Függvények határértéke és folytonossága

Az $f(x)$ függvény folytonos az a-ban, ha értelmezve van az a-ban, létezik és véges a határértéke az a-ban, és ami a lényeg:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Az $f(x)$ függvény folytonossá tehető az a-ban, ha létezik véges határértéke az a-ban.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Megszüntethető szakadás:

Ha létezik véges határérték az a-ban, de ez nem egyezik meg a függvényértékkel, akkor megszüntethető szakadása van.

$$\exists \lim_{x \to a} f(x) = \text{szám} \quad \lim_{x \to a} f(x) \neq f(a)$$

Nem megszüntehető szakadás, ugrás:

Ha a bal és jobb oldali határérték két különböző szám az a-ban, akkor a szakadás nem megszüntethető és ugrásnak hívjuk.

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \text{szám} \quad \lim_{x \to a^+} f(x) = \text{másik szám} \quad \lim_{x \to a^-} f(x) \neq \lim_{x \to a^+} f(x)$$

Nem megszüntethető, nem véges szakadás:

Ha a bal és jobb oldali határérték nem is véges az a-ban, akkor pláne nem tehető folytonossá a függvény.

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \pm\infty \quad \lim_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty$$

Nem megszüntethető oszcilláló szakadás:

Végül meglehetősen patologikus esetek is vannak, amikor még csak jobb vagy bal oldali határérték sem létezik.

$$\nexists \lim_{x \to a^-} f(x) \quad \nexists \lim_{x \to a^+} f(x)$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{\text{IZÉ} \to 0} \frac{\sin \text{IZÉ}}{\text{IZÉ}} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \quad \lim_{\text{IZÉ} \to 0} \frac{1 - \cos \text{IZÉ}}{\text{IZÉ}^2} = \frac{1}{2}$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot
