

## Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény

Folytonosnak nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik folytonos mennyiségeket mérnek, ilyen például az idő, a távolság. Ebben az esetben az [eloszlás](#) függvény is mindig folytonos függvény lesz.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Diszkrétnek nevezzük azokat a valószínűségi változókat, amik megszámlálhatóan sok értéket vesznek fel. Ez azt jelenti, hogy vagy véges sokat, vagy végtelent, de úgy, hogy fel tudjuk sorolni az értékeit.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $X$  [valószínűségi változó](#) eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = P(X < x)$$

Ha az  $X$  [valószínűségi változó](#) diszkrét és értékei  $X = a$ ,  $X = b$ ,  $X = c$  meg ilyenek, akkor az [eloszlásfüggvény](#) mindig egy lépcsőzetes függvény, ami minden számnál pontosan akkorát ugrik, mint az adott szám valószínűsége, amíg el nem érjük az 1-et.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq a \\ P(X = a) & \text{ha } a < x \leq b \\ P(X = a) + P(X = b) & \text{ha } b < x \leq c \\ \dots \\ 1 \end{cases}$$

Ha az  $X$  [valószínűségi változó](#) folytonos, akkor az  $a$  és  $b$  számok között bármilyen valós értéket fölvehet. Ilyenkor az [eloszlásfüggvény](#) is folytonos, ami  $a$ -ig nullát vesz föl,  $a$  és  $b$  közt növekszik és  $b$  után végig egyet vesz föl. Vagyis ahol az  $X$  [valószínűségi változó](#) működik, ott a függvény életre kel, előtte és utána pedig hibernált állapotban van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A [sűrűségfüggvény](#) úgy működik, hogy a valószínűségeket a görbe alatti területek adják meg. Az [eloszlásfüggvény](#) jele  $F(x)$  volt, a [sűrűségfüggvény](#) jele  $f(x)$ . Az  $a < X < b$  valószínűség éppen a görbe alatti terület  $a$ -tól  $b$ -ig.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

Ha az  $X < a$  valószínűséget szeretnénk kiszámolni:

$$P(X < a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

Ha a  $b < X$  valószínűséget:

$$P(b < X) = \int_b^{+\infty} f(x) dx$$

Ha ezt a három területet összeadjuk, akkor éppen a teljes görbe alatti területet kapjuk, ami a 100%-ot jelenti, így hát ez a terület éppen 1.

A [sűrűségfüggvény](#) tulajdonságai:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

nem negatív

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

1.  $\lim_{-\infty} F(x) = 0$

2.  $\lim_{\infty} F(x) = 1$

3. monoton nő

4. balról folytonos

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

1.  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

2. nem negatív

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

$$P(X < a) = F(a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

$$P(b < X) = 1 - F(b) = \int_b^{+\infty} f(x) dx$$

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az  $X$  [valószínűségi változó](#)  $F(x)$  eloszlásfüggvényéből úgy kapjuk meg az  $f(x)$  sűrűségfüggvényét, hogy az  $F(x)$  eloszlásfüggvényt deriváljuk, azaz:

$$F'(x) = f(x)$$

Ha az  $X$  [valószínűségi változó](#)  $f(x)$  sűrűségi függvényét ismerjük, és meg akarjuk adni az  $F(x)$  eloszlásfüggvényét, akkor azt pedig így tehetjük:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

---