Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény

Folytonosnak nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik folytonos mennyiségeket mérnek, ilyen például az idő, a távolság. Ebben az esetben az eloszlás függvény is mindig folytonos függvény lesz.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Diszkrétnek nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik megszámlálhatóan sok értéket vesznek fel. Ez azt jelenti, hogy vagy véges sokat, vagy végtelent, de úgy, hogy fel tudjuk sorolni az értékeit.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = P(X < x)$$

Ha az X valószínűségi változó diszkrét és értékei $X = a, X = b, X = c$ meg ilyenek, akkor az eloszlásfüggvény mindig egy lépcsőzetes függvény, ami minden számnál pontosan akkorát ugrik, mint az adott szám valószínűsége, amíg el nem érjük az 1-et.

$$F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{ha } x \leq a \\ P(X=a) \quad \text{ha } a < x \leq b \\ P(X=a) + P(X=b) \quad \text{ha } b < x \leq c \\ \dots \\ 1 \end{cases}$$

Ha az X valószínűségi változó folytonos, akkor az a és b számok között bármilyen valós értéket fölvehet. Ilyenkor az eloszlásfüggvény is folytonos, ami a-ig nullát vesz föl, a és b közt növekszik és b után végig egyet vesz föl.Vagyis ahol az X valószínűségi változó működik, ott a függvény életre kel, előtte és utána pedig hibernált állapotban van.

Megnézem a kapcsolódó epizódot

A sűrűségfüggvény úgy működik, hogy a valószínűségeket a görbe alatti területek adják meg. Az eloszlásfüggvény jele $F(x)$ volt, a sűrűségfüggvény jele $f(x)$. Az $a < X < b$ valószínűség éppen a görbe alatti terület a-tól b-ig.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

Ha az $X < a$ valószínűséget szeretnénk kiszámolni:

$$P(X < a) = \int_{-\infty}^a f(x)\,dx$$

Ha a $b < X$ valószínűséget:

$$P(b < X) = \int_b^{+\infty} f(x)\,dx$$

Ha ezt a három területet összeadjuk, akkor éppen a teljes görbe alatti területet kapjuk, ami a 100%-ot jelenti, így hát ez a terület éppen 1.

A sűrűségfüggvény tulajdonságai:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

nem negatív

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1. $\lim_{-\infty} F(x) = 0$
2. $\lim_{\infty} F(x) = 1$
3. monoton nő
4. balról folytonos

Megnézem a kapcsolódó epizódot

---

1. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$
2. nem negatív

Megnézem a kapcsolódó epizódot

$$P(X < a) = F(a) = \int_{-\infty}^a f(x)\,dx$$

$$P(b < X) = 1 - F(b) = \int_b^{+\infty} f(x)\,dx$$

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)\,dx$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot

Az X valószínűségi változó $F(x)$ eloszlásfüggvényéből úgy kapjuk meg az $f(x)$ sűrűségfüggvényét, hogy az $F(x)$ eloszlásfüggvényt deriváljuk, azaz:

$$F'(x) = f(x)$$

Ha az X valószínűségi változó $f(x)$ sűrűségi függvényét ismerjük, és meg akarjuk adni az $F(x)$ eloszlásfüggvényét, akkor azt pedig így tehetjük:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt$$

Megnézem a kapcsolódó epizódot