporodását, a radioaktív elemek bomlását, a számítógépek teljesítményének növekedését és még rengeteg más dolgot.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$\log_a x$  azt mondja meg, hogy  $a$ -t hányadik hatványra kell emelni ahhoz, hogy  $x$ -et kapjunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a \sqrt[n]{x^k} = \frac{k}{n} \log_a x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az exponenciális egyenletek megoldásának kulcsa, hogy a két oldalt azonos hatványalpra hozzuk, mert ekkor

$$a^x = a^b \Rightarrow x = b$$

Így hát az egyenlet két oldalát addig alakítgatjuk a hatványozás azonosságainak segítségével, amíg erre az alakra nem jutunk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

Exponenciális egyenlőtlenséget ugyanúgy kell mint az egyenletet, amire figyelni kell csupán az az, hogy amikor elhagyjuk a hatványalapot, nem mindegy, hogy az 1-nél nagyobb, vagy kisebb szám-e.

Ha az alap 1-nél nagyobb szám, akkor nem történik semmi, az alap elhagyása után az egyenlőtlenség iránya megmarad.

Ha viszont az alap 1-nél kisebb szám, akkor az alap elhagyása után az egyenlőtlenség iránya megfordul.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---

A logaritmusos egyenletek megoldásának lényege, hogy ilyen alakra jussunk:

$$\log_a x = b$$

Mert innen a logaritmus definíciója miatt az következik, hogy

$$x = a^b$$

Ahhoz, hogy a bonyolultabb egyenleteket is ilyen alakra hozzuk, a logaritmus azonosságait használjuk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---